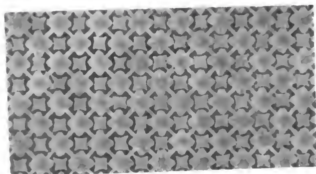


A

RACCOLTA D' AUTORI
CHE TRATTANO
DEL MOTO DELL' ACQUE

EDIZIONE SECONDA

CORRETTA, ED ILLUSTRATA CON ANNOTAZIONI,

AUMENTATA DI MOLTE SCRITTURE, E RELAZIONI, ANCO INEDITE, E DISPOSTA IN UN ORDINE PIU' COMODO

PER GLI STUDIOSI DI QUESTA SCIENZA.

TOMO PRIMO.





IN FIRENZE MDCCLXV.
NELLA STAMPERIA DI SUA ALTEZZA REALE.
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

I N D I C E

Degli Autori, e delle cose contenute nel Tomo Primo.

PRE-

PREFAZIONE.

Le ulteriori Edizioni di qualunque Opera portano in fronte per ordinario una Prefazione, che non è che l' Elogio dell' Opera, o di chi si è preso la cura, utile talvolta a lui solo, di nuovamente pubblicarla; cose tutte, che oltre al somministrar la materia a colui, che crede ad ogni Libro necessaria una Prefazione, ne giustificano apparentemente l'intenzione, ma intanto noiano moltissimo il Lettore senza instruirlo: Noi ci dispensiamo adunque dall' avvisare, che questa Opera nostra è utile, pregiabile, meritevole d' esser letta: questo già si saprà forse benissimo da tutti quelli, che cominceranno a leggerla; ed i motivi, che ci hanno spinto a darla nuovamente alla luce, son quelli appunto, che ciascheduno vorrà a suo piacere immaginarsi. Lasciamo di parlar di noi, e del merito dell' Opera nostra, lasciamo una volta di adularci a vicenda; e giacchè per un poco occupar si vuole il Lettore in prepararsi alle Materie, che la compongono, facciam tacere per un momento il nostro amor proprio, prendiamo di mira il soggetto di cui in essa si tratta; pensiamo. Varchiamo d' un colpo dell' immaginazione questo abisso profondo di secoli trapassati, trasportiamoci fuor di noi a rimirar lo stato della superficie della Terra dopo quell' orribile fenomeno, che sommerse con essa l' uman genere, e quasi rinnovò la Natura. Altissime montagne coperte di selve coronano le valli sottoposte: Le nevi, le piogge, e l' altre tutte ascose cagioni alimentano temporanei, o perenni i Fonti, e le sorgenti; e dai profondi solchi scavati dalla natura sul dorso de' monti, e delle colline, scendono liberamente l' acque rotte, e spumose; ed insieme unite dipoi, e in maggior mole raccolte, un canale entro la Pianura si profondano da se stesse, o sopra di essa con le materie eterogenee quà, e là abbandonate se lo inalzano, per il qua-

quale libere, nè da alcun vinto e superato ostacolo rese più orgogliose, al Mar placidamente s' incamminano. Nè la sovrabbondante pioggia, che dal Ciel cada, nè il subito discioglimento del gelo, e delle nevi, nè gl' impetuosi venti, nè la furia dell' onde marine, che fanno argine, e barrierano de' fiumi le foci, impallidir fanno il tranquillo abitatore delle Colline; nè l' accorto agricoltore spaventano, che le palustri canne rilasciando in sulla spaziosa riva del Fiume, la sua messe, e la sua vigna coltiva, e vuole lungi da esso. E se sia mai, che per alcuna strana, ed insolita umida meteora, di troppo si gonfino i Torrenti, e le umili ripe sormontino i Fiumi; mentre per le materie più pesanti, e ghiaiose i loro alvei s' interriscono, e si sollevano, le basse circonvicine campagne per la lieve argilla disciolta, e per il fertile limo dalle torbide acque deposto, s' inalzano intanto, e s' arricchiscono. Ma dopochè la troppo avida brama di avere oltre le naturali, e semplici indigenze occupò l' uman cuore, ecco che la faccia della Terra si cangia, ecco rovesciato il periodo ordinario delle cose, ed ecco la Natura stranamente vinta, e doma dall' inquieto orgoglio degli uomini, rimanersi in uno sforzo continuo, ed in uno stato sempre violento, che già già minaccia dappertutto sconcerti lacrimevoli, e quasi irreparabili rovine. I monti, e le colline spogliate delle annose, e ben radicate selve, e prive di quella terrea dura crosta, che le rendeva un giorno impenetrabili agli urti delle dirotte piogge, mostrano in tanti solchi aperto il seno, e lacerato dall' adunco ferro, il quale, o le prepara e sforza a porgere inopportunamente più delicati prodotti, o nel fendergli ingordamente le viscere, trar ne vuole que' più nascosti tesori, che ha resi solo preziosi il fasto inutile, e il malinteso desìo di farsi sopra degli altri più rispettabile. Gli Stagni, e i Laghi sparsi quà, e là dalla provida Natura nelle Campagne dal Mar lontane, ed accordati per loro ricettacolo a' popoli notatori, onde potessero dipoi esser facile cibo de' famelici vicini abitanti; deviati ne' mal costrutti Canali, sostengono il peso di superbe inutili moli, e ritrosi concedono il varco al troppo avido agricoltore, che col fangoso piede loro aggrava addosso il pesante aratro. Non più pe' naturali antichi alvei è permesso a' Fiumi portarsi placidi al Mare,

ma

ma di nuove importune acque accresciuti, o delle loro primiere impoveriti, con nuovi nomi per nuove vie al Mar si conducono. Onde è, che i colli, ed i monti in sua tessitura scomposti, e sfacelati, scender con orror si rimirano al piano precipitosi, e le lor parti fra se disciolte, e disgiunte, ed alle violente acque, quasi a lor veicolo unite, gettarsi si vedono rovinosamente negli alvei de' fiumi, e de' torrenti vicini, i quali dal nuovo incarco fatti più alteri, ogni più saldo opposto riparo sdegnando, scuotono, ed atterrano, e le spaziose colte campagne scorrendo, e depredando, la messe col mietitore, e col pastore la smarrita gregge nell' onde sue voraci sommergono furiosi, e trasportano. Nè contro un tanto sconvolgimento della Natura ingiustamente violentata vale omai l' ingegno rozzo dell' uomo, il quale, giovine ancora essendo il Mondo, più oltre non vede, che i suoi naturali bisogni, e le sue passioni, nè alcuna cura si prende di penetrare, o esaminare almeno le ascose leggi, alle quali ha soggettato l' Autore Eterno le cose create, nè provvedimento alcuno sa immaginare, onde il corso arrestare a tanti mali, e ricomporre nella primiera placida, ed ordinata disposizione il deviato liquido Elemento. Che se alcun riparo, o alcuna pronta difesa gli fa il caso immaginare, o la poco per anco illuminata sua ragione; nocevoli egualmente egli risente gli effetti del suo malaccorto consiglio, che perniciose, e funeste avea in prima sperimentate le conseguenze della sua troppo avara ambizione.

Tale per un corso ben lungo di secoli si fu lo stato miserabile della faccia del Globo Terraqueo, e tale lo saria, e forse peggiore ancora a' dì nostri, se il provido Regolatore dell' umane vicende, a pietà mosso delle tante sventure, che prodotte avea l' ignoranza piuttosto, e la follia, che la condizione de' mortali, un lampo di sua divina luce trasfuso non avesse nella mente di alcun di loro, per cui più addentro penetrando gli ascosi arcani della Natura, e le forze degli Elementi con l' umane forze bilanciando, al volgo cieco degli uomini insegnar potesse valersi dell' une, e dell' altre accortamente.

Aveva già l' Egitto co' suoi ben costrutti Canali fatto conoscere agli uomini ancor selvaggi, che non violentarsi, ma usar doveasi soltanto

del-

della Natura, ad appellarla dell' Arte in soccorso; affinchè essa spontaneamente, e volenterosa sua man stendesse ministra all' opre de' troppo deboli mortali: E con questo mezzo vide allora l' Affrica il Nilo domo, e vinto dall' industria de' suoi Monarchi, raccolto talora in ampio ricettacolo a tal uopo costruito; e talora placido scorrere ad irrigare opportunamente le sitibonde ingrate campagne, e i sabbiosi terreni arricchire di sue torbide deposizioni. E non molto dopo, al cenno potente di Nitocre, e della maestosa Semiramide, rivolse senza sdegno l' Eufrate il suo corso, e sostenne dipoi volentieri sul dorso il peso enorme di un immenso Ponte; ed abbandonando le ricche circonvicine pianure, si contentò di correr ristretto entro i ben capaci argini, assegnati a lui per limiti del suo primiero furore da quelle imperiose Eroine. E rilasciando gl' incerti monumenti della più oscura Antichità per pascolo degl' ingegni più curiosi, le Fosse deviate dal Nilo ad Alessandria per opra d' Alessandro il Macedone, l' acque del Po in un solo alveo riunite da Emilio Scauro, le Fosse scavate da Druso per il Reno, e l' altre per lo Tevere da Tiberio, sono testimoni de' progressi, che fatti avea nella prisca età il talento ben condotto dell' umana generazione. Questi monumenti però, e quanti altri ne ha conservati l' Istoria alla memoria de' posteri, anzichè essere un argumento della profonda, e precisa cognizione, che si aveva in que' secoli delle verità Idrometriche, mostrano piuttosto la potenza di quelle Nazioni infaticabili, e la magnificenza de' loro Sovrani, a fronte de' quali niuno ostacolo esser sapea insuperabile. Ma qualunque si fossero allora, e comunque estese queste cognizioni, le quali con il rimanente del sapere umano avea la Grecia vinta, prima in Asia, ed in Egitto raccolte, e poi in Italia traspiantate; restarono esse affatto distrutte, e sepolte colla libertà Italiana da' Popoli del Settentrione, allorchè questi noiati del loro inospito suolo natio, l' Italia tutta furibondi inondarono di sangue, e sommersero, e sulle rovine di lei un Trono si elevarono per dominarla. Così per lunga stagione niun' altra cura occupò gl' inferociti viventi, che la barbara manìa d' opprimersi, ed annientarsi l' un l' altro, niun' altra scienza, che macchinar de' ben coloriti pretesti per distruggersi a vicenda, niun' altra passione finalmente, che

fare,

fare, e disfare gl' Imperj. Ed allora ſi fu, che l' Idrometria coll' Arti più culte, e le Scienze, nemiche ſempre del ſangue, e del diſordine, meſchina, e vagabonda appena trovar ſeppe nelle più lontane contrade dell' Oriente un aſilo, ove rifugiarſi tra i miſterioſi pregiudizj de' Mandarini, ed un angolo appena le reſtò nell' altro Mondo, ove di lei ſi faceſſe preſſo degl' Incas onorata menzione.

Ma ecco, che dalla tomba ſteſſa ove ſepolte giacquero, finalmente riſorgono or più vivaci le bell' Arti; ecco, che nel ſeno dell' Italia dalla potente Medicea Famiglia ſi riſvegliano fra le ceneri della Barbarie le cognizioni più utili; ecco l' immortal Galileo, che popolato avendo il Cielo di nuove Stelle, e di novelli Fenomeni, le vie della Natura tenta e ſcorre ſu queſta Terra, ed i più aſcoſi miſterj dell' umido Elemento non prima inteſo ne diſſotterra. E s' egli chiude prima del ſuo morire le fiacche luci ai raggi del giorno, ecco che dal ſevero ſilenzio della monaſtica Cella ſorge in ſua vece il Caſtelli, il quale ſull' orme del ſuo maeſtro la natura de' Fluidi Correnti eſaminando, ad eſſi il primo aſſegna la maggiore, o minor velocità per loro terza dimenſione, miſura finallora incognita, o traſcurata, e principio importantiſſimo d' ogni più moderna ſcoperta. Ma giunti ſiamo omai a quell' età fortunata, nella quale non più co' ſecoli ſi numerano i grand' Uomini in queſta Scienza: Il guſto traſportato di là da' Monti, di ragionar di Fiſica co' calcoli della Geometria più ſublime, ed il coſtume ſaviſſimo di confermare i ragionamenti con l' eſperienze, ha violentato il talento umano a far progreſſi, maggiori in queſti ultimi due ſecoli, che ne i tanti altri finallor trapaſſati: Onde ſenza maraviglia ſi vedono, quaſi in folla ſorgere il Michelini, il Viviani, il Guglielmini, il Montanari, il Grandi, il Manfredi, e que' tant' altri Mattematici, che ha reſi abiliſſimi Idrometri il vaſto paludoſo Teatro, e le ſciagure lacrimevoli della Lombardia.

Ad onta però delle meditazioni profonde di tanti ingegni, molto difettoſa ancora ſi è queſta branca tanto utile della Fiſica, nè dalle tánte reiterate diſgrazie ſi è ancora appreſo abbaſtanza un metodo certo, e ſicuro di regolare il moto di queſto Elemento, dal quale depende ſenza contraſto la fertilità de' Terreni, la facilità del Commercio, la felicità in

in ſomma de' Popoli. Nè altra via può tentarſi per ottenerlo più facilmente, che gli altrui penſieri, e le ſcoperte finora fatte ſu queſto ſoggetto eſaminare inſieme, e combinare, e ſopra i fondamenti già coſtrutti con tant' oro, e tante lacrime, inalzare una volta ſtabilmente a comun vantaggio de' poſteri, la vacillante macchina di queſta Scienza. A coloro dunque, che voglion bene al genere umano noi preſentiamo queſta Raccolta di Scritture Idrometriche, entro le quali ſcorgendo eſſi, uniti a tante verità non pochi monumenti della debolezza degli uomini, apprendano a temere le impoſſibili impreſe, e meditando i ſicuri princìpj, che vi ſi contengono, rendano più agevoli le difficili, e promuovano intanto così vantaggioſe cognizioni. A queſto ſolo oggetto ancora, tende unicamente la forma, ed il nuovo ordine, con cui diſpoſte abbiamo le materie, che queſta Raccolta ne compongono: Tengono il primo luogo i Trattati, ſiccome quelli, che in un certo ordine digerite ne moſtrano le propoſizioni fondamentali; ed a queſti ſuccedono le diverſe Scritture, e Relazioni, nelle quali apprender ſi può l' uſo, che in pratica ſi dee fare delle ſtabilite teorie. E ſe alcuna fra eſſe ve ne ha, la cui evidenza ancor ſi contraſti, o che vera ſi reputaſſe ſolamente, allor che queſta ſcienza era affatto bambina; con quella libertà, che concede ad un cuor ben fatto l' amore della verità, ci ſiamo arditi di accennarlo nell' ingiunte annotazioni, luſingandoci, che il Pubblico in vece di trovare omeſſi gl' interi Trattati, che hanno avuto luogo nell' antica Edizione, perchè qualche erronea propoſizione contenevano, o non del tutto utiliſſima; avrebbe gradito piuttoſto veder rinaſcere la Primiera interamente nella nuova Edizione, corretta ancora, ed illuſtrata ove la verità ſola, o il vantaggio de' Pratici Idrometri il richiedeſſe. Sappia finalmente chi queſte noſtre fatiche ſi pone a conſiderare, e ſa di eſſere abile in queſta ſcienza, che non a lui indirizzata abbiamo la parola finora, nè farlo oſiamo nel ſeguito, ma ſolamente a quegli ſtudioſi Pratici, che il volgo chiama Ingegneri di Campagna, i quali ſicuramente non ſdegnano di eſſere illuminati, ed all' arbitrio, e alla capacità de' quali ſpeſſe volte è confidata la felicità, o l' eſterminio d' una Provincia.

PRE-

P R E F A Z I O N E

PREMESSA ALLA PRIMA EDIZIONE.

Considerando io, e meco medesimo attentamente ripensando, quanto necessaria, ed utile, e giovevole sia al mondo, ed agli uomini la cognizione, e la scienza dell' acque, e de' fiumi: e della natura, e del moto, e della velocità, e de' tanti, e sì varj effetti di essi, così poco in antico dal più delle genti conosciuti, o veramente male adoperati, e praticati; utile cosa al comune, ed al pubblico ho pensato di fare, raccogliendo nel presente volume quei Trattati, e quelle Scritture sopra tal materia de' nostri Scrittori Italiani, i quali di comun consentimento de' savi, e de' dotti sono giudicati, e stimati i migliori.

Per introdurre con facilità, e chiarezza alla intelligenza di tali trattati coloro, i quali di leggerli avranno vaghezza, e di trarne utile, e diletto; perciocchè la maggior parte di essi, come vorrei, e sarebbe desiderabile, non saranno geometri, io anderò loro brevemente accennando non con geometriche ragioni da molti biasimate, e sprezzate, perchè non intese, ma con popolari, semplici, naturali, e chiare, ed a tutti note quello, che far dovranno; considerando a tal effetto quello, che ha operato, ed opera la natura intorno all' acque, ed a' fiumi, e quello che l' arte sua figliuola, e discepola, ed imitatrice abbia ritrovato, e ritrovi di profittevole, e di nocivo intorno ad essi, accennando con ischiettezza, e libertà quello, che sopra tal materia mi sembri ritrovarsi di vero, e di falso, di dubbioso, e di certo, di probabile, e di verisimile, di utile, e di nocevole, a laude, e gloria di Dio, e della verità, col cui nome non isdegnò egli stesso di appellarsi, e la quale dice S. Girolamo post Deum colendam, quae sola homines Deo proximos facit. *E di essa Polibio maravigliosamente ebbe a dire:* Io reputo aver la natura al genere umano posto avanti come Nume grandissimo la verità, e averle data una grandissima forza, conciossiachè essendo ella da tutti impugnata, e stando tutte le verisimili conietture per la parte della bugia; la verità da se medesima non so come negli animi degli uomini s'insinua, e ora in un subito trae fuori questa sua forza, e ora per lunga pezza nascosa, finalmente colla potenza sua medesima vince, e trionfa della bugia.

Dirò dunque come i fiumi sono vaso, e ricettacolo d' acque, che corrono per lunga via dalle parti più alte della terra verso il mare più basso, e che grande utilità recano al mondo, ed agli uomini, portando, e scaricando l' acque delle piogge, e delle nevi adiacenti verso del mare; ove poi dal Sole, e dal vento alzandosi in vapori per l' aria si fanno nuovamente pioggia, e neve, che dal vento lungi sportati verso gli alti alpestri monti, e dal freddo aëre condensati tornano a scaricarsi, e discendere sopra la terra in pioggia, o neve, le campagne fecondando, e per fosse, torrenti, rivi, e fiumi al mar ritornando; in cotal guisa per Divina ammirabile provvidenza circolando sempre dal principio del mondo la medesima quantità d' acque, e con tal circolo e al mondo, e agli uomini tutti servendo, e giovando, e chiaro, e vero dimostrando ciò, che Salomone disse: Omnia flumina intrant in mare, & mare non redundat. Ad locum, unde exeunt flumina revertuntur, ut iterum fluant: *Quantunque il Grozio, ed altri spieghino questa circolazione per vie, e canali, e cavità sotterranee. E questo è il primo, e principal fine, per cui pare, che sieno fatti i fiumi, i quali tolgono le inondazioni, e le paludi alla terra, e massime alle pianure, le quali col loro copioso, ed abbondante frutto libere dall' acque alimentano gli uomini, e gli animali, e conservano salubrità all' aria, e salute agli uomini; il che senza di essi fiumi non potrebbe addivenire; onde ebbe a dir Tullio nel secondo della Natura degli Iddii:* Nos campis, nos montibus fruimur: nostri sunt amnes, nostri lacus: nos fruges serimus, nos arbores: nos aquarum inductionibus terris foecunditatem damus: nos flumina arcemus, dirigimus, avertimus. *Ma mentre che portano, e prestano i fiumi questo necessario, e primo, e principal servizio, e giovamento alla terra, le ne arrecano insiememente un altro grande, e utilissimo, e questo si è quello della navigazione, la quale trasporta con celerità, e comodo, e con poca spesa in lontani, e stranieri paesi le cose, che in alcun luogo o mancano, o abbondano, con utile, e diletto de' popoli, e delle Città, e delle nazioni; onde non vi ha chi non veda quanto bella, e quanto stimabile, quanto ingegnosa, quanto magnanima sia l' arte del navigare; onde con molta ragione, e con molto spirito disse Orazio:*

Illi robur, & aes triplex
Circa pectus erat, qui fragilem truci
Commisit pelago ratem
Primus.

Il perchè molto commendabile debbe stimarsi il pensiero, e l' opera dell' uomo sopra questo gran benefizio di Dio, e della natura, cioè dell' acqua, non senza somma ragione, e accorgimento chiamata da Pindaro ottima di tutte le cose, e creduta da Talete negli antichi tempi, e dall' Elmonte ne' moderni, primo, e material principio di esse. Vitruvio Principe degli architetti disse in proposito di essa: Igitur Divina Mens, quae proprie necessaria essent genti-

tibus, non constituit difficilia, & rara, uti sunt margaritae, aurum, argentum, caeteraque, quae nec corpus, nec natura desiderat; sed sine quibus mortalium vita non potest esse tuta, effudit ad manum parata per omnem mundum. *Non è mio intendimento in questo luogo di enumerare i grandi, ed innumerabili benefizi, che presta l' acqua al mondo, ed agli uomini; ma solo considerar quello di essa, allorachè sovra la terra piove, e per fosse, rivi, torrenti, e fiumi, e laghi al mar corre, e discende; e la sua quantità, la sua velocità, la sua forza, e gli altri suoi effetti, secondo la norma, e la legge dal Sapientissimo Creatore prescrittale, contemplando, e considerando. Il che pare che dalla providenza del Sommo Creatore sia riservato a i nostri tempi; perciocchè calando sempre la terra da' monti per le piogge continue, e crescendo sempre le pianure, e riempiendosi i fiumi, i laghi, ed i mari per la continova sopravvegnienza, e di terra, e di arene, le quali coll' acqua mescolate ne' luoghi più bassi sempre discendono, e scemandosi il declive a i fossi, ed a i fiumi, ed alzandosi sovra le campagne il letto loro, e la lor linea, ed il lor corso allungandosi, pare che necessariamente, e naturalmente seguir debbano sempre maggiori inondazioni, che ne' tempi antichi; e queste nelle pianure, e ne' luoghi più fertili, i quali somministrano più largamente gli alimenti agli uomini, ed agli animali di loro servizio. Che però noi dobbiamo molto ringraziare la Divina Clemenza, la quale nel passato secolo, nel tempo, che ne cresceva il bisogno, illuminò colla face della Geometria, e dietro la scorta di Archimede, e del Galileo, il P. Abate Don Benedetto Castelli a esaminar la natura dell' acque correnti, e scoprirne tante, e tanto utili proprietà, e verità in prima tutte a tutti del tutto ignote, e tanto necessarie, e giovevoli all' arte umana per regolare, e dirigere, e ben governare il moto, e corso dell' acque per giovamento della navigazione, della cultura, e della salubrità dell' aria, e delle campagne: e continuasse nel Michelini, nel Guglielmini, e negli altri Autori della presente Raccolta l' amore, e la brama di tale scienza da essi non poco illustrata, ed accresciuta in modo da poter giovare immensamente al mondo, quando fosse da molti studiata, adoprata, e praticata, e quando l' umana ingratitudine, ed ignoranza, e malizia a ciò non si opponesse; ed amasse, e volesse adoperare in tal bisogna i più intendenti, ed abili, e capaci. Conciossiacosachè gli architetti, e gli ingegneri de' nostri tempi, che sogliono in tale affare mescolarsi, non sono, come dovrebbero essere, e come erano anticamente, e come li desidera Vitruvio nel principio della sua opera. Egli definisce l' Architettura:* Scientia pluribus disciplinis, & variis eruditionibus ornata, cujus judicio probantur omnia, qua a ceteris artibus perficiuntur opera. *E vuol sopra tutto con Pithia antico Greco architetto, che l' architetto, oltre il disegnare, e far piante, sia erudito in tutte le scienze, sia buon geometra, letterato, filosofo, dicendo:* Philosophia vera perficit architectum animo magno, & uti non sit arrogans,

ſed potius facilis, aequus, fidelis, ſine avaritia, quod eſt maximum; nullum enim opus vere ſine fide, & caſtitate fieri poteſt; nec ſit cupidus, neque in muneribus accipiendis habeat animum occupatum, ſed cum gravitate ſuam tueatur dignitatem, bonam famam habendo; haec enim Philoſophia praeſcribit. Praeterea de rerum natura, quae Graece φυσιολογία dicitur, Philoſophia explicat; quam neceſſe eſt ſtudioſius noviſſe, quod habet multas naturales quaeſtiones, ut etiam in aquarum ductionibus &c. *Queſto capitolo vorrei che foſſe ben inteſo, e letto da chiunque pretende profeſſar tal arte; e che coſa per eſſa ſia neceſſaria, e ſi richieda, e di quali notizie, e ſcienze abbia di biſogno. Il che potrebbe ſapere anche da Platone nel Dialogo degli Amatori, ovvero della Filoſofia, ove dice eſſer rari in tutta la Grecia gli architetti:* Καὶ γὰρ ἐκεῖ τέκτονα μὲν ἂν πρίαιο πέντε ἢ ἕξ μνῶν ἄκρον. ἀρχιτέκτονα δὲ οὐδ' ἂν μυρίων δραχμῶν ὀλίγοι γε μὴν καὶ ἐν πᾶσι τοῖς Ἕλλησι γίγνονται: Poichè quivi un artefice ſi comprerebbe cinque o al più ſei mine: un architetto poi nè anco per diecimila, perchè pochi ne ſono anco tra tutti i Greci. *Ma Dio Immortale in che tempo, ed in che luogo erano rari gli architetti! In Grecia, dove le ſcienze, e gli ingegni, e le arti, e gli arteſici erano molti, ed eccellenti; imperciocchè gli architetti non operavano, ma preſedevano agli operanti, come pure avverte lo ſteſſo Platone nel libro del Sommo Bene:* Καὶ γὰρ ἀρχιτέκτων γε πᾶς οὐκ αὐτὸς ἐργαστικός, ἀλλὰ ἐργατῶν ἄρχων. Poichè niuno architetto è egli ſteſſo operante, ma capo delli operanti. *Il Padre Niccolò Cabeo della dotta Compagnia di Gesù, in tali ſcienze verſatiſſimo, illuſtrando il primo libro delle Meteore di Ariſtotile, e trattando dell' acque, e de' fiumi, e riprendendo l' ignoranza degli architetti moderni ebbe a dire:* Et vere Principes viri iſtiuſmodi hominibus in officinis, & inter caementariorum ſtrepitus eruditis non deberent aures praebere, qui ubi graphice aliquid in charta pingere noverunt, armatam Palladem ex ſuo capite prodire poſſe ſuſpicantur. *E di vero gran follìa egli ſembra il credere, che un muratore, uno ſcarpellino, un agrimenſore, un pittore poſſa eſſere grande architetto, grande ingegnere, e direttore di acque, e di fiumi, conciòſſiacoſachè il ſaper delineare, e dipingere, e miſurare, e deſcrivere una campagna ſerve di facilità in dimoſtrare lo ſtato dell' acqua, e de' fiumi, e le coſe fatte, o da farſi, ed in dimoſtrare il penſiero circa le mutazioni, ed i ripari; ma non già a ben penſare, e mutare nuove direzioni all' acque, ed a' fiumi; al che ſi richiede molte più ſcienze, ed arti, e notizie, ed eſperienze; e particolarmente una profonda geometria: una ſalda, e ſperimental filoſofia; gran cognizione, e pratica di coltivazione, e di campagne: una eccellente meccanica, e cognizione del peſo, del moto, del numero, della miſura, della reſiſtenza de' corpi, e maſſime dell' acque, e della terra, de' legnami, e delle pietre, e grande ſperienza, e pratica in far murare, coltivare, e lavorare, ſcavar terra, ed in ſomiglianti* ope-

operazioni. Siccome a comporre un eccellente poema, o una bella, e buona orazione, la perfetta scrittura, o stampa non serve se non di facilità a leggersi, ed intendersi, quando sia fatta; ma niente a ben divisare, ideare, e perfezionare un tal componimento. Così Archimede, il Galileo, il Castelli, il Michelini, il Borelli, il Mariotte, ed altri vivi, e morti mattematici molto ben divisarono circa l' architettura dell' acque, e de' fiumi senza niente saper disegnare, e dipingere; e niente in ciò operarono Raffaello, Tiziano, il Coreggio, il Callotte, Stefano della Bella, ed altri perfetti disegnatori; e così si potrebbe dimostrare, ed esemplificare di molti altri; onde saviamente il soprammentovato Autore soggiugne: Quia enim hanc rem solum pertractant mechanici, qui quamvis architecti, & Italice speciosissimo nomine vocentur *Ingegneri*, nulla re minus utuntur, quantum videre potui, quam ingenio, & sunt in scientiis rudes penitus, & inexperti, & qui bonas artes ne a limine quidem salutarunt, & toti sunt in delineandis, & pingendis graphice rebus, quibus oculos capiant Principum virorum. *Pochi sono i paesi, ove non si odano simili querele. Il nobile, e dotto uomo Bernardo Trevisano nell' elegante Trattato della Laguna di Venezia sua Patria dimostra, che quella Laguna, e quella nobile antica, e famosa Città non ha mai risentito gran danno, e nocumento in affare di così immensa premura dalla natura, e dall' ozio degli uomini; ma bensì quando l' inquietudine, e l' ignoranza, o avarizia di essi vi ha fatto spese di molti, e molti milioni per divertir tanti gran fiumi, e fare altri inutili, e nocevoli ripari, e provvedimenti, onde fu costretto a terminare, e concludere il suo savio, e vero discorso degno d' esser letto, e riletto da tutti gli amatori del vero, colle stesse parole del nostro P. Abate Castelli, allorachè dissuadeva con buone, e salde ragioni la famosa diversione del Sile,* (a) *cioè:* D' ogni cosa intorno a queste mie zelanti considerazioni opposta, ed ordinata io mi appello all' inesorabile, ma giusto tribunale della natura. *Si divertì il Sile con immensa spesa, e danno contro l' opinione del Castelli; perchè, come dice Tucidide, i cattivi consigli più facilmente, che i buoni si persuadono; e la Laguna di Venezia è un grande esempio in somiglianti materie, ove si impara, e si comprende, che così in questa, come nelle altre materie, le regole generali, benche il più delle volte buone, e vere, non si adattano a tutti i casi. I volgari ingegneri si valeranno della regola generalmente vera, che bisogna divertire, ed allontanare da i porti i fiumi, perchè portano in essi terra, e col tempo li riempiono, ed interriscono. Il Castelli colla scorta più certa, e più sicura della Geometria, e Filosofia meccanica, e co' suoi nuovi ritrovamenti, ed avvertimenti intorno all' acque, trovò ciò non sempre esser vero. E di verità si trova ciò accadere in mol-*

(a) Vedasi nell' Annotazione a c. 149. Tom I. quanto abbia sbagliato su questo Articolo il P. D. Benedetto Castelli, e con esso l' Autore di questa Prefazione.

molti porti, e forse più che altrove allo sbocco de' fiumi; e nel caso della Laguna, quando ella era naturalmente larga, e spaziosa, venivano i fiumi dall' alto, e vi portavano altezza d'acque, e le arene sospingevano nel mare molto sotto alla Laguna; onde ella si manteneva piena, ed alta di acque, e vota di arena, ed opportuna al naviglio, e di aria assai più salubre. Ristretti i canali, e le lagune, e levate l'acque correnti, e li fiumi, si accrescono dall' impeto del mare, che non ha la contraria resistenza dell' acque correnti, ed impetuose de' fiumi, le arene, e gli interrimenti, e scema l'acqua, e l'aria si rende insalubre. Effetto dell' ignoranza degli architetti volgari, fomentati dalla soverchia avarizia di acquistar terreno fruttifero; il qual frutto, e rendita sarà sempre immensamente minore al dispendio di tanti milioni spesi in divertire, e mutare il corso, e per sì lungo tratto a tanti, e sì gran fiumi, che si potevano spendere in cose molto più utili; oltre il danno inestimabile dell' aria peggiore, e della navigazione tanto peggiorata, e che sempre va peggiorando. E somigliante errore commesse negli antichi tempi nel porto d'Efeso, ove sbocca il fiume Caistro, Attilo Filadelfo, come racconta Strabone nel libro 14. *come ivi si può vedere. Altro esempio a mio proposito illustre, e famoso si è quello della diversione del Reno di Bologna dall' antico usato suo corso, e posto nella valle della S. Martina col fine, e pretesto di colmarla, e bonificarla, per iscavare in questo mentre il Po di Ferrara, e poi riporlo nel primiero suo letto. Il che riescì opera vana, e di sommo, immenso, irreparabil danno alla Città di Bologna, ed al suo ampio, e fertil territorio, e diede occasione per un secolo a grandi spese, e liti, e controversie fra essa Città, e quella di Ferrara: la qual lite dopo tante contrarietà, e litigi restò poco anzi terminata, e composta dalla giustizia, e Clemenza del Sommo Pontefice Clemente XI. e dalla Congregazione a ciò da lui eretta, e deputata. Questa controversia ha dato occasione a bellissime scritture, e ricerche sopra la nostra materia dell' acque; alcune delle quali si vedranno nella presente raccolta per documento, ed insegnamento utilissimo in somiglianti avvenimenti. E sono in essa stati adoperati i primi Mattematici dell' età nostra; le ragioni de' quali dimostrano la differenza, che è infra essi, e li volgari ingegneri, e fra la scienza, e l'ignoranza. Altri esempi non pochi addur si potrebbero degli antichi, e de' moderni tempi, e di lontani, e di vicini paesi, ove l'avere adoperato intorno all' acque, ed a' fiumi, volgari ingegneri, ed architetti, simili a coloro dal Padre Cabeo accennati, ha sovente cagionato molte, e gravi, ed inutili spese, e danni immensi, ed irreparabili. Ma sembrando questi sufficienti, ed essendo quelli, che si tralasciano pur troppo chiari, e noti, per fuggir tedio, e lunghezza tralascerò di annoverarli, concludendo col soprammentovato, e lodato Autore:* Quae ignorantia architectorum, quos fortasse per antiphrasim vocant *Ingegneri*, inter Principes simultates excitavit fere tragicas, *e con Cassiodoro:* More vastissimi fluminis aliis spatia tollit, alis

rura

rura concedit. *E di vero col sopraddetto Cabeo si possono costoro a buona equità chiamare ingegneri senza ingegno, pratici non pratici, e periti imperitissimi.*

Vi ha una querela non meno volgare, e comune, che antica in tutte le arti, ed in tutte le scienze, e massime in quella della direzion de' fiumi, e dell' acque: cioè, che la Pratica sia di gran lunga superiore alla Teorica; e questo nasce, e proviene per mio avviso dalla difesa, che fanno questi tali pratici della loro ignoranza, e della loro avarizia, bramando tutti ciechi, ed ignoranti, perchè non vedano, e riprendano tali loro difetti, e pongan freno al guadagno, ed alla temerità loro. Sopra di che si vuole avvertire, che tutto quello, che opera la pratica, è fondato, e dimostrato prima dalla Teorica, la quale è un osservazione, ed un savio, ed eccellente esame, ed un esatta sperienza di quelle cose, che in pratica si veggono addivenire. Così tante belle operazioni, che fanno gli abbachisti, i calcolatori, gli ingegneri, gli architettori, non altro sono, che parti, ed opere maravigliose dell' Aritmetica, e della Geometria; le quali dopo tante loro fatiche, e vigilie, e sudori messero loro nelle mani bello e smaltito quanto essi operano, e fanno senza saperne il perchè; onde noi veggiamo sovente intervenire, che alcuni puri pratici non intendono, a chi debbano saper grado di tanti ingegnosi strumenti, di tante sottilissime operazioni, e sono ingrati verso le Mattematiche, e quelle follemente giudicano, ed affermano inutili, non accorgendosi di far torto a loro stessi, condannando, e biasimando quelle scienze, che loro furono madri, e nudrici, e maestre; dalle quali la loro arte, e pratica ricevè l' origine, e 'l nascimento. Si trovano a' tempi nostri molti, e molti i quali nel legger le scritture, ed i libri, ed i pareri di savj uomini fondati sopra principj mattematici, e per via di linee, e di angoli, e di figure spiegati, e dimostrati, o pure a calcolazioni ridotti, ove entrano e quadrati, e cubi, e radici, e sentendo parlare da per tutto di proporzioni, di direzioni, di peso, di moto, e di velocità, e di misure, se la ridono, schernendo, e motteggiando, e dicendo, che sono metafisiche, e mere sottigliezze di Teorica, le quali forse vere, e forse non vere ne' loro termini astratti, ed ideali, non si adattano poi all' opera, ed alla materia, e non corrispondono all' evento, ed alla sperienza, ed al fatto nella pratica. Si fanno beffe costoro di così fatte ricerche, e meditazioni mattematiche, come se dalla Teologia, dalla Giurisprudenza, e dalla Medicina, dall' Astrologia, e da tutto altro, fuori che dalla Mattematica trar si dovessero le regole, che riguardano la quantità, la larghezza, la profondità, il movimento, e la forza dell' acque; avvengachè quando poi s' impacciano essi di dare il parer loro in questa materia (intorno alla quale pochi sono, che non si arroghino di poter giudicare) ricorrono anche essi senza avvedersene a mattematiche da loro odiate, e sprezzate ragioni, con questa differenza però, che non possedendo i principj, e fondamenti di queste scienze, nè sapendo dedurne legittime

di-

dimostrazioni, convien poi che le spaccino, come a lor vengono in mente, false, pazze, e stravolte. Io ben so, che come dice il nostro Poeta, l'esperienza,

Che esser suol fonte a' rivi di nostre arti,

è molto necessaria, ed utile a tutte le umane azioni, e contemplazioni, onde gran fama ebbe presso la savia antichità quel filosofo, il quale, come disse Petronio Arbitro, aetatem inter experimenta consumpsit. *Così Tullio paragonando l'azione alla contemplazione, che è lo stesso, che la Teorica, e la Pratica, ebbe a dire, che* omnis vivendi laus in actione consistit. *Tutti i migliori Mattematici, e Filosofi moderni lodano, ed approvano la sperienza, ed è chiamata eziamdio Filosofia sperimentale quella, che essi insegnano. Così il Galileo, il Gassendo, il Malpighi, il Borelli, il Redi, il Boile, ed altri molti; e le Accademie del Cimento, di Londra, e di Parigi provando, e sperimentando trovarono molte belle, ed utili verità nella Filosofia, nella Medicina, nella Geometria, nella Chimica, ed in altre arti, e scienze a tutti gli antichi, e più savi filosofi, e contemplatori ignote, e ne arricchirono le arti, e le scienze, e d'utilità il mondo. Questi però vennero a praticare, e sperimentare, e provare forniti delle più fini, e sottili scienze, e contemplazioni, col fondamento delle quali riescon vere, e buone, ed utili le pratiche, e le sperienze. Ma senza tal fondamento sono le fatiche delle pratiche, e delle sperienze poco utili, e buone, e poco salde, e durevoli: Così un medico ignorante delle cose fisiche, ed anatomiche, e de' principj dell' arte, e delle opinioni, e speculazioni, ed esperienze degli antichi savj medicanti; ed in oltre de' tanti nuovi, e moderni ritrovamenti, poco profitterà dalla sua lunga pratica, ed esperienza, e molti sbagli, ed errori in esse prenderà a danno dell' altrui salute. Lo stesso avverrà di un filosofo, d'un chimico, o di ciascun altro ignorante de' principj della sua arte, o scienza; lo stesso d'un ingegnere, che senza principj, e cognizione dell' arte sua, che è la Geometria, e di tanti antichi, e moderni, utili, e belli, ed ammirabili ritrovamenti, e senza notizia del moto, della gravità, e di tante altre proprietà de' terreni corpi vorrà trattare di acque, e di fiumi, e di agricoltura, e di somiglianti bisogne, le quali hanno stancato con lunghe, e continove, e faticose contemplazioni, ed esperienze li primi, e più sublimi ingegni antichi, e moderni del mondo tutto. E per far vedere con una sola prova in qual forma vada in tali materie congiunto lo sperimentare colle più alte scienze per ricavarne frutto, ed utilità, si osservi questo esempio a questa materia appartenente. Dalla sperienza fatta prima in Inghilterra, e poi seguitata in Francia, ed in Italia di quanta acqua piova in tutto un anno, si può raccorre un molto utile documento per isfuggire le inondazioni delle vaste pianure, e poco declivi, e provvedere alla fertilità loro. Questo si è il circondare i campi di fosse spesse, larghe, e profonde o sieno eglino nudi, o vestiti di viti o pioppi, o mori, o di altri alberi, e frutti. Conciossiacosachè sapendosi che tutta l'acqua, che piove in un anno*

so-

ſopra alla terra nelle Provincie ove più abbondano le piogge, non è che circa 43. dita d' Inghilterra, il che avviene là nella Provincia di Lancaſtria, e quà nella Toſcana (giacchè a Parigi, e in altre Provincie piove meno che la metà) con fare eſſe foſſe larghe in fondo quattro piedi Romani; in cima, cioè al pari de' campi, dieci; ed alte, e profonde ſei, ſi averebbe foſſa, e canale capace per ogni piede, di piedi quarantadue cubi d' acqua. E tal vaſo, e canale, a fare i campi di due iugeri, ſarebbe capace dell' acqua, che pioveſſe ſopra tali campi in ogni gran pioggia, eſſendo gl' iugeri ventotto mila ottocento piedi quadri, e girando un campo di due iugeri piedi 960. La tenuta della foſſa di tal giro ſarebbe piedi cubi d' acqua quarantamila trecento venti, e dandoſi per metà a' campi adiacenti, reſterebbe ventimila cento ſeſſanta, ed importando la metà della ſuperficie ſuperiore della foſſa, dieci piedi larga, piedi quattromila ottocento, pioverebbe fra il campo di due iugeri, e la metà della foſſa (alzandoſi ſopra alla ſuperficie di eſſi campo, e foſſa di piedi ſeſſantaduemila quattrocento, 43. dita, che è circa due piedi, e mezzo) cento cinquantaſeimila piedi cubi di acqua in un anno. E quando ben pioveſſe in una ſola pioggia la quinta parte di tutta quella quantità d' acqua, che piove in un anno, non ſi empirebbe in tal pioggia la capacità di eſſe foſſe, le quali dovendo avere i rivi più baſſi, e declivi, la dovrebbero appoco appoco ſcemare, e ſcaricare, oltre l' acqua che imbeve la terra, e le ſemente, e le piante, e che aſciuga, e conſuma il Sole, e il vento, e che calando i foſſi, e i rivi porterebbero dette acque ne' fiumi, ne' luoghi più baſſi, e ne' foſſi, e ne' laghi, e ne' mari.

Dal buono, e cattivo regolamento dell' acque, e de' fiumi ſembra che principalmente dependa la ricchezza, o povertà de' paeſi, e la felicità, o infelicità delle nazioni, e delle Provincie, molte delle quali ſono ora ricche, e popolate, le quali alcuni ſecoli avanti erano paduloſe, e deſerte. Sono queſte; per tralaſciarne altre molte, la Veſfalia, la Geldria, il Brabante, l' Olanda, la Moſcovia; ed in antico il paeſe degli Argivi nell' Elleſponto, il quale al tempo della guerra di Troia era paludoſo, povero, e da poche genti abitato, dove al tempo di Ariſtotile era aſciutto, fertile, e popolatiſſimo. Io mi do a credere con molti filoſofi, e mattematici, che la maggior parte, e forſe tutte le pianure non foſſero al principio del mondo, o al tempo del diluvio; ma fieno dopo quel tempo appoco appoco fatte da' fiumi. Quindi è, che con ſommo accorgimento l' antico ſavio Poeta Omero chiama talora l' Egitto Nilo, e Nilo l' Egitto; ciò eziandio comprovando Erodoto della Greca iſtoria padre, il qual dice eſſer l' Egitto dono del Nilo, cioè fatto da lui, e dalle ſue deſcendenti arene. E Strabone lo comprova di tutti i fiumi, che fanno maggiori, o minori pianure ſecondo la quantità dell' arene, che portano. Più grandi pianure fanno quelli, che paſſano per luoghi di ſciolto terreno, e ricevono molti torrenti, che dall' alto ſcendono. Il che potrebbe eſſere di avvertimento a quelli ingegneri,

ri, i quali con fosse di piane, e poco declivi, ed inclinate campagne, senza acque, e torrenti, che dall' alto scendano, pretendessero di riempire, e colmare un vasto padule. Quali opere benchè con gran fiumi sieno possibili, e buone, ed utili per la salubrità dell' aria, e per la fertilità della campagna, sono state sempre stimate faticose, e dispendiose, e degne d' Ercole, e di Apollo, per somiglianti intraprese renduti chiari, e famosi, e secondo il costume della Gentilità infra gli Dei collocati. D' Ercole, oltre altre storie, e notizie di simili operazioni, narra Pausania nelle cose d' Arcadia, che con una fossa di 50. stadj, che sono sei miglia, ed un quarto, che fece sotto un monte, seccò una palude de' Feneati; e di Apollo fu detto:

Cynthius expletae statuit monimenta lacunae.

Orazio nel principio della Poetica chiama opera regia quella di Caio Giulio Cesare:

Debemus morti nos, nostraque, sive receptus
Terra Neptunus classes Aquilonibus arcet,
Regis opus, sterilisque diu palus, aptaque remis
Vicinas urbes alit, & grave sentit aratrum;
Seu cursum mutavit iniquum frugibus amnis,
Doctus iter melius.

Cornelio Cetego seccò le paludi Pontine, come accenna Floro al libro 46. Pontinae paludes a Cornelio Cethego, cui ea Provincia evenerat, siccatae, agerque ex his factus, *le quali poi rimpaludite volle riseccare Ottavio; de' pensieri del quale parlando Svetonio:* Siccare Pontinas paludes, emittere Fucinum lacum, viam munire a mari Supero per Apennini dorsum ad Tyberim usque, perfodere isthmum. *E le riseccò ultimamente Teodorigo Re de' Goti, in oggi ritornati paduli. Accenna Ovidio ne' Fasti essere stato padule, ove allora, e dove ora è Roma.*

Hic ubi nunc fora sunt, udae tenuere paludes,
Amne redundatis fossa madebat aquis.
Curtius ille lacus, siccas qui sustinet aras,
Nunc solida est tellus, sed fuit ante lacus.
Qua Velabra solent in Circum ducere pompas,
Nil praeter salices, crassaque canna fuit.

Somigliantemente dove posta è ora questa Città di Firenze, al tempo del passaggio d' Annibale erano probabilmente paduli; siccome da Polibio al libro terzo, e da Livio al ventesimo secondo si può vedere indicato. Conciossiacosachè essi affermano (benchè il detto sia per avventura a molte, e gravi difficoltà sottoposto) che Annibale dopo tre, o quattro giorni di faticoso, e periglioso viaggio per le paludi della Toscana da Piacenza giunse a Fiesole, essendo in Arezzo il Romano Console Flaminio; e cavalcando sopra un Elefante vi perdè un occhio; e si dice da Polibio, che questi paduli erano vicino a Fiesole,

sole, che pare, che fossero al dì sotto; imperciocchè di sopra parla Livio: Regio erat in primis Italiae fertilis, Etrusci campi, qui Foesulas inter, Arretiumque jacent, frumenti, ac pecoris, & omnium copia rerum opulenti; *e par verisimile, che tagliato il monte della Golfolina, si asciugassero i paduli, e si facesse il piano di Firenze; come da altre conietture confermar si potrebbe; benchè di ciò non s' abbia istorie, e notizie certe, e sicure. Questi asciugamenti di paludi per derivazione, o per colmazione si trovano frequenti in molte parti del mondo, e sono stati pensiero, ed opera di savi, e magnanimi Principi; onde Svetonio di Cesare Augusto:* Ad coërcendas inundationes alveum Tyberis laxavit, ac repurgavit completum olim ruderibus, aedificiorum prolapsionibus coarctatum. *Il che potrebbe servire di avvertimento a quelli ingegneri, che pretendono di rimediare alle inondazioni con ristrignere gli alvei, ed i letti de' fiumi, e non con allargarli. Simili grandi, e degni pensieri hanno avuto ancora le più famose Regine. Lo leggbiamo di Semiramide in Properzio al libro terzo nella nona elegia:*

Persarum statuit Babylona Semiramis urbem,
 Ut solidum cocto tolleret aggere opus,
Et duo in adversum misit per moenia currus.
 Ne posset tacto stringere ab axe latus.
Duxit & Eufratem medium, qua condidit arces.

Narra Erodoto della stessa Semiramide nella Clio, che arginò mirabilmente il fiume Eufrate, che allagava, ed impaludiva tutta la pianura adiacente. Ma più viene commendata dallo stesso Istorico la Regina Nitocre per l' opera maravigliosa, e stupenda, che ella fece nello stesso fiume, la quale mi piace di raccontare colle parole stesse del sopraddetto lodato Autore: Primieramente il fiume Eufrate in maniera ridusse tortuoso, che da primo correva diritto, scorrendo di mezzo la loro Città, cavando di sopra fossi, talchè tre volte arriva scorrendo, ad un castello dell' Assiria. Il nome del castello, dove arriva l'Eufrate, è Ardericca. E quelli, che ora sono condotti da questo mare a Babilonia, navigando pel fiume Eufrate, tre fiate approdano a questo medesimo castello, e in tre giorni. E questa lo fece così. Dall' una sponda, e l' altra del fiume alzò un argine degno d' ammirazione; tale è la sua grandezza, e l' altezza. Molto sopra Babilonia scavò alla palude uno scolo, alquanto tirando a traverso dal fiume, pel profondo sempre scavando fino all' acqua; e per la larghezza (tacendosene il suo circuito) di quattrocento venti stadj. La terra scavata da questa fossa consumò terrapienando le sponde del fiume, e poichè fu fatta questa fossa, conducendo pietre fece intorno intorno un orlo; e fece queste due cose, il fiume torto, e tutto il fosso stagno, acciocchè e il fiume si facesse più lento, rotto in molte rivolte, e le navigazioni per Babilonia fossero oblique, e dalle navigazioni succedesse un giro lungo di sta-

stagno. In quella parte del paese fece il lavoro, dove erano le imboccature, e le scorciatoie del viaggio da' Medj, acciocchè praticando non risapessero i suoi negozj. E queste cose dal profondo pose intorno: e ne venne un tale intramesso, essendo due parti della Città, e il fiume tenendo il mezzo di quella. A tempo de' passati Re, quando uno voleva da una parte passare all' altra, bisognava passar la nave, ed era ciò come mi pare, cosa fastidiosa, e questa ci provvedde, poichè quando ella scavò lo scolo al padule, lasciò quest' altra memoria nel medesimo lavoro. Tagliò pietre larghissime, e quando poi ell' ebbe le pietre approntate, e il luogo scavato, volgendo la corrente tutta del fiume nel luogo scavato, in quello che questo s' empieva, seccato l' antico letto non solo le sponde del fiume, che erano dentro alla Città, e le scese, che portano dalle porticelle del fiume, con mattoni cotti alzò, conforme alle mura, ma ancora nel mezzo massime della Città con pietre da lei cavate fabbricò il ponte, legando le pietre con ferro, e piombo, e stendeva sopra questo ponte quando era giorno legni quadri, sopra i quali passavano i Babilonesi, e le notti levavano questi legni, a fine che andando in giù, e insù la notte non si rubassero l' un l' altro. Ma quando lo scavo fu fatto stagno, pieno dal fiume, e le cose del ponte aggiustate, trasse fuora dallo stagno nell' antico letto il fiume Eufrate, e così lo scavo essendo divenuto palude, parve che fusse fatto opportunamente, e il ponte venne fabbricato per l' uso de' Cittadini.

Io mi do a credere, che non vi sarà alcuno, che molto non lodi, ed approvi questo gran pensiero, e ben degno d' una grande, e magnanima Regina; qual sembra essere stato pensato, e consigliato da valenti mattematici, ed eccellenti, e sommi architetti, e dimostra, che le tortuosità de' fiumi, sebbene il più delle volte scomode, e dannose alle campagne, per la corrosione delle ripe, e dispendio nel difenderle, e per altre ragioni; sono talora utili anzi che no, come avvisa anche il Galileo nella lettera del fiume Bisenzio; ed il Viviani. E di vero noi veggiamo talora per lo addirizzamento dell' alveo di un qualche fiume scemarsi la navigazione; ed io generalmente lascerei le tortuosità nella distanza dal mare, e le leverei nella vicinanza, lasciando però sempre la stessa latitudine dell' alveo, o piuttosto crescendola quanto più il fiume al mar si avvicini; perciocchè ivi cresce la quantità delle acque, che per rivi, e fiumi in esso sboccano, e scema il declive del terreno. E quì non mancherebbero esempi de' tempi antichi, e moderni di simil grandi intraprese, intorno all' acque, ed a' fiumi, di Monarchi e di Regi, e Principi, e Repubbliche famose, ed illustri; e quelle, che si vedono nella Toscana, operate da' nostri savi, e Clementissimi Regnatori a benefizio de' loro devotissimi sudditi non sarebbero a niune altre inferiori. Ma giacchè da tutti si vedono, e se ne prova l' utilità, tacendole per ora in questo luogo, vorrei, che dopo d' aver consi-

de-

ſiderate le mutazioni dell' arte, conſideraſſimo quelle della natura, intorno all' acque, ed a' fiumi. Il che parendomi, che molto bene conſideraſſe, e deſcriveſſe Ariſtotile nel libro primo delle Meteore nel capo 14. *ho ſtimato bene di appreſſo traſcriverlo:*

Non ſempre però i medeſimi luoghi della terra ſono o acquoſi, o aſciutti, ma ſi mutano giuſta le produzioni, e le mancanze de' fiumi; perciò e tra rerra, e ſul mare ſeguono delle mutazioni; e non ſempre quella ſeguita ad eſſer terra, e queſto mare in ogni tempo; ma ſi fa mare, dove era aſciutto; e dove ora è mare, di nuovo quivi ſi fa terra. Biſogna repurare però farſi queſte coſe ſecondo un certo ordine, e periodo. Ma l'origine di queſte coſe, e la cagione ſi è, che l' interno della Terra, come i corpi delle piante, e degli animali, ha il ſuo colmo, e la ſua vecchiezza. Ma a queſti non ſegue ciò parte per parre, ma è uopo, che tutto a un tratto ſieno nel colmo, o diano giù. Ma nella Terra ciò ſi fa a parte a parte, a cagione del freddo, e del caldo. Queſte coſe adunque vanno creſcendo, e ſcemando per amor del Sole, e per la ſua rivoluzione; e perciò le parti della Terra prendono differente virtù, talchè fino a un tal tempo poſſono durare acquidoſe, dipoi s' aſciugano, e s' invecchiano, e altri luoghi ſi ravvivano, e ſi fanno per una parte acquidoſi. E certamente è neceſſario, che divenendo aſciutte le campagne, i fonti ſi ſecchino; accadendo queſte coſe, che i fiumi primieramente di grandi divengan piccoli, e dipoi finalmente ſecchi. Ma mutandoſi i fiumi, e quindi diſtruggendoſi, e generandoſene proporzionalmente in altri luoghi, è neceſſario murarſi il mare; poichè dove ſpinto da' fiumi ſoprabbondò, ritirandoſi è forza, che ſi faccia l' aſciutto: dove poi abbondando di correnti ſi ſeccava interrando, di nuovo quivi s' impaduliſca. Ma per lo farſi ogni fiſica generazione alla Terra appartenenre appoco appoco, e in lunghiſſimi tempi riſpetto alla noſtra vita, queſte coſe, ſenza che uom ſe ne avvegga, ſon fatte, e prima avvengono le morti, e i disfacimenti d' interi popoli, che ſi rammemori la murazione di tali coſe dal principio alla fine. In vero adunque ſi fanno grandiſſimi guaſtamenri, e velociſſimi nelle guerre: alrri per infermità, altri poi per iſteriliradi: e in queſti alcuni grandi, altri in piccola parte; talchè ſono ignote anco le traſmigrazioni di tali nazioni, perchè alcuni abbandonano i paeſi, alcuni alrri poi ſtannovi fino adeſſo, finchè il paeſe non poſſa più nutrire veruna moltitudine. Dal primo abbandonamento adunque ſino all' ultimo conviene, che ſianvi lunghi tempi, ſicchè niuno ſe ne ricordi: ma eſſendo anco ſalvi quei, che ſon rimaſi, per la moltitudine del tempo vengono ad andare in dimenricanza. Nella medeſima guiſa è uopo giudicare eſſere ignore anco l' abitazioni, quando da prima furono fatte a ciaſcun popolo ne' luoghi mutati, e divenuti aſciutti di paduloſi, e acquoſi. Concioſ-

ſia-

ſiachè quivi a poco per volta in molto tempo ſi fa accreſcimento; di manieracne non v' ha ricordanza chi prima, e quando, e in qual coſtituzione di luoghi vi veniſſe: come accadde ancora all' Egitto. Poichè queſto luogo ſembra divenir ſempre più aſciutto, e tutto il paeſe eſſere una colmata del Nilo; e perchè, appoco appoco ſeccati i paduli, i vicini vennero ad abitarvi, la lunghezza del tempo tolſe la memoria del principio. Appare adunque anco tutte le foci, fuori che quella di Canopo, eſſere fatte a mano, e non eſſere del fiume; e anticamente l' Egitto eſſere ſtato chiamato Tebe. E lo manifeſta anco Omero, per così dire, moderno riſpetto a queſte mutazioni. Concioſſiachè fa menzione di tal luogo, come ſe Menfi non per anco vi fuſſe ſtato punto, o non tanto grande. E ciò ſta bene, che accada così; poichè i luoghi baſſi furono abitati poſteriormente a' luoghi alti. Concioſſiachè i luoghi paduloſi per più tempo è forza, che ſieno i più vicini alli interrimenti, per lo ſtagnare ſempre più negli eſtremi; ma queſti ſi mutano, e sì ſi fanno fertili, poichè aſciugandoſi, i luoghi vengono a ſtar bene, ma i ben temperati di principio, aſciugandoſi fuor di modo, divengono allora peggiori; lo che accadde in Grecia, e intorno al paeſe degli Argivi, e de' Micenei; poichè quello degli Argivi al tempo de' Troiani, per eſſer paludoſo, pochi poteva alimentare, e il Miceneo ſtava bene, perciò era più onorato, e ora è al contrario per la detta cagione. Concioſſiachè queſto è fatto ſterile, e aſciutto affatto; e i luoghi dell' altro che per lo impaludire erano allora ſterili, ora ſono divenuti utili. Siccome adunque accadde in queſto luogo piccolo, il medeſimo convien reputare, che accada anco intorno a' luoghi grandi, e a' paeſi interi. Quegli adunque, che riguardano al poco, reputano eſſer cagione di tali accidenti la mutazione dell' Univerſo, come ſe foſſe alterabile il Cielo. Laonde dicono il mare divenir minore, come diſſeccandoſi, perchè più luoghi di prima ſembrano aver ciò patito di preſente. Ma di queſte coſe parte ſon vere, parte non vere. Poichè più in vero ſono quelli, che prima erano acquoſi, e ora ſono interriti. Ma anco al contrario, poichè ſpeſſe fiate riflettendoci troveremo eſſere ſopravvenuto il mare. Ma non biſogna reputare eſſere cagione di ciò la generazione del mondo: concioſſiachè è coſa ridicola per piccole, e momentanee mutazioni muovere l' Univerſo; e la mole, e grandezza della Terra non è nulla affatto riſpetto a tutto il Cielo. Ma di tutte queſte coſe biſogna reputar cauſa il farſi in tempi deſtinati; come nelle ſtagioni dell' anno l' inverno, così in un gran giro di tempo un grande inverno, e un eceſſo di piogge, e queſto non ſempre ſecondo i medeſimi luoghi, ma come il diluvio detto Deucalioneo; poichè queſto principalmente fu intorno alla Grecia, e in eſſa circa alla Grecia antica, che è intorno a Dodone, e Acheloo; poichè queſto in molti luoghi mutò le correnti, perchè abi-

abitavan quivi i Selli, e quelli, che allora si chiamavano Greci, e ora Elleni. Adunque allorchè segue tale eccesso di piogge, bisogna credere, che per molto tempo basti, siccome ora dell' essere tutti i fiumi alcuni sempre correnti, alcuni no, vi è chi dice esserne causa la grandezza delle caverne sotterranee, ma noi dichiamo la grandezza de' luoghi alti, e la densità, e la freddezza de' medesimi, poichè queste e ricevono, e conservano, e producono molt' acqua. Ma tutti que' fiumi, a' quali sovrastano piccole moli di monti, o rade, e pietrose, e argillose, mancano, nella maniera che è necessario credere, che per quelli, ne' quali si farà tal affluenza d' umore, sempre scorrendo, si facciano perenni le umidità de' luoghi: e col tempo quelli appariscono farsi più aridi, e questi, che sono acquosi, meno, finchè ricevano il medesimo periodo. Ma poichè è forza farsi qualche mutazione del tutto (non mica generazione, o corruzione, poichè sta fermo l' Universo) è forza, siccome noi diciamo, non esser sempre i medesimi luoghi pel mare, e pe' fiumi umidi, o sempre secchi. E lo manifesta il fatto stesso; poichè gli Egiziani, che noi dichiamo essere i più antichi del mondo, il loro paese tutto apparisce posticcio, ed essere opera del fiume, e massime guardando il paese stesso, è manifesto; e ne sono sufficiente argomento l' adiacenze del mar Rosso. Poichè un certo Re tentò di tagliarlo, perchè vi sarebbero non picciole utilità, fatto navigabile tutto quel luogo. Si dice, che Sesostri fu il primo degli antichi, che tentasse ciò: ma trovò essere il mare più alto della terra. Per questo egli primo, e dopo Dario lasciò stare di tagliare, per non guastare il corso del fiume mescolandovi il mare. Adunque è manifesto, che tutti questi luoghi erano un mare continuato. Perciò i luoghi intorno alla Libia Ammonia appaiono più bassi, e più cavi a proporzione del paese inferiore. Conciossiachè è manifesto, che fatto l'interrimento, vien fatto palude, e terreno. Col tempo poi l' acqua quivi rimasa, o stagnante seccatasi, già si annichila. Ma anco i contorni della palude Meotica crebbero per l' alluvione de' fiumi, tanto che navi per grandezza molto minori vi navighino ora per mercantare, che 60. anni fa. Talchè da questo è facile l' argumentare, che a principio, siccome molte paludi, così anco questa è opera de' fiumi; e che finalmente è necessario, che tutta si secchi.

Inoltre il Bosforo sempre fluisce, perchè sempre deposita, e si può anco vedere ocularmente, in che modo tali cose accadano. Poichè quando la corrente, che veniva dall' Asia faceva ripa, si fece la palude deretana, piccola da principio, di poi si asciugò. Dopo questa un' altra ripa diversa da questa, e da questa una palude: e questo sempre così accade similmente. E fatto ciò molte volte, è forza che col processo di tempo si faccia come un fiume, e che finalmente si secchi. E' chiaro adunque,

que, poichè il tempo non vien meno, e l' universo è eterno, che nè la Tana, nè il Nilo sempre fluirono, ma che una volta era asciutto il luogo, onde eglino scorrono. Conciossiachè l'opera loro ha termine, il tempo non l' ha. E similmente questo anco negli altri fiumi converrà dire. Ma se i fiumi si generano, e si perdono, e non sempre i medesimi luoghi della terra sono acquosi, anco il mare è necessario, che parimente si muti. Ma il mare di quà ritirandosi, di quà inondando sempre, è certo, che di tutta la Terra i luoghi non son sempre i medesimi, e che questi son mare, quelli terra; ma col tempo si muta ogni cosa. Perchè dunque non sempre i medesimi luoghi o si colmino di terra, o sieno navigabili, o per qual causa queste cose accadano, si è detto; similmente anco perchè de' fiumi alcuni son perenni, alcuni no.

Dopo il racconto suddetto d' un insigne rinomato Filosofo dell' Antichità, di Geometria intendentissimo, qual sembrami molto buono, e giudizioso, salvo che nella falsa opinione dell' eternità del mondo; mi piace d' addurne un altro simile, e sopra la stessa materia di un eccellente Storico, quale si è Polibio nel 4. libro della sua Storia, ove dice così: Ma che la Meotide, e 'l Ponto continovamente sgorghino fuori, due sono le cagioni; una invero naturale, è a tutti manifesta, perchè molti fiumi entrando nel circuito di vasi determinati, sempre più, e più l' acqua si accresce; che se non avessero scolo, bisognerebbe, che sempre s' alzassero, e maggiore, e più ampla cavità occupassero. Ma essendovi gli scoli è d' uopo, che ciò che ridonda, e avanza, scorrendo fluisca, e corra continovamente per le bocche, che vi sono. L' altra si è, perchè molta terra, e d' ogni sorta portando nelle predette cavità i fiumi, giusta l' abbondanza delle piogge, spremuta l' acqua dalla terra ammontatavi, sempre viene ad alzare, e scorre nel medesimo modo per gli scoli che vi sono. E portandosi da' fiumi terra, e acqua continovamente, e senza mai cessare, è necessario ancora, che continovo sgorgo, e senza cessare si faccia per le bocche. E queste sono le vere cagioni dello sgorgare fuori il Ponto, che non accattano fede dalle narrazioni de' mercanti, ma dalla contemplazione naturale, di cui non è agevole il trovarne una più accurata. E poichè siamo giunti a questo luogo, niente è da tralasciarsi ozioso, nè anco delle cose poste nella stessa natura, siccome sono stati soliti di fare i più degli storici; ma alla narrazione sarà bene aggiungere la dimostrazione, acciocchè niente delle cose ricercate lasciamo dubbioso agli studiosi; poichè questo è proprio di questi tempi presenti, ne' quali essendosi il tutto renduto viaggiabile, e navigabile, non istà bene servirsi per testimonj delle cose, che si ignorano, de' poeti, e de' favoleggiatori, siccome fecero per lo più quelli avanti a noi, citando nelle cose dubbie autori poco fedeli secondo Eraclito; ed è da sforzarsi per la stessa storia acquistare sufficiente credenza di veduta pres-

preſſo gli uditori. Dichiamo dunque, che quel luogo s'interriſce, e già da un pezzo, e ora di preſente; e col tempo interrirà affatto, e la Meotide, e queſto, durando la ſteſſa ſituazione d'intorno a que' luoghi, e operando continovamente le cauſe dell' interrimento. Poichè eſſendo il tempo infinito, e le cavità in tutto, e per tutto determinate, è chiaro, che quantunque ciò che vi è portato ſia poco, col tempo s'empiranno, conciossiachè così è determinato per natura, che ſe alcuna coſa finita in tempo infinito ſi genera continovamente, o ſi corrompe, benchè ſi faccia appoco appoco (poniamo ora così) è neceſſario che ſi termini per lo continuo arrogere. Ma quando non appoco appoco, ma molta terra vi ſi porti, è manifeſto, che non una volta al fine, ma preſto avverrà, che e' ſi faccia, ciò che da noi ora ſi diceva; anzi appariſce, che e' ſi fa. E certamente accade che la Meotide s' interriſce; poichè nelle più parti di eſſa è ſette, e anco cinque orgie fonda. Perlochè non è poſſibile il navigarla alle gran navi ſenza guida. Ed eſſendo da principio queſta un mare confluente col Ponto, come concordano gli Antichi, ora è una palude dolce, cacciato via il mare dalle alluvioni, e prevalendo lo ſcarico de' fiumi. Il ſimile ſarà anco nel Ponto, e ora già ſegue; ma a' più non appariſce gran fatto, ſtante la grandezza dell' alveo. Ma a quei, che vi badano punto punto, anco adeſſo il fatto è manifeſto. Poichè sboccando l' Iſtro con molte bocche dall' Europa nel Ponto, a queſto quaſi per 125. miglia accade, che e' ſi compone una ſtriſcia lontana da terra una giornata, e ora giornalmente queſta creſce dalla mota, che vien portata dalle bocche, dal che ancora i naviganti del Ponto correndo in alto mare imprudentemente battono di notte in queſti luoghi, che i marinari chiamano *petti*. Ma che queſto argine ſi formi non vicino a terra, ma per lo più ſia la mota ſpinta avanti, ſi dee credere queſta eſſerne la cagione. Poichè in quanto le correnti de' fiumi per la forza del corſo prevalgono, e ſoſpingono il mare, intanto è forza, che anco la terra, e tutte le coſe portate dalle correnti ſieno ſoſpinte innanzi, e non ricevano indugio, nè poſa alcuna; e quando per la profondità, e abbondanza del mare già perdono di forza le correnti, allora è ragionevole naturalmente, che la terra, portata a baſſo, riceva ritardamento, e fermezza. Per queſto gl' interrimenti de' rapidi, e gran fiumi interrano lontano: e vicino a terra il mare è profondo, ma de' fiumi piccoli, e che dolcemente corrono, vicino alle foci medeſime s' innalzano i dorſi. E queſto maſſimamente ſi fa manifeſto nell' abbondanza delle piogge; poichè allora anco i piccoli fiumi prevalendo alle onde circa alla foce, tanto innanzi nel mare ſpingono la terra, che a proporzione di ciaſcuno ſi fa l' allontanamento ſecondo la forza de' fiumi influenti. La grandezza della detta ſtriſcia, o in univerſale la copia delle pietre portate, e de' legni, e della terra venu-

 ta

ta da' fiumi in niun modo è incredibile, perchè sarebbe cosa sciocca il dubitarne, vedendosi cogli occhi, che un ordinario torrente in poco tempo spesso scava, e taglia luoghi alti, portando ancora ogni genere di materia, e di terra, e di pietre, e facendo tali interrimenti, che talvolta rende diversi, e in verun modo ricognoscibili i luoghi medesimi in breve tempo. Per le quali cose non è da maravigliarsi, come sì gran fiumi continovamente scorrendo facciano alcuna delle predette cose, nè se in fine empieranno il Ponto; poichè non probabile, ma necessario essere ciò apparirà secondo un giusto raziocinio. Segno poi del futuro, è, che quanto ora la Meotide è più dolce del mar Pontico, tanto si vede apertamente differente il mar Pontico dal nostro. Dal che è manifesto, che quando il tempo, nel quale accada esser piena la Meotide, averà al tempo la stessa proporzione, la quale ha la grandezza dell' alveo, all' alveo, allora accaderà, che anco il Ponto si faccia dolce, e paludoso, e stagnante, come la Meotide; anzi tanto più presto è da credersi in quello, quanto maggiori, e più sono le correnti de' fiumi, che si scaricano in esso. Queste cose adunque sieno dette contro quelli, che non credono, che se il Ponto s' interra anco di presente, accaderà una volta, che s' empirà, e diverrà padule, e luogo umido. E molto più sia ciò detto anco per amor della falsità de' naviganti, e della loro cupidigia di contar miracoli, acciocchè ad ogni detto non siamo forzati a stare a bocca aperta puerilmente per poca sperienza; ma avendo alcuni vestigj di verità, da essi possiam giudicare il detto di chicchessia, se è vero, o il contrario.

Il racconto di Polibio valente istorico, e molto di Geometria intelligente, come si ravvisa in questo, ed in altri luoghi delle sue Storie, è molto conforme al divisamento di Aristotile nel luogo sopra allegato, ed alla verità, e alla ragione, quantunque il mar Pontico si riempia più adagio di quello, che per avventura egli aveva divisato, come nota il Busbechio nelle sue lettere. Ed ora dopo le osservazioni di un sommo Filosofo, e di un grande Storico intorno alle mutazioni de' fiumi, e de' mari, e dell' acque, per ciò confermare col parere d' ogni genere d' uomini dotti, addurrò quello, che ne dice un insigne Poeta, quale si è Ovidio, nel decimo quinto libro delle sue Trasformazioni.

Vidi ego, quod fuerat quondam solidissima tellus,
Esse fretum; vidi fractas ex aequore terras.
Et procul a pelago conchae jacuere marinae,
Et vetus inventa est in montibus anchora summis;
Quodque fuit campus, vallem decursus aquarum
Fecit, & eluvie mons est deductus in aequor,
Eque paludosa siccis humus aret arenis,
Quaeque sitim tulerant, stagnata paludibus hument.
Hic fontes natura novos emisit, at illic

Clau-

Clausit, & antiquis tam multa tremoribus orbis
Flumina prosiliunt, aut excoecata residunt.
Sic ubi terreno Lycus est epotus hiatu,
Existit proculhinc, alioque renascitur ore:
Sic modo combibitur, tecto modo gurgite lapsus
Redditur Argolicis ingens Erasinus in arvis,
Et Mysum capitisque sui, ripaeque prioris
Poenituisse ferunt: alia nunc ire Caycum,
Nec non Sicanias volvens Amenanus arenas
Nunc fluit, interdum suppressis fontibus aret.
Ante bibebatur, nunc quas contingere nolis
Fundit Anigros aquas: postquam (nisi vatibus omnis
Eripienda fides) illic lavere bimembres
Vulnera, clavigeri quae fecerat Herculis arcus.
Quid? non & Scythicis Hyspanis de montibus ortus
Qui fuerat dulcis, salibus vitiatur amaris?
Fluctibus ambitae fuerant Antissa, Pharosque;
Et Phoenissa Tyros; quarum nunc insula nulla est.
Leucada continuam veteres habuere coloni,
Nunc freta circumeunt; Zancle quoque juncta fuisse
Dicitur Italiae: donec confinia pontus
Abstulit, & media tellurem reppulit unda.
Si queras Helicem, & Burin Achaidas urbes
Invenies sub aquis, & adhuc ostendere nautae
Inclinata solent cum moenibus oppida mersis.
Est prope Pytthean tumulus Troezena, sine ullis
Arduus arboribus, quondam planissima campi
Area, nunc tumulus: nam (res horrenda relatu)
Vis fera ventorum, caecis inclusa cavernis
Expirare aliqua cupiens, luctataque frustra
Liberiore frui coelo, cum carcere rima
Nulla foret toto, nec pervia flatibus esset,
Extentam tumefecit humum; ceu spiritus oris
Tendere vessicam solet, aut derepta bicorni
Terga capro: tumor ille loco permansit, & alti
Collis habet speciem, longoque induruit aevo:

Fin quì il Poeta delle mutazioni dell' acque, e della terra, ed in confermazione di ciò Lattanzio: Possum enumerare quoties repentinis quassatae motibus vel hiaverint terrae, vel descenderint in abruptum: quoties demersae fluctibus & urbes, & insulae abierint in profundum, frugiferos campos paludes inundaverint, flumina, & stagna siccaverint. *E Seneca*

nel fine della consolazione a Marcia: Nam si potest tibi solatio esse desiderii tui commune fatum, nihil, quod stat, loco stabit. Omnia sternet, abducetque secum vetustas nec hominibus solum (quota enim ista fortuitae potentiae portio est?) sed locis, sed regionibus, sed mundi partibus ludet: tot supprimet montes, & alibi rupes in altum novas exprimet: maria sorbebit, flumina avertet, & commercio gentium rupto, societatem generis humani, coetusque dissolvet. *Sin quì Seneca, e bisogna confessare con Manilio che:*

Omnia mortali mutantur lege creata,
Nec se cognoscunt terrae vertentibus annis.

Strabone, al libro primo, molto parla, e ragiona di sì fatte mutazioni, delle quali molte, e grandi si trovano negli antichi Scrittori. L' Isola di Circe, ora detta Monte Cercelli, non è più isola, ma alla terra congiunta. La Sicilia non era in antico divisa dall' Italia; e così Abila, e Calpe allo stretto di Gibilterra, il quale in antico, rotto dall' Oceano, cuoprì, ed empì di mare lo spazio, che è fra l' Affrica, e l' Italia, e mar Mediterraneo si addimanda, il che accenna Platone, per tralasciare altre molte minori mutazioni di terre, e di mari, e di fiumi, che nelle remote, e nelle vicine parti del mondo si vedono a' nostri tempi, o si narrano nelle antiche storie, delle quali cosa lunga sarebbe, e tediosa il ragionare in questo luogo; che però tralasciando tale inchiesta si dirà per me brevemente poche cose sopra gli Autori della presente Raccolta. Ed incominciando dal primo, che è il più antico, e più famoso, cioè Archimede, egli fu Siracusano, e visse, e fiorì sotto Tolomeo Evergete nella Olimpiade 142. *cioè avanti il nascimento del nostro sommo liberatore Gesù Cristo* 221. *anno, e fu chiamato da Livio* unicum Coeli, siderumque spectatorem. *Cicerone, il qual con somma letizia ritrovò il suo sepolcro, nel primo delle questioni Tusculane lodando lui, e la sua maravigliosa sfera ebbe a dire:* Nam cum Archimedes Lunae, Solis, quinque errantium motus in sphaeram illigavit, effecit idem, quod ille qui in Timeo mundum aedificavit Platonis Deus, ut tarditate, & celeritate dissimillimos motus una regeret conversio. Quod si in hoc mundo fieri sine Deo non potest; ne in sphoera quidem eosdem motus Archimedes sine divino ingenio potuisset imitari. *Sopra questa sfera d' Archimede vi è il famoso epigramma di Claudiano:*

Juppiter in parvo cum cerneret aethera vitro,
Risit, & ad Superos talia dicta dedit:
Huccine mortalis progressa potentia curae?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legesque Deorum
Ecce Syracusius transtulit arte Senex
Inclusum variis famulatur spiritus astris,

Et

Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium mentitus fignifer annum,
Et fimulata novo Cynthia menfe redit.
Jamque fuum volvens audax induftria mundum,
Gaudet, & humana fidera mente regit.
Quid falfo infontem tonitru Salmonea miror?
Æmula naturae parva reperta manus.

Tertulliano parco, e fcarfo lodatore di tutti li Scrittori Gentili, benchè di fama, e di ingegno famofiffimi, molto loda, e commenda un altra invenzione di Archimede, e l' adatta alla fpiegazione dell' unità dell' anima: Specto portentofiffimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia fonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum: & unica moles erant omnia. *Le lodi poi, che danno ad Archimede tutti li primari Scrittori Greci, e Latini, e per la sfera fuddetta, e per aver folo tirato in mare una gran nave fatta fabbricare in un anno dal Re Jerone da 300. maeftri, ed altri fervi, la quale è defcritta da Ateneo, e non fu moffa da un gran popolo: e per la lunga, e maravigliofa difefa, che fece alla patria Siracufa contro l' armi, e le navi del famofo Romano duce Marcello, e per le altre fue opere, e per gli fuoi ammirabili ritrovamenti; fono tante, e sì grandi, che richiederebbero tempo, e lunghezza a raccontarle, e raccorle. Ma chiunque ne aveffe vaghezza, può vederle in Polibio, ed in Livio, ed in Tullio, ed in Plutarco, ed in molti altri Autori; benchè fono ancora in parte raccolte da David Rivalto nell' edizione delle fue opere rimafe, e confervate dopo due mila anni dall' ingiuria del tempo. Il perchè mi pare di poter ficuramente affermare, che non fi trovi in niuna fcienza alcun Latino, o Greco, o altro fcrittore così lodato comunemente, e generalmente da tutti, come quefto noftro. Ippocrate, Platone, Ariftotile, Virgilio, e Cicerone, ed altri Autori a quefti fomiglianti, meritano, ed hanno fomma, ed immenfa lode dagli Scrittori; ma non mancano loro detrattori ne' tempi antichi, e ne' moderni, ed in tutte le lingue. Di Archimede poi non trovo fe non plaufo, e lodi in tutti grande, ed univerfale. Solo fra gli antichi trovo Poffidonio, che non gli credeva intorno alla figura dell' acqua; che però ne viene riputato pazzo da Strabone, il qual dice, che non effendo mattematico doveva credere a lui grande in quefta arte, e non a certi volgari architetti. Fra' moderni Giufeppe Scagliero lo riprende ridicolofamente, perchè adoperaffe numeri nella Geometria; onde a ragione ne viene afpramente riprefo, e manifeftamente convinto da Adriano Romano. Pappo Aleffandrino annovera quaranta invenzioni, o ritrovamenti meccanici di Archimede; onde fi comprende efferfi la maggior parte perduti; quantunque quella della sfera, e del cilindro, che fi trovò fcolpita nel fuo fepolcro, pare, che anche egli fteffo ftimaffe la più de-*

degna, e la migliore. Fra gli altri ritrovamenti di Archimede fu sempre stimato bello, ed ingegnoso quello, per cui conobbe quanto argento, ed oro era mescolato nella corona d'oro fatta fabbricare dal Re Jerone, dall'artefice ingannato. Il che parmi di raccontare colle parole di Vitruvio: Archimedis vero cum multa miranda inventa, & varia fuerint ex omnibus etiam infinita solertia id quod exponam, videtur eo se expressum nimium. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate rebus bene gestis cum auream coronam votivam Diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locavit faciendam, & aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus opus manufactum subtiliter, regi approbavit, & ad sacoma pondus coronae visus est praestitisse. Posteaquam indicium est factum, dempto auro tantundem argenti in id coronarium opus admixtum fuisse, indignatus Hiero se contemptum, neque inveniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, ut in se sumeret de eo cogitationem. Tunc is cum haberet ejus rei curam, casu venit in balneum, ibique cum in solium descenderet animadvertit quantum corporis sui in eo insideret, tantum aquae extra solium effluere. Itaque cum ejus rei rationem explicationis offendisset, non est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, & nudus vadens domum versus significabat clara voce id in venisse, quod quaereret; nam currens identidem Graece clamabat: εὕρηκα, εὕρηκα. Tum vero ex eo inventionis ingressu duas dicitur fecisse massas aequo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra implevit aqua, inquo demisit argenteam massam, cujus quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquae effluxit. Ita exempta massa quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra aequaretur. Ita ex eo invenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquae mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, et ea exempta eadem ratione mensura addita invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore, eodem pondere auri massa esset, quam argenti. Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquae defluxisse in coronam, quam in auream eodem pondere massam; & ita ex eo, quod plus aquae defluxerat in coronam, quam in massam, ratiocinatus deprehendit argenti in auro mixtionem, & manifestum furtum redemptoris. *Da ciò nacque peravventura l'occasione del Trattato, che fece Archimede delle cose, che stanno nell'acqua, il quale fu poi dopo tanti secoli illustrato dal Galileo col trattato delle galleggianti; e l'uno, e l'altro conferiscono molto alla cognizione, ed alla scienza dell'acque, e de' fiumi; e tal dottrina di Archimede, e del Galileo pare, che intendesse anche Ovidio, quando disse l'acque del Ponto, per lo ingresso, e per lo sboccamento*

in

in esso di 40. fiumi esser più dolci, e più leggiere dell' altre acque del mare;

Copia tot laticum, quas auget, adulterat undas,
Nec patitur vires aequor habere suas.
Innatat unda freto dulcis, leviorque marina est,
Quae proprium mixto de sale pondus habet:

Seneca eziandio nel libro terzo al cap. 25. delle naturali questioni pare, che l' intendesse: Si aqua gravior est, leviorem rem, quam ipsa est, fert; & tanto supra se extollit, quanto erit levior. At si aquae, & ejus rei, quam contra pensabis, par pondus erit, nec pessum ibit, nec extabit, sed aequabitur aquae, & natabit quidem, sed paene mersa, ac nulla eminens parte. Hoc est cur quaedam tigna supra aquam paene tota efferantur; quaedam ad medium submissa sint: quaedam ad aequilibrium aquae descendunt. Nam cum utriusque pondus par est, neutra res alteri cedit, graviora descendunt: leviora gestantur; grave autem, & leve est non existimatione nostra, sed comparatione ejus, quo vehi debet. Itaque ubi aqua gravior est hominis corpore, aut saxi, non finit id, quo non vincitur, mergi.

Ma ritornando all' opere d' Archimede, le quali non erano mai lette dal gran Linceo senza infinita maraviglia, e stupore sono queste, che accennerò appresso.

Della sfera, e del cilindro, *ovvero delle dimensioni di essi corpi tanto per la superficie, che per la solidità. Il che egli fece con un metodo ingegnosissimo per iscrizione di coni entro la sfera, e fu il primo, che trovasse, la proporzione del cilindro alla sfera in se compresa essere sesquialtera, cioè come tre a due, prendendo per superficie del cilindro ancora ambo le basi. E di questa opera par che più delle altre l' istesso Archimede si compiacesse, volendola scolpita nel sepolcro, come sopra si disse. In altro libro trattò* della Misura del cerchio *similmente per iscrizione di poligoni, ed insegnò un metodo di determinare la proporzione del diametro alla circonferenza del cerchio con qualsivoglia precisione, il che in ordine alla pratica è lo stesso, che la quadratura del cerchio; il cui ritrovamento per anche ignoto avrebbe oramai più del bello, e dell' ingegnoso, che dell' utile. In altro libro trattò* delle Sferoidi, e Conoidi, *nelle quali toccò la proprietà delle sezioni coniche; ma non così generalmente, come dopo fece Appollonio Pergeo. Nel quarto libro trattò* delle linee spirali, *colle quali tentò la quadratura del cerchio. Nel quinto libro trattò, e trovò mirabilmente la* quadratura della parabola. *Nel sesto libro chiamato* l' Arenaio *fece il computo delle arene, che potrebbero esser comprese nello spazio del Cielo, dimostrando esser vana l' opinione di coloro, che credevano infinito il numero delle arene del mare. Questo libro è pieno di astronomici supposti, i quali dimostrano, che egli circa il sistema del mondo tenesse l' opinione de' Pittagorici. Ed inoltre si ha il sopraccennato libro* delle cose,

che

che nuotano nell' acqua. *Restando solo la fama, ed il nome, ed il desiderio delle altre opere numerate da Pappo, e da altri accennate. E' grande, e famosa quistione infra i letterati, se veramente egli bruciasse le navi di Marcello colli specchi ardenti, che Ustorii si addimandano; sendo ciò taciuto da Polibio, e da Livio Storici famosi, e vicino a' suoi tempi, che parlano dell' assedio di Siracusa, e di Archimede diligentemente. Lo affermano Galeno, e Gio. Tzetze; e dopo essi molti altri più moderni autori; nè ardirei in questo luogo ciò affermare, o negare. E tanto per ora basterà aver detto di questo primo, e sublime Autore della presente Raccolta.*

Segue il secondo, che è Lorenzo degli Albizi, di cui non ho potuto raccogliere altra notizia, se non che il suo Dialogo quivi stampato lo dimostra molto franco, ed esperto in tali bisogne; e per quello, che mi riferiscono alcuni di tal materia intendentissimi, e pratici de' luoghi, e delle cose, sopra le quali ragiona, debbe stimarsi molto savio, e giudizioso. Il fosso di Ripafratta, che congiunse con grande utilità le acque del Serchio a quelle dell' Arno da lui architettato dimostra il suo valore; ed intendo che le sue considerazioni ignote, o non avvertite dal Valdestrat, e da chi promosse il nuovo fosso di Migliarino per asciugare, e derivar l' acque da quelle campagne comprovano il suo sommo accorgimento nella materia dell' acque.

Seguitando la Raccolta de' nostri Autori per ordine de' tempi si pone in terzo luogo Galileo Galilei, il quale per dirlo colle parole del famoso Lionardo di Capua, basta solo ad oscurare la gloria di tutta quanta l' antichità; nome come dice il Castelli, benemerito dell' universo, e consecrato all' eternità. Elia Diodati Franzese, per sangue, e per virtù nobilissimo, il qual venne in Italia, solo per vedere il Galileo, come racconta Monsignor Leone Allacci in una sua lettera, dice, che le gran cose non si potevano sperare se non dal Galileo; ed in altra scrivendo a Costantino Ugenio: Il Sig. Galileo Galilei (il solo nome del quale senza altra più particolar denotazione manifesta l' eccellenza del suo merito, come di persona singolare nel nostro secolo, avendolo illustrato per le cose da lui ritrovate nel Cielo, inaudite, e incognite ne' secoli passati.) *E quì si dee considerare, che parla d' un tempo, e di un secolo, in cui sono stati molti, e grandi Mattematici; e fu il Diodati di una nazione in tutte le scienze, e nella Geometria eziandio cultissima, e famosissima. Ma se io volessi quì raccorre le testimonianze, e gli elogi degli uomini dotti e della Francia, e della Germania, e dell' Inghilterra, e dell' Olanda, e dell' Italia sopra il Galileo, troppo mi allungherei; e possono vedersi e nell' ultima edizione delle opere sue pubblicata l' anno 1718. ed altrove agevolmente. Le sue opere per la maggior parte conferiscono alla scienza de' fiumi, e dell' acque, ma particolarmente quelle, che in questa Raccolta si pongono, cioè due lettere, ed il Trattato delle galleggianti. Dice egli nella lettera allo Staccoli sopra il fiume Bisenzio, che in questa scienza sono stati molti ero-*

rori, ed equivoci commessi, massime prima che dall' Abate Castelli nel suo dotto libretto Della Misura dell' acque correnti *i professori ne fussero renduti cauti, ed accorti. Non inclina a rimuover così di leggiero le tortuosità de' fiumi, e mostra, quanto sia facile in questi oscurissimi movimenti dell' acque l' abbagliare: loda il nettare, ed allargare, ed arginare, e fortificare i fiumi, e dà molti altri utilissimi documenti intorno a tali materie: anzi può a buona equità dirsi tale scienza sua figlia, come da lui seminata, e piantata, benchè dal Castelli molto coltivata, e cresciuta, ed a maturo frutto ridotta, e dipoi dal Michelini, Torricelli, Borelli, Viviani, Guglielmini, ed altri della stessa scuola augumentata, ed accresciuta, e dilatata.*

Si è posto in questa Raccolta dopo il Galileo il suo scolare Castelli, che a lui molto si dichiara obbligato per li suoi insegnamenti. Il suo libro Della Misura dell' acque correnti *viene da esso Galileo veramente aureo giudicato. Getta in esso libro nuove, e vere, e stabili fondamenta di tale scienza da esso prima ben coltivata, e perfezionata, onde tutti i Geometri d' Italia, e di fuori gli accordano in tale scienza il primato, e lo lodano, e citano in tali bisogne sovventemente. Oltre le dimostrazioni, e le regole generali, molto, e bene ragiona delle cose particolari, e massime sopra il fiume Reno di Bologna, sopra la Laguna di Venezia, e sopra le paludi Pontine, sopra il lago di Perugia, e sopra le campagne di Pisa, e de' fiumi Arno, e Serchio, e Fiume morto; ed in questa Raccolta oltre le opere già prima stampate vi sono altre lettere concernenti la Laguna di Venezia con una risposta del Padre Cavalieri pur discepolo del Galileo, e famoso Mattematico.*

Segue dopo le opere del Castelli, quella Della Direzion de' fiumi *di Don Famiano Michelini non volgar Mattematico: ed uno di que' savi uomini dell' Accademia del Cimento, favorita, e promossa dalla Real Casa de' nostri clementissimi Regnanti, e madre, e fonte, e principio di tante nuove, utili, e belle verità, ed esperienze, alle arti, ed alle scienze, ed alla vita civile vantaggiose, e fu questo autore molto adoprato in Firenze per la direzione delle acque, e de' fiumi.*

Dopo questa vengono alcune opere di Gio. Alfonso Borelli parimente Accademico del Cimento, e per le sue opere già pubblicate assai chiaro, e famoso. Fu egli Lettore di Mattematiche in Pisa con molta fama; e molto valse in adattare la scienza alla materia, e le meditazioni alle operazioni, come da' suoi libri De' moti degli animali, *e da gli altri chiaramente si manifesta. Concernente alla materia dell' acque si pone in questa Raccolta un discorso sopra la Laguna di Venezia: una Relazione sopra lo stagno di Pisa, un supplemento da aggiungersi alla proposizione del libro secondo del Castelli, e due frammenti di Relazioni al Gran Duca Ferdinando.*

Geminiano Montanari da Modana Lettore in Padova, ed in Bologna, molto valse in tali scienze, come si vede da quello, che di lui si legge nella presente Raccolta; e sono le sue opere molto utili e giudiziose.

Vin-

Vincenzo Viviani ultimo scolare del Galileo, e Mattematico della Real Casa di Toscana, e primo ingegner della Parte di Firenze: comecchè fosse più inclinato, e disposto alle meditazioni, ed alle contemplazioni, che alle operazioni, come egli stesso sovente diceva; con tutto ciò nelle bisogne dell' acque, e de' fiumi fu assai cauto, e circospetto. Delle sue opere già stampate non è ignota la fama, ed il grido, per cui meritò la Real munificenza di Luigi XIV. Re di Francia, di tutti gli uomini eccellenti del mondo in tutte le arti, ed in tutte le scienze amatore, e protettore magnanimo; dal qual suo veramente regio genio, ed animo mosso, chiamò l' altro nostro autore Domenico Cassini Bolognese scolare del Montanari a leggere Astronomia in Parigi; ove molto promosse l' Astronomia, e la Geografia, ed ancora l' Idrometria, come si vede dalle sue opere.

Il Dottor Guglielmini suo scolare, che insegnò in Bologna, ed in Padova Geometria, e Medicina, sopraintese alle acque di quelle provincie. Co' suoi libri Della misura dell' acque correnti *e con quello* Della natura de' fiumi, *pare che riducesse all' ultima perfezione l' instituzioni, e le meditazioni di questa scienza dell' acque, se non se il Padre Abate Don Guido Grandi da Cremona, Teologo, e Mattematico di S. A. R. di Toscana, e Lettore nello studio di Pisa; ed il Dottor Eustachio Manfredi da Bologna Lettore in quello studio, e sopraintendente di quell' acque, non l' avessero di nuove, ed utili, e belle verità, osservazioni, e ritrovamenti sempre più abbellita, ornata, ed arricchita. Di questi due Autori non voglio io quì parlare, e giudicare, per esser vivi; mi rimetto alle loro opere, ed alla stima, ed alla fama, che hanno per l' Europa tutta, e per l' Italia grandissima; veri vendicatori, mantenitori, e difensori della sua languente gloria dell' ingegno, dello studio, della sapienza, e dell' eloquenza. Di essi meglio i secoli, che verranno, e che le loro opere leggeranno, senza odio, senza invidia, senza amore, senza passione ne giudicheranno.*

Dipoi si è posto un picciol trattato della maniera di livellare secondo l' invenzione del Sig. Piccard, il qual trattato fu disteso, ed arricchito dal Sig. de la Hire, essendochè nel fatto di regolare l' acque correnti di grande, e necessario uso sieno le livellazioni, laonde per l' ignoranza circa a questo degli ingegneri, e architetti così antichi, come moderni, non pochi errori, ed abbagliamenti si sono presi fin ora da essi circa al declive dell' acque, e de' fiumi, e de' condotti delle fonti, e circa il livellarlo, e misurarlo con molti, e vari, e diversi istrumenti. Anche Vitruvio nel libro ottavo al capo settimo parlando de' condotti, o acquedotti pare, che richieda circa un mezzo braccio di pendenza per ogni spazio di cento braccia, e per dirlo colle sue stesse parole: non minus in centenos pedes semipede. *L' Alberti, il Barbaro, e il Palladio, la sua scorta seguendo, divisarono lo stesso. Ma il Filandro osservò bastare un sol dito per ogni spazio di trecento braccia. Il perchè molti, e vari, e vani calcoli, e regole si trovano sopra a tal materia da tal falsa*

opi-

opinione derivate, e tal preoccupazione ha cagionato per lo addietro, che nel misurare, e livellare, la pendenza de i fiumi è stata il più delle volte trovata molto maggiore di quello, che in fatto ella si sia. Il Guglielmini, ed altri moderni Autori di tale scuola hanno dimostrato, che poco, o punto declive vi abbisogni, e che basti al disopra un qualche carico, o impeto d'acque. Le ultime esperienze, e misure ne' principali fiumi d'Italia, Po, Tevere, ed Arno lo comprovano, trovandosi nelle foci di essi pochissimo declivo, o pendenza, il che è stato esattamente ritrovato, e misurato nel Po. in occasione della famosa controversia fra la Città di Bologna, e quella di Ferrara, che in dieci miglia ha circa un sol braccio di pendenza. Non istimo però, che sia vero quello, che dice Plinio nel libro 31. *al capo* 6. *che l'acqua* subit altitudinem ortus sui, si longiore tractu veniet. *Un esempio de' grandi abbagli nel misurare la pendenza del fiume Arno si è quello, che racconta Gio. Villani al libro* 9. *delle sue Istorie al capo* 335. *ove dice:* Ben ebbe tant' ardire Castruccio, e tanto gran cuore, che stando in Signa cercò con grandi maestri, se si potesse alzare con mura il corso del fiume Arno allo stretto della Golfolina per fare allagare la Città di Firenze. Ma trovarono i maestri, che il calo d'Arno da Fiorenza in giù era 150. braccia, e però lasciò di fare tale impresa. *Fin quì il Villani: ma certamente se l'avesse eseguita, grave affanno, e danno averebbe cagionato a' Fiorentini suoi nemici, e se avessero i maestri ben misurato, e trovato, che il calo, o declive d'Arno non era se non la trentesima parte di quanto essi ritrovarono.* (a) *Il perchè molto meglio averebbe adoperato Castruccio contro i Fiorentini in tale intrapresa di quello, che si facesse poco appresso Filippo di Ser Brunellesco famoso architetto contro i Lucchesi, quando si pensò con alzare il Serchio di poterli danneggiare, conforme racconta il Segretario Fiorentino nel quarto libro delle sue Istorie. Hanno dunque i fiumi minor pendenza di quella, che dal più delle genti si apprende, e sempre minore l'averanno nell'invecchiarsi del mondo, e nel prolungarsi la lor foce, e la linea del corso loro; il che peravventura è stato disposto saggiamente dalla natura per utile della navigazione, e del mantenimento delle acque, al quale non poco conferisce eziandio la tortuosità della maggior parte de i fiumi, come si osserva da' Viaggiatori, e dalle carte Geografiche, e dalle Istorie, e confermano anco le testimonianze de' Poeti conforme accenna Tibullo al lib.* 4.

Cur-

(a) Il Declive dell' Arno da Firenze alla Golfolina non può senza dubbio giungere a Brac. 150.; nemmeno può essere Brac. 5. quale lo vuole l' Autore di questa Prefazione; anzichè esso si avvicinerà forse alle Brac. 20. se pur non l'ecceda. Nel decorso dell' Opera si spera di dare un esatta livellazione di questo tratto d' Arno, e di altri Fiumi ancora, per fare osservare ciò che vi sia di positivo da fissare in materia di Cadenti. Relativamente a quanto stabilisce l' Autore poco sotto circa al Declive de' Fiumi, che questo cioè, debba sempre in progresso di tempo diminuirsi; s' avverte, che e' si è veduto al contrario, e si vede piuttosto continuamente aumentarsi: E le cagioni di tale aumento si faranno pur troppo note leggendo la presente Raccolta.

TRATTATO D' ARCHIMEDE

DELLE COSE, CHE STANNO SUL LIQUIDO

Libro Primo.

SUPPOSIZIONI.

I.

Si supponga tale essere la natura del liquido, che giacendo egualmente le sue parti, ed essendo fra di loro continovate, quella parte, che sarà meno premuta, sia spinta, e cacciata da quella, che è più premuta. E ciascuna parte del liquido è premuta da quel liquido, che le è sopra a perpendicolo, purchè esso liquido sia in atto di scendere, o sia premuto da altro corpo.

II.

Si supponga, che delle cose, che si muovono in su, o in giù nel liquido, ciascuna si muova per la perpendicolare tirata per li centri delle loro gravità all' orizzonte, o al livello del liquido.

PROPOSIZIONE I.

Se una Superficie sia segata da un piano sempre per lo medesimo punto, e la sezione sia una circonferenza di cerchio, ed abbia per centro il medesimo punto, pel quale è segata dal piano, ella sarà superficie di sfera. Fig. 1. Tav. I.

Sia una superficie, e in essa il punto K, pel quale si tirino piani quanti si vogliano, che seghino la detta superficie, e le sezioni siano sempre circonferenze di cerchio come GBAD, il cui centro sia K, dico, che la proposta superficie è superficie di sfera. Tirinsi dal punto K alla data superficie le KB, KA, e per esse passi un piano GBAD, che per supposizione sarà circonferenza di cerchio, il cui centro K; adunque KB,

KA faranno eguali, e fimilmente tutte le rette tirate da K alla propofta fuperficie faranno eguali; (1) adunque per la definizione della sfera, la data fuperficie farà sferica. Se dunque una fuperficie ec. Il che ec.

PROPOSIZIONE II.

La fuperficie d'ogni liquido fermo, e immoto è sferica, ed ha l'isteffo centro, che la terra. Fig. 2. Tav. I.

S'intenda un liquido fermo, e immoto. Dico, la fua fuperficie effere sferica, ed il fuo centro effere quello della terra.

Sia il centro della Terra K, e per effo fi feghi il liquido con qualfivoglia piano DGHBA, nel quale dal centro K alla fuperficie del liquido fi tirino comunque le KH, KB, KA; fe quefte faranno eguali, DGHBA farà (2) circonferenza di cerchio, e perciò la fuperficie del liquido farà sferica. Ma fe faranno difuguali, pofta KB minore di KH, e maggiore di KA, e con effa defcritto il cerchio GEBR, verrà la circonferenza del cerchio defcritto parte fopra la fuperficie del liquido, e parte fotto. Intendafi poi defcritto dal centro K nel medefimo piano dentro al liquido l'arco PO, e perchè PE è eguale ad XR, PE farà maggiore di XA, e PH molto maggiore; adunque la parte PO è molto maggiormente premuta della parte OX; (3) adunque il liquido non iftarà fermo, ed immoto, il che è contra la fuppofizione; adunque, fe s'intenda ec. Il che ec.

PROPOSIZIONE III.

Le grandezze folide, che avendo egual mole hanno egual gravità del liquido, pofte nel liquido talmente s'immergono, che niente refta fuori della fuperficie del liquido, ma non però vanno a fondo. Fig. 3. Tav. I.

Sia la grandezza folida ZTHE d'egual gravità in ifpecie del liquido NKL, il qual fi fupponga fermo, e in effo fia immerfa. Dico, che la data grandezza fi immergerà tutta, ma rimarrà alla fuperficie del liquido fenza andare a fondo.

Si divida il dato liquido col piano NKL, che paffi per K centro della terra, e del liquido, e dividafi pel mezzo l'angolo NKL, e tirifi dal centro K l'arco POX, e nel liquido vi s'immerga la grandezza folida ZTHE, della quale la parte ZGBE refti, fe è poffibile, fopra la fuperficie del liquido; adunque il liquido contenuto nello fpazio MOXL infieme colla grandezza ZTHE peferà più del liquido NPOM, effendofi pofta la grandezza d'egual gravità in ifpecie del liquido, laonde la parte OX farà premuta più della parte PO; (4) adunque il liqui-

(1) Teodof. l. 1 def. 1. Eucl. l. 11. def. 1. (2) Per la antec. (3) Per la 1. fuppof. (4) Supp. 1. di quefto.

quido non istarà fermo, che è contra alla suppofizione, ma immergeraffi tutto il solido fino alla superficie del liquido; quivi però si fermerà senza andare a fondo, essendo allora la compressione eguale tanto dalla parte PO, che dalla parte OX. Adunque le grandezze solide ec. Il che ec.

PROPOSIZIONE IV.

Delle grandezze solide, qualunque è più leggieri del liquido, nel liquido posta non tutta si immerge, ma una parte di essa sovrasterà alla superficie del liquido. Fig. 4. Tav. I.

S' intendano fatte le medesime cose, come nell' antecedente proposizione, e sia la grandezza solida H più leggieri del liquido. Dico, che posta in esso non si sommergerà tutta. Se è possibile si sommerga tutta nel liquido fermo GKA; adunque il contenuto nello spazio GBOP sarà più leggieri del liquido BOXA, laonde la parte PO sarà meno premuta della OX, adunque il liquido non istarà fermo, finchè una parte di H esca fuori della sua superficie. Adunque delle grandezze ec. Il che ec.

PROPOSIZIONE V.

Delle grandezze solide la più leggieri del liquido, posta nel liquido, fino a tanto vi si immerge, che tanta mole di liquido, quanto la parte sommersa, abbia la stessa gravità, che tutta la grandezza. Fig. 3. Tav. I.

Supposte le medesime cose, sia la grandezza solida ZTHE più leggieri del liquido d' egual mole (il che si dice comunemente *più leggieri in ispecie*) il quale pure s' intenda fermo, e in esso vi si immerga la parte GTHB. Dico, che una mole del liquido eguale alla parte sommersa GTHB peserà quanto tutta la solida grandezza ZTHE. Poichè, se una mole di liquido eguale alla parte sommersa GTHB, non pesasse quanto tutta la mole ZTHE, il contenuto nello spazio MOXL insieme colla mole emergente ZGBE non peserebbe quanto il liquido contenuto nello eguale spazio NPOM; adunque le superficie OX, PO sarebbero premute inegualmente; che perciò il liquido non istarà fermo fino a che ciò non segua. Adunque delle grandezze ec. Il che ec.

PROPOSIZIONE VI.

Qualunque delle solide grandezze più leggieri del liquido, dentro al liquido spinta, si porta in su con tanta forza, quanto un liquido di mole eguale alla grandezza è più grave della stessa grandezza. Fig. 5. Tav. I.

Sia il liquido NKL, e la grandezza GTHB più leggieri in ispecie del medesimo liquido, la quale pesi come AI, pesando una mole di liquido eguale alla detta grandezza GTHB come AC. Dico, che sommer-

mersa per forza la grandezza GTHB, tornerà a galla con tanta forza, quanto è il peso IC, che è l'eccesso della gravità specifica del liquido sopra quella del solido.

Prendasi una grandezza solida ZGBE, il di cui peso sia IC, e soprappongasi alla grandezza GTHB; dunque il peso di tutto l'aggregato ZTHE sarà tutta la AC, quanto appunto si è il peso d'una mole di liquido uguale alla parte sommersa GTHB; onde starà in equilibrio con esso liquido; sicchè la forza con cui la parte GTHB tenta di sollevarsi, verrà perappunto raffrenata dalla grandezza soprappostavi ZGBE, che col peso IC la reprime, e rispinge allo'n giù, trattenendola sommersa, e perciò la forza con cui la grandezza GTHB cerca di tornare a galla è tanta, quanto il peso IC con cui contrasta, e si equilibra; ma IC è l'eccesso della gravità del liquido in pari mole alla porzione sommersa GTHB; dunque ec.

PROPOSIZIONE VII.

Le grandezze solide più gravi del liquido, nel liquido poste, anderanno in giù, finchè possano scendere, e nel liquido saranno tanto più leggieri, quanto è la gravità del liquido, che abbia mole eguale alla grandezza. Fig. 6. Tav. I.

Sia la grandezza H più grave in ispecie del liquido. Dico, che la grandezza H posta nel liquido anderà a fondo; e sarà più leggieri nel liquido, quanto è una mole di liquido ad essa eguale.

Primieramente è manifesto, (1) che la grandezza H anderà a fondo, essendo le parti del liquido sottoposte ad H premute più, che le circonvicine, le quali perciò sono sospinte, e danno luogo. Inoltre si intenda il solido H, che abbia la gravità AC, e AB sia la gravità del liquido ad esso H eguale. Si prenda poi un solido più leggieri del liquido, e sia E, grave come AB, e la gravità del liquido eguale ad E sia come AC, cioè determinata una mole di liquido grave quanto AC, si prenda una materia, che in mole pari a detto liquido abbia solo il peso AB. E' manifesto, che tutto il solido HE peserà quanto una mole di liquido eguale ad esso solido HE, pesando tanto l'aggregato HE, quanto il liquido uguale in mole alle grandezze H, E, come la somma di AC, e di AB. (2) Sicchè posto nel liquido non anderà a fondo, e la forza, che fa H d'andare in giù, equilibrerà quella, che fa E per andare in su; ma (3) questa è eguale all'eccesso della gravità del liquido sopra quella del solido, cioè a BC, adunque la forza di H, colla quale va in giù, è come BC; ma questo è l'eccesso della gravità del solido H sopra quella del liquido; adun-

(1) Suppos. 1. (2) Propos. 3. (3) Propos. 6.

adunque il solido H nel liquido non farà forza, come A C suo peso totale, ma come B C, per lo che peserà meno quanto A B, cioè quanto una mole di liquido ad esso solido eguale. Laonde le grandezze solide ec. Il che ec.

Lemma I.

Due cerchi si seghino ne' punti C, D, e per essi si tiri la C D, e si congiungano i centri de' cerchi colla retta A B. Dico, che la retta A B segherà per mezzo, e ad angoli retti la C D. Fig. 7. Tav. I.

Perchè il triangolo A B C ha i lati uguali all' A B D, l' angolo C B E sarà (1) eguale all' E B D, ed (2) il triangolo C B E all' E B D, laonde la linea C D è segata nel mezzo, e ad angoli retti nel punto E dalla retta A B, che congiunge i centri. Il che ec.

Lemma II.

In qualsivoglia porzione di sfera il centro di gravità è nell' asse della porzione.

Vien ciò dimostrato dal Commandino *De centro gravitatis prop.* 15., e da Luca Valerio *l.* 2. *prop.* 34.

P R O P O S I Z I O N E VIII.

Se una grandezza solida più leggieri del liquido, che abbia figura di porzione di sfera, sia posta nel liquido, sicchè la base della figura non tocchi il liquido, la figura starà ritta in maniera, che l' asse della porzione sia a perpendicolo alla superficie del liquido. E se da qualche parte inclini la figura, onde la base della figura tocchi il liquido, non istarà inclinata, se si lasci in libertà, ma tornerà a perpendicolo alla superficie suddetta del liquido. Fig. 8. Tav. I.

Sia la parte B F C della porzione sferica H F I immersa nel liquido B O C, e perchè il centro di gravità della detta (3) porzione è nell' asse F G, sia il punto K, e si congiunga L centro della parte immersa con M centro della parte, che resta fuori, con una retta linea, che (4) passerà pel centro K di tutta la porzione sferica, e sarà obliqua alla linea F G, supponendosi la figura inclinata. E perchè L è il centro della parte sommersa, (5) questa farà forza in giù per la E L perpendicolare al liquido, e la parte emergente per la perpendicolare M E, posto E centro della terra, e tutta la porzione sferica graviterà per la linea E K. Adunque nel punto K si fa la sospensione della libra M L; ed M, che nella libra è in su, scenderà, e per conseguenza salirà L; sicchè i tre punti E,

(1) Eucl. l. 1. prop. 8. (2) Eucl. l. 1. prop. 4. (3) Lemma 2. (4) Propos. 8. lib. 1. degli equipon. (5) Suppos. 2.

K, G rimangano in una linea retta, e venga l'asse F G soprapposta alla perpendicolare E K; adunque, se una grandezza ec. Il che ec.

PROPOSIZIONE IX.

Se poi la figura più leggieri del liquido, nel liquido si ponga, talchè tutta la base sia nel liquido, starà retta, talchè il suo asse si costituirà a perpendicolo. Fig. 9. Tav. I.

Rivoltata la figura antecedente nel modo che quì appresso si vede, si conclude colla medesima dimostrazione della passata, quanto in questa proposizione s' intende di dimostrare.

LIBRO II.

PROPOSIZIONE I.

Se una qualche grandezza più leggieri del liquido, si ponga nel liquido, averà nella gravità quella proporzione a una egual mole di liquido, che la parte della grandezza sommersa ha a tutta la grandezza. Fig. 10. Tav. I.

Sia della grandezza F A (1) più leggieri del liquido, la parte A sommersa. Dico, che l' assoluta gravità di tutta A F, a quella d' un egual mole di liquido, sta come la parte A a tutta la mole A F. L' assoluta gravità del liquido A all' assoluta gravità del liquido A F, sta come la mole A alla mole A F; ma l' assoluta gravità del liquido A è uguale alla gravità della mole A F; adunque l' assoluta gravità della mole A F a quella del liquido A F sta come la mole A alla mole A F, il che si dovea ec.

Lemma I.

Sia il cono equicrure rettangolo A B C, e in esso la parabola E D F, la cui cima D, ed il lato retto D R. Dico, che D R sarà doppia di D C, e la D C si chiami linea fino all' asse. Fig. 11. Tav. I.

Poichè (2) R D a D C sta come il quadrato di A B al rettangolo d' A C, C B, ma il quadrato di A B è doppio del rettangolo A C, B C, essendo (3) uguale a' quadrati d' A C, C B, ognuno de' quali è un rettangolo fatto dalle A C, C B, che si sono supposte uguali, adunque anco il lato retto R D sarà doppio di D C. Il che ec.

Lem-

(1) Proposiz. 5. del pr. di questo. (2) 11. del 1. d' Apollonio. (3) 47. del 1.

Lemma II.

La tangente G A della parabola F C K convenga col diametro in A, e in esso si pigli la B L uguale alla linea fino all' asse, e dal toccamento G si tiri la G H parallela al diametro, e con essa concorra la B H perpendicolare al diametro. Dico, che tirata la L H sarà perpendicolare alla tangente G A. Fig. 12. Tav. I.

Tirisi la GD perpendicolare al diametro, e la EG perpendicolare alla tangente, e sia CR il lato retto della parabola. E perchè l'angolo AGE è retto, il rettangolo (1) delle AD, DE sarà uguale al quadrato di GD, (2) cioè al rettangolo di DC, CR, che però, come sta (3) A D a DC, così reciprocamente sta CR a DE, ma AD è doppia (4) di DC; adunque CR sarà doppia di DE, ma è anco (5) doppia di BL, adunque BL sarà uguale a DE, e presa comune LD, sarà LE uguale a DB, cioè a HG; ma sono anco parallele, sicchè EG, LH saranno parallele, ed essendo EG perpendicolare alla GA, anco LI sarà perpendicolare alla medesima. Il che ec.

Lemma III.

Il centro di gravità d' una conoide parabolica divide l' asse in proporzione sesquialtera. Fig. 13. Tav. I.

Sia nella sezione ABC il triangolo ABC, il quale sarà analogo alla sezione, essendo che il cerchio fatto dal semidiametro DC al cerchio fatto dal semidiametro EH sta come il quadrato di DC al quadrato d'EH, cioè per la parabola come DB a BE, ovvero (6) DC a EK, ma il centro del triangolo ABC taglia in proporzione sesquialtera il suo asse BD, poichè si tagli pel mezzo la DA, e tirata FG parallela all' asse, si congiunga GC, ed essendo divisa DA pel mezzo, sarà divisa parimente anco AB; laonde GC sarà asse del triangolo, e in esso sarà il centro di gravità, ed è anco nell' asse BD, adunque sarà nel punto E dove i due assi s' intersegano, ed essendo CD doppia di DF, sarà anco CE doppia di EG; e dividendo GA, e tirando la OD parallela a GC si dimostrerà, che anco BE è doppia di ED, laonde anco il centro di gravità d' una conoide parabolica ec.

P R O P O S I Z I O N E II.

La porzion retta d' una conoide rettangola parabolica, il cui asse sia meno, che sesquialtero della linea fino all' asse, e la cui gravità abbia a quella del liqui-

A 4

(1) Prop. 8. e 17. del 6. d' Eucl. (2) 11. del 1. d' Apol. (3) 16. del 6. d' Eucl. (4) 35. del 1. d' Apol. (5) Lemma antec. (6) 2. del 6. d' Eucl.

liquido qualsivoglia proporzione, posta nel liquido, sicchè la sua base non tocchi il liquido, e sia inclinata, non istarà ferma, ma tornerà retta. Dico retta stare tal porzione, quando il piano, che la sega, sarà parallelo alla superficie del liquido. Fig. 14. Tav. I.

Sia la porzion retta d'una conoide rettangola segata da un piano per l'asse, che faccia la sezione ABC parabola, di cui sia sommersa la parte DBE, e tocchi la sezione la HI parallela a DE nel punto G; e della porzione ABC sia K centro di gravità, e sia FG diametro della (1) parte sommersa, per esser tirato dal punto G parallelo a QB, e in esso sia il punto L centro di gravità della detta parte sommersa; onde in (2) KL prolungata sarà il centro dell'altra parte, e sia N. E perchè (3) QB è sesquialtera di KB, e meno, che sesquialtera della linea fino alla cima, sarà la linea KB minore di quella fino alla cima. Sia la linea KO uguale a quella fino alla cima, e tirisi sopra essa a perpendicolo la MO, che convenga con LG in M, e da M si tiri la MK, che segherà (4) ad angoli retti la tangente nel punto P, che caderà tra G, e B, perchè non può cadere oltre G tra G, e H, essendo, che la linea KM segherebbe la LM tra G, e L, sicchè la KM converrebbe con LM in più d'un punto, essendosi già tirata da M; nè può altresì il punto P cadere oltre la B, poichè l'angolo KBP essendo acuto per essere eguale a BSE, che è acuto, supponendosi inclinata la DE verso E; per conseguenza l'altro angolo KBI è ottuso, che però da quella parte non può cadere la perpendicolare; che però la perpendicolare KP caderà tra G ed R, e i centri L, N non saranno nella perpendicolare KP, per cui gravita tutta la porzione ABC, sicchè la parte emergente graviterà per la NI perpendicolare alla tangente, e la parte sommersa si porterà in su per la LH, anch'essa perpendicolare alla tangente; laonde la porzione ABC non istarà ferma fino, che i centri LKN siano tutti nell'asse QB, cioè fino, che la porzione non torni retta. Il che ec.

PROPOSIZIONE III.

La porzion retta d'una conoide rettangola, il cui asse sia meno, che sesquialtero della linea fino all'asse, e la cui gravità abbia a quella del liquido qualsivoglia proporzione, posta nel liquido, sicchè la sua base sia tutta nel liquido, ma inclinata, non rimarrà inclinata, ma ritornerà in modo, che il suo asse sia a perpendicolo alla superficie del liquido. Fig. 15. Tav. I.

Rivoltando la figura come quì appresso si vede, si conchiude ciò colla medesima dimostrazione della passata.

Lem-

(1) 46. del 1. d'Apoll. (2) 8. del l. 1. degli Equip. (3) Lem. 3. (4) Lemm. 2.

Lemma.

Sia la linea B A divisa in proporzione sesquialtera nel punto C, e da esso verso B prendasi qualsivoglia linea C D, trovare di essa C D nella linea A B la sesquialtera. Fig. 16. Tav. I.

Facciasi come C B a B A così D B a B E; convertendo A B a B C starà come E B a B D, e come A B a B C, così il rimanente A E al rimanente C D; ma A B è sesquialtera di B C, adunque anco A E sarà sesquialtera di C D. Il che ec.

Corollario.

Da questo si raccoglie, che il punto E sarà sempre sopra il punto D, dovendo l'E B esser maggiore di D B, siccome A B è maggiore di C B.

P R O P O S I Z I O N E IV.

La retta porzione d'una conoide rettangola più leggieri del liquido, e che abbia l'asse maggiore, che sesquialtero della linea fino all'asse, e la cui gravità in ispecie a quella del liquido non abbia minor proporzione del quadrato dell'eccesso, per cui l'asse è più, che sesquialtero della linea fino all'asse, al quadrato dell'asse, posta nel liquido sicchè la sua base non tocchi il liquido, e posta inclinata, non istarà inclinata, ma tornerà retta. Fig. 17. Tav. I.

Faccinsi l'istesse cose, e sia nell'asse Q B la K O eguale alla linea fino all'asse, e (1) sia Q X sesquialtera di essa K O, sicchè X B sia l'eccesso, per cui l'asse Q B è più, che sesquialtero della linea fino all'asse, e la gravità della porzione A B C alla gravità del liquido stia come Y a Z. Essendo adunque come il quadrato di F G al quadrato di Q B, così la porzione (2) D G E alla porzione A B C, cioè come (3) Y a Z, e Y a Z (4) ha eguale, o maggior proporzione del quadrato B X al quadrato B Q; adunque il quadrato F G ha eguale, o maggior proporzione al quadrato B Q, che il quadrato B X all'istesso quadrato B Q, laonde la F G è o eguale, o maggiore della B X. E perchè tutta B Q a tutta la B K sta come la parte levata Q X alla parte levata K O, essendo (5) ambedue proporzioni sesquialtere, anco la parte (6) rimanente X B alla rimanente B O sarà sesquialtera; ma ancora (7) la F G è sesquialtera della G L; adunque la F G alla G L starà come la B X alla B O, e permutando la F G alla B X starà come la G L alla B O; ma la F G è, o eguale, o maggiore della B X; adunque anco la G L sarà o eguale, o maggiore della B O, adunque sarà maggiore della G M; laonde il punto M (per cui passa la K P perpendicolare alla tangente R H, secondo il Lemma 2. della prop. 2. di questo) caderà tra L, e G; sicchè i centri di gravità L ed N non

(1) Corol. del Lemma anteced. (2) 29 delle Conoid. e Sferoid. (3) 1. di questo. (4) Per supposto. (5) Per supposto. (6) 19. Del 5. d'Eucl. (7) Lemma 3.

N non faranno nella perpendicolare KP. Perlochè tirate le LH, NI perpendicolari alla tangente HR, che faranno anco perpendicolari alla superficie del fluido, (1) la parte sommersa si solleverà per la LH, e la parte emergente scenderà per la NI, finchè la perpendicolare KP venga sopra la KB, cioè fino, che i centri siano nell'asse, cioè fino, che la porzione non torni retta. Il che ec.

PROPOSIZIONE V.

La retta porzione d'una conoide rettangola più leggieri del liquido, e che abbia l'asse più che sesquialtero della linea fino all'asse, e la cui gravità in ispecie a quella del liquido non abbia maggior proporzione, che l'eccesso del quadrato dell'asse sopra il quadrato, che si fa dalla linea, per cui l'asse è più che sesquialtero della linea fino all'asse, al quadrato di tutto l'asse, posta nel liquido, talchè la sua base sia tutta nel liquido, e posta inclinata, non istarà inclinata, ma ritornerà sì, che il suo asse sia a perpendicolo al liquido. Fig. 18. Tav. I.

Poste l'istesse cose, che nell'antecedente, perchè il quadrato BQ al (2) quadrato FG sta come la porzione ABC alla DBE, il quadrato (3) QB, toltone il quadrato FG, starà al quadrato QB, come la parte sommersa ADEC alla porzione ABC, cioè (4) come Y a Z, che è la proporzione della gravità in ispecie del liquido a quella della porzione; ma Y a Z ha proporzione, (5) o eguale, o minore del quadrato QB, toltone il quadrato XB, al quadrato QB, adunque il quadrato QB, toltone il quadrato FG, al quadrato QB, averà, o eguale, o minor proporzione del quadrato QB, toltone il quadrato XB, all'istesso quadrato QB; laonde il quadrato XB o è eguale, o minore del quadrato FG, sicchè la linea XB è o eguale, o minore di FG; ma come (6) sta XB a FG, così sta BO a LG, adunque BO sarà, o eguale, o minore di LG, per lo che il punto M caderà tra L, e G. Sicchè ec. concludendosi, come nell' antecedente.

SCOLIO.

Per dimostrare la sesta, e le seguenti Proposizioni ci è paruto bene (tralasciata la lunga, e troppo intricata maniera del Rivalto, e del Commandino, che non rassomiglia gran fatto il metodo, che può presupporsi adoperato dall' acutissimo Archimede) di addurre alcuni Lemmi, co' quali un' altra assai più chiara, e spedita prova ne nasce, inventata dal dottissimo Geometra il P. Abate Grandi Matematico di S. A. R. e dello Studio Pisano.

Lem-

(1) Suppos. 2. (2) 19 delle Conoid. e Sferoid. (3) 17. Eucl. l. 5. (4) Proposiz. 1. di questo 2. libro. (5) Per supposto. (6) Dimostr. nell'anteced.

Lemma I.

Se le rette A B, A C, A D, da uno stesso punto A condotte al contorno della parabola B C D, si taglieranno proporzionalmente ne' punti E, F, H, sarà la curva, che passa pe' punti E F H, parimente una parabola. Fig. 19. Tav. I.

Generalmente ciò si verifica in qualunque curva, perchè colla medesima proporzione dividendo i suoi rami tirati ad essa da un medesimo punto, sempre ne nasce una curva della stessa specie, ed anche similmente posta; sia il punto che si piglia per origine di essi rami collocato dovunque si voglia. Ma nel nostro proposito ci basta dimostrare ciò della parabola, supponendo il punto A origine de' rami nell' estremo della base A D, sopra la quale tirando le rette B K, C M, E I, F L parallele al diametro della data parabola: essendo tutta la D A a tutta la A H come C A ad A F, o come M A ad A L, ancora la rimanente M D alla rimanente L H sarà nella stessa ragione, e però il rettangolo A M D al rettangolo A L H sarà simile, e in ragione dupla degli omologhi lati M A, A L, ovvero de' rami C A, A F; nella stessa maniera si proveranno simili i rettangoli A K D, A I H nella ragione dupla degli omologhi lati K A, A I, ovvero de' rami B A, A E, che è la stessa di C A, A F; dunque il rettangolo A M D al rettangolo A L H sta come il rettangolo A K D al rettangolo A I H; e permutando, la ragione de' rettangoli A M D, A K D è la stessa che de' rettangoli A L H, A I H; ma per la proprietà della parabola la prima ragione uguaglia quella delle rette C M, B K; dunque ancora la seconda; e però i rettangoli A L H, A I H sono come le rette C M, B K; ma essendo B K ad E I, come B A ad A E, cioè come C A ad A F, o pure come C M ad F L, permutando, e convertendo C M a B K sta come F L ad I E; dunque F L ad I E sta come il rettangolo A L H al rettangolo A I H; il che è una proprietà essenziale della parabola; e però la curva A E F H è parabolica. Il che ec.

Lemma II.

La cima della parabola A E H è nel punto E, quando il ramo A E B ferisce la parabola A B D nella sua cima B. Fig. 19. Tav. I.

Perchè essendo B K ad E I, come C M ad F L, se la B K è maggiore di qualunque altra C M, sarà altresì E I maggiore di qualsivoglia F L, e però sarà E I la maggiore di tutte le applicate alla base A H nella parabola A E H; dunque il punto E sarà la cima di tale parabola.

Lemma III.

Nella parabola A B D, se il ramo A C sega il diametro B K in S, e si ordina C R, saranno K B, S B, R B in continua proporzione. Fig. 20, Tav. I.

Per-

Perchè essendo simili i triangoli ASK, CSR sta KS ad SR, come AK a CR; ed il quadrato KS al quadrato SR, come il quadrato AK al quadrato CR, cioè come KB a BR, (1) per la proprietà della parabola; che se non fusse BS media proporzionale fra le due KB, BR, fingasi fra di esse media qualunque altra BE; stando adunque KB, a BE, come BE, a BR, dividendo sarà KE a EB, come ER ad RB, e permutando KE ad ER come EB ad RB, ed il quadrato KE al quadrato ER, come il quadrato EB al quadrato BR, cioè come KB a BR, o come il quadrato di KA al quadrato di CR, cioè di KS al quadrato SR: sicchè averemmo KE ad ER come KS ad SR, e componendo KR ad RE, come la stessa KR ad RS, il che mostrerebbe RE uguale ad RS, la parte al tutto; che è impossibile. Dunque fra le due KB, BR è media solamente la BS.

Corollario.

Quindi si raccoglie, che se una retta KB è divisa ne punti R, S, di maniera che come la KB alla BR, così sia il quadrato di KS al quadrato di SR, sono le tre linee KB, SB, RB in continua proporzione.

Lemma IV.

Divisi per mezzo i rami AD, AM, AB ne' punti K, G, E, sia nata la parabola AEGK, e l'intercette KB, GI, EX fra l'una e l'altra curva parabolica, parallele al diametro, siano di nuovo proporzionalmente divise ne' punti S, F, V; sarà altresì una parabola quella, che passa per detti punti AVFS. Fig. 21. Tav. I.

Congiungasi il ramo AFL, e si ordini LH, parallela ad AM, che è base della parabola AIM, il cui diametro GI divide per mezzo essa AM in G, per l'ipotesi; saranno dunque proporzionali GI, FI, HI, per lo Lemma precedente, e le loro differenze GF, FH saranno (2) come le grandezze GI, IF; ma come GF ad FH, così per la similitudine de' triangoli AFG, HLF, sta AF ad FL; dunque qualsivoglia ramo AL resta in F diviso nella ragione di GI ad IF, che si suppone sempre la medesima in tutte le intercette IG; e però secondo il primo Lemma la curva AVFS è una parabola. Il che ec.

Corollario I.

Essendo tutte l'intercette BK, GI, XE diametri delle porzioni paraboliche ABD, ABM, AXB; ed il centro di gravità di ciascuna d'esse trovandosi collocato nel diametro, che sempre da esso resta diviso nella me-

(1) 20. del primo d'Apoll. (2) 17. e 16. del 6. d'Eucl.

medesima proporzione sesquialtera, si può agevolmente dedurre dalle cose dimostrate, che i centri di gravità delle dette porzioni si trovano tutti disposti in una curva parabolica.

Corollario II.

Intendendo ancora una conoide nata dalla rivoluzione della parabola ABD intorno il suo asse, venir segata da infiniti piani, che passino per lo stesso punto A, rappresentati dalle rette AC, AM, AB; tutte le porzioni conoidali ABC, ABM, AXB, avendo i centri loro di gravità proporzionalmente disposti ne' loro diametri, li averanno collocati in una medesima curva parabolica.

Lemma V.

Il centro di gravità di qualsivoglia porzione conoidale tagliata per un piano, che passi pel punto A preso nella base AD della intera conoide ABD non è mai lontano da essa base AD più che per tre quinti dell' asse BK. Fig. 1. Tav. II.

Sia AFT la parabola, in cui sono i centri di gravità di qualunque porzione conoidale tagliata, come di sopra viene espresso; dunque il centro di gravità di qualsivoglia di esse porzioni non può essere più alto della base AD, di quel che sia la cima F di questa parabola AFT; la quale cima per lo Lemma secondo è nella retta AB tirata al vertice della parabola ABD. Si tiri dunque FP parallela alla base AD; sarà PK la maggiore distanza, che aver possa dalla detta base AD il centro di gravità d' una tale porzione conoidale AIM. E si è dimostrato nel Lemma precedente, che qualunque ramo AB resta dalla parabola AFT diviso in F in maniera, che AF ad FB sta come GI ad IF, cioè nel caso nostro in ragione sesquialtera; dunque AF ad FB, e conseguentemente ancora PK a PB sta come tre a due, e convertendo, indi componendo, sarà BK a KP come cinque a tre; dunque la maggiore distanza suddetta è tre quinti dell' asse BK. Il che ec.

P R O P O S I Z I O N E VI.

Se l' asse d' una conoide rettangola più leggiera del liquido averà proporzione più che sesquialtera alla linea fino all' asse, ma minore di quella che ha quindici a quattro; posata essa conoide nel liquido sì, che in un punto della base lo tocchi, non potrà rimanere in sito inclinato, ma si rimetterà nel sito eretto all' orizzonte. Fig. 2. Tav. II.

Sia S il centro di gravità di tutta la conoide: SE la linea fino all' asse; ON il diametro della porzione inclinata, ed immersa nel liquido, se-

ſecondo la baſe A C; il punto M il centro di gravità dell'immerſa porzione A B C. Tirata M P parallela alla baſe A D, ſarà P K non maggiore di tre quinti dell'aſſe B K, per lo Lemma quinto; dunque di quali parti quindici è tutto l'aſſe B K, ſaranno P K non più di nove, ed eſſendo S K cinque di tali parti, ſaranno S P non più di quattro quintedecime dell'aſſe B K; per la qual coſa, avendo B K ad S E minor ragione, che di quindici a quattro, ſarà S E maggiore di S P, e tirata E I parallela a P M, congiunta S I (1) ſarà perpendicolare alla tangente N H, ovvero alla ſuperficie del liquido, cioè alla baſe A C; e non paſſando la detta perpendicolare S I H dal punto M centro della parte ſommerſa, non potrà queſta in tal ſito ſtar ferma, ma ſi alzerà per la perpendicolare L M, abbaſſandoſi l'altra porzione D C A, finattanto, che l'aſſe K B venga in ſito eretto all'orizzonte: Il che ec.

PROPOSIZIONE VII.

Lo ſteſſo dovrà ſuccedere, ſe, poſte le ſteſſe coſe, ſarà immerſa la porzione D C A con tutta la baſe D A, che tocchi in un punto la ſuperficie del liquido.

La dimoſtrazione è la medeſima, rivoltando la ſteſſa figura ſoſſopra.

PROPOSIZIONE VIII.

Poſte le ſteſſe coſe; quando la gravità della conoide a quella del liquido averà minor ragione di quella del quadrato fatto dall'eccesso dell'aſſe ſopra il ſeſquialtero della linea fino all'aſſe, al quadrato del medeſimo aſſe; poſta la conoide nel liquido, ſicchè la baſe non tocchi il liquido, non tornerà diritta, nè rimarrà inclinata, ſe non quando l'aſſe farà colla ſuperficie del liquido quell'angolo, che in appreſſo dovrà determinarſi. Fig. 3. Tav. II.

Sia il punto S centro della conoide A B D, e però K B ſeſquialtera di S B, dunque fatta S E eguale alla linea fino all'aſſe, di cui ſeſquialtera ſia P K, ſarà il (2) reſto B P ſeſquialtero di B E; ſtia dunque la gravità del ſolido a quella del fluido, come il quadrato di B I a quello di B K; ſarà dunque B I minor di B P, eſſendo per ipoteſi minor la ragione della gravità del ſolido a quella del fluido, cioè del quadrato B I al quadrato B K, che del quadrato fatto dall'eccesso B P, per cui l'aſſe B K ſupera il ſeſquialtero P K della linea fino all'aſſe, al quadrato dell'aſſe B K, e poſta B L eguale a due terzi di B I, ſiccome B E è due terzi di B P, ſarà B L minore altresì di B E; onde fatta E C eguale a B L, ſarà il punto C dentro la parabola A B D; ed ordinata C N, e tirata la tangente N Q, ſarà l'angolo N Q K quello di cui ſi tratta.

Per-

(1) Pel Lemm. 2. della prop. 2. di queſto. (2) Eucl. l. 5. p. 19.

Perchè tirato il diametro N R eguale a B I, ed F E parallela a C N, ed ordinata H R G parallela ad N Q, la quale non giugnerà mai a toccare la base A D, non che a segarla; perchè essendo N F eguale a C E, cioè a B L, o pure a due terzi di B I, vale a dire di N R, il punto F è centro di gravità della porzione conoidale H N G: che se il punto G convenisse col punto D, non potrebbe (per lo Lemma 5.) la distanza E K esser maggiore di nove quindicesimi di B K; laddove E K è più che 9. quindicesimi, perchè K S già ne contiene cinque, ed S E più di quattro quindicesimi dell' asse, il quale si suppone avere alla S E minor ragione che di 15. a 4., essendo poi come il quadrato B I, ovvero N R al quadrato B K, così la gravità del solido a quella del liquido, e così la porzion conoidale H N G alla conoide A B D (1) sarà la porzione H N G quella che può, e dee star sommersa nel liquido (2) e congiunta la S F (che passerà ancora pel centro V della porzione galleggiante) sarà perpendicolare alla tangente N Q, ed alla superficie del liquido congruente colla base H G; e però in tal sito inclinato starà fermo il solido. Che se il diametro N R della porzion sommersa fusse più vicino all' asse B K; sicchè l' asse suddetto facesse colla superficie del liquido un angolo maggiore del sopra determinato; ovvero se fusse più lontano, di maniera che l' angolo suddetto fusse minore del già prescritto, è manifesto, che nel primo caso, siccome il vertice del diametro N R si accosterebbe più alla cima B dell' intera conoide, così il centro della porzione conoidale riuscirebbe sotto la linea E F, come in T, e congiunta la T S X farebbe colla superficie del liquido, e colla base H G un angolo acuto dalla banda de' punti G, D; e però questi discendendo, ed ascendendo gli opposti H, A, la figura girerebbe d' intorno il centro S, finattanto che venisse nel sito di avere la porzione sommersa il suo centro in F. Nel secondo caso, il centro della porzione sarebbe sopra ed oltre la linea E F, come in Y, e la retta Y S Z farebbe angolo acuto colla base H G dalla banda de' punti H, A, i quali viceversa discenderebbero, ascendendo gli opposti G, D, finattanto che il centro della sommersa porzione ritornasse su la linea E F, dove si equilibrerebbe il solido, come sopra, nel sito già da noi determinato. Dunque non si fermerà nella nostra ipotesi la conoide inclinata, nè tornerà diritta, se non quando l' asse fa colla superficie del fluido l' angolo, che sopra si è determinato. Il che, ec.

P R O P O S I Z I O N E IX.

Che se, nelle stesse circostanze, la gravità della conoide a quella del liquido averà maggior ragione, che non ha l' eccesso per cui il quadrato dell' asse B K

(1) 16. delle conoid. e sferoid. (2) Prop. 1. di questo.

B K supera il quadrato di B P (che è la quantità per cui l' asse è più che sesquialtero della linea fino all' asse) al quadrato del detto asse B K: infusa nel liquido con tutta la base, e posta inclinata, non tornerà dritta, nè rimarrà inclinata, se non quando l' asse farà colla superficie del liquido l' angolo sopra determinato. Fig. 3. Tav. II.

Perchè ritenuta la stessa costruzione, e solo rivoltando la figura; essendo la gravità della conoide a quella del liquido in maggior ragione dell' eccesso del quadrato B K sopra il quadrato B P al quadrato B K, sarà convertendo minor ragione della gravità del liquido a quella della conoide, che del quadrato B K all' eccesso suo sopra il quadrato B P; e per conversione di ragione sarà minor proporzione quella della gravità del liquido all' eccesso suo sopra la gravità del solido, che quella del quadrato B K al quadrato B P. Sia il quadrato B K al quadrato B I come la gravità del liquido all' eccesso suo sopra quella del solido, cioè come tutta la conoide A B D alla porzione che galleggia; sarà dunque B I minore di B P, e posta B L eguale a due terzi di B I, si compisca la costruzione dell' antecedente; e si concluderà dovere star sommersa la parte della conoide A H G D, e galleggiante la porzione H N G, il cui diametro N R pareggia B I, fermandosi il tutto nel sito inclinato dell' angolo N Q C, Il che, ec.

PROPOSIZIONE X.

La retta porzione d' una conoide rettangola più leggieri del liquido, quando averà l' asse, che abbia maggior proporzione alla linea fino all' asse, che il quindici al quattro, messa nel liquido, talchè la sua base tocchi il liquido, talvolta non istarà se non retta, e talvolta starà inclinata; e talora in maniera che la sua base tocchi la superficie del liquido in un punto, e ciò in due positure: talora in maniera che la base più si sommerga nel liquido, alle volte in forma che non tocchi in nessuna maniera il liquido: secondo la proporzione, che averà la gravità del solido a quella di esso liquido; come tutto ciò partitamente si dimostrerà quì sotto. Fig. 4. Tav. II.

Sia la gravità della porzione a quella del liquido, come il quadrato di Z al quadrato di B Q, e congiunta Q C, e divisa pel mezzo in Φ si descriva la parabola C Φ B, la quale divide pel mezzo tutti i rami, che dal punto C terminano alla parabola A Q C (per lo Lemma 1.) e sia altresì C D K M una parabola, che passi per tutti i centri di gravità delle conoidi paraboliche tagliate da' piani, che passano per lo punto C (siccome nel coroll. 2. del Lemma IV. si è veduto) e tirata dal vertice D la D V parallela alla base A C, sarà B V nove quindicesimi dell' asse (per lo Lemma V.) onde essendo B K cinque quindicesimi del medesimo,

mo, per essere K centro di gravità delle conoide A Q C, saranno K V quattro quindicesimi dello stesso; ed avendo B Q maggior proporzione alla linea fino all' asse (la quale sia K N) che di quindici a quattro, sarà K N minore di K V, e tirata N H G parallela ad V D, segherà la parabola M D C ne' punti H G, pe' quali si tirino le parallele all' asse L H γ, O G ξ, e si tirino le tangenti L S, O R; e pongasi B T sesquialtera di K N, onde la rimanente Q T sarà sesquialtera della Q N, siccome è tutta la B Q della Q K.

Ciò posto: dico *primieramente* che se Z non è minore di Q T eccesso dell' asse sopra il sesquialtero della retta fino all' asse, la porzione A B C infusa nel liquido non istarà se non retta: come è dimostrato nella prop. 4. di questo 2. libro.

Dico in 2. *luogo*, che se Z è minore di Q T, ma però maggiore di L γ, potrà la conoide stare inclinata immersa nel liquido in maniera, che la base A C non tocchi esso liquido, e l' asse B Q faccia colla superficie del liquido un angolo maggiore dell' angolo L S Q. Perchè allora due terzi di Z saranno minori di due terzi di Q T, cioè di Q N, e maggiori di due terzi di L γ, cioè di L H; dunque sopra la linea N H (*Fig. 5. Tav. II.*) si potrà nello spazio parabolico Q L H N adattare la X P parallela all' asse, ed uguale a due terzi di Z, nello spazio intermedio fra la maggiore Q N, e la minore L H; e prolungata X P fino alla parabola C Φ B in ∂, ed ordinata la C ∂ Ω, per essere X I uguale a due terzi di X ∂, sarà X ∂ maggiore della Z; di cui è due terzi la P X, posta dunque X Γ eguale a Z, ed ordinata la Π Γ Ψ parallela a C Ω, sarà la porzione conoidale Π X Ψ quella che può stare immersa nel liquido, per avere il suo diametro X Γ uguale a Z; ed essendo X Γ sesquialtera di X P, sarà il punto P centro di gravità della parte sommersa Π X Ψ; e la linea K P, che congiunge il centro di tutta la conoide K con quello della parte sommersa, riesce perpendicolare alla tangente & X E parallela alla base Π Ψ, ovvero alla superficie del liquido; adunque la conoide si fermerà in tal sito, essendo l' asse inclinato alla superficie del liquido, per l' angolo X & Q maggiore di L S Q esterno. Il che, ec.

Dico in *terzo luogo*, (*Fig. 6. Tav. II.*) che se Z è uguale ad L γ, ovvero ad O ξ, nell' uno e nell' altro caso posta la conoide nel liquido, vi si fermerà inclinata nell' angolo L S Q, se Z uguaglia L γ, ma nell' angolo O R Q, se Z è uguale ad O ξ, di maniera che la base A C tocchi la superficie del liquido nel punto C. Perchè congiunta la C γ E sarà la porzione E L C quella che dovrà stare sommersa, essendo Z uguale ad L γ; ed il suo centro sarà in H, e congiunta K H sarà perpendicolare alla tangente L S; dunque nell' angolo L S Q starà inclinata la porzione conoi-

 dale.

dale. Similmente congiunta C ξ F, la porzione C O F sarà quella che dovrà stare sommersa, quando Z uguagli O ξ, ed è G il centro di tale porzione, e congiunta K G riesce altresì perpendicolare alla tangente O R, onde starà inclinata ancora in questo caso la porzione conoidale secondo l' angolo O R Q, Il che, ec.

Dico *in quarto luogo* (*Fig. 7. Tav. II.*) che se Z è minore di L γ, e maggiore di O ξ, si fermerà la porzione inclinata coll' asse alla superficie del liquido, ma colla base viepiù sommersa nel liquido; perche allora due terzi di Z saranno minori di due terzi di L γ, cioè di L H, ma però maggiori di due terzi di O ξ, cioè di O G, e però nello spazio parabolico L H G O applicando X P uguale a due terzi di Z, parallela ad L H, caderà nel sito intermedio fra le due L H, O G; e prolungata X P fino alla parabola C ξ B in ∂, ed ordinata C ∂ Ω, essendo X ∂ sesquialtera di X I, la quale è minore di X P, a cui è sesquialtera la Z, sarà X ∂ minore di Z; e posta X Γ eguale a Z, sarà il punto Γ nella X ∂ prolungata; ed ordinando Π Γ Ψ caderà il punto Ψ oltre la base A C; essendo adunque Π X Ψ la porzione conoidale che dee immergersi, per avere il diametro X Γ uguale a Z; ed il suo centro ritrovandosi nella linea N G in P, essendo X Γ sesquialtera di X P, sicchè la retta K P, la quale congiunge i centri, è perpendicolare alla tangente del vertice X, è manifesto, che con tale inclinazione si fermerà la porzione conoidale, colla base A C infusa nel liquido; Il che, ec.

In *quinto luogo*. (*Fig. 8. Tav. II.*) Se finalmente Z è minore di O ξ, posta la porzione nel liquido, vi starà inclinata ad un angolo minore di O R Q, sicchè la base A C non tocchi esso liquido: perchè allora due terzi di Z saranno minori di O G, che è due terzi di O ξ: si applichi dunque su la linea N G prolungata la X P parallela all' asse, ed uguale a due terzi di Z, e si prolunghi X P in ∂ alla parabola C ξ B; sarà dunque X ∂ sesquialtera di X I, e Z è sesquialtera di X P; ma X I è maggiore di X P, dunque X ∂ è maggiote altresì di Z, e posta X Γ uguale a Z, ed ordinate al diametro X ∂ le rette C ∂ γ, Ψ Γ Ω, la porzione Ψ X Π sarà quella, che dovrà immergersi nel liquido, avendo il suo diametro X Γ uguale a Z, ed il suo centro sarà in P, e la retta che congiunge i punti K, P sarà perpendicolare alla tangente X &; onde la porzione rimarrà inclinata nell' angolo X & Q, il quale è minore dell' esterno O R Q, e la base A C non toccherà altrimenti esso liquido; Il che, ec

DI-

DISCORSO
AL SERENISSIMO
DON COSIMO II.
GRAN DUCA DI TOSCANA,
INTORNO ALLE COSE CHE STANNO IN SU' L' ACQUA, O CHE IN QUELLA SI MUOVONO.
DI GALILEO GALILEI FILOSOFO, E MATTEMATICO DELLA MEDESIMA ALTEZZA SERENISSIMA.

PErchè io so, Principe Sereniſſimo, che il laſciar vedere in pubblico il preſente Trattato, d' argomento tanto diverſo da quello, che molti aſpettano, e che, ſecondo l'intenzione, che ne diedi nel mio Avviſo aſtronomico, già devrei aver mandato fuori, potrebbe per avventura deſtar concetto, o che io aveſſi del tutto meſſo da banda l' occuparmi intorno alle nuove oſſervazioni celeſti, o che almeno con troppo lento ſtudio le trattaſſi, ho giudicato eſſer bene render ragione sì del differir quello, come dello ſcrivere, e del pubblicare queſto Trattato.

Quanto al primo, non tanto gli ultimi ſcoprimenti di Saturno tricorporeo, e delle mutazioni di figure in Venere, ſimili a quelle, che ſi veggono nella Luna, inſieme colle conſeguenze, che da quelle dependono, hanno cagionato tal dilazione, quanto l' inveſtigazion de' tempi delle converſioni di ciaſchedun de' quattro Pianeti Medicei intorno a Giove, la quale mi ſuccedette l' Aprile dell' anno paſſato 1611. mentre era in Roma, dove finalmente m' accertai, che 'l primo, e più vicino a Giove, paſſa del ſuo cerchio gradi 8. e m. 29. in circa per ora, facendo l' intera converſione in giorni naturali 1. e ore 18. e quaſi mezza. Il ſecondo fa nell' orbe ſuo gr. 4. m. 13. proſſimamente per ora, e l' intera revoluzione in giorni 3. e ore 13. e un terzo in circa. Il terzo paſſa in un' ora gr. 2. m. 6. in circa del ſuo cerchio, e lo miſura tutto in giorni 7. ore 4. proſſimamente. Il quarto, e più lontano degli altri, paſſa in ciaſchedun ora gr. 0. m. 54. e quaſi mezzo del ſuo cerchio, e lo finiſce

ſce tutto in giorni 16. or. 18. proſſimamente. Ma perchè la ſomma velocità delle loro reſtituzioni richiede una preciſione ſcrupoloſiſſima per li calcoli de' luoghi loro ne' tempi paſſati, e futuri, e maſſimamente ſe i tempi ſaranno di molti meſi, o anni, però mi è forza con altre oſſervazioni, e più eſatte delle paſſate, e tra di loro più diſtanti di tempo, corregger le tavole di tali movimenti, e limitargli ſino a breviſſimi iſtanti: per ſimili preciſioni non mi baſtano le prime oſſervazioni, non ſolo per li brevi intervalli di tempi, ma perchè non avendo io allora ritrovato modo di miſurar con iſtrumento alcuno le diſtanze di luogo tra eſſi pianeti, notai tali interſtizi colle ſemplici relazioni al diametro del corpo di Giove, preſe, come diciamo, a occhio, le quali benchè non ammettono errore d' un minuto primo, non baſtano però per la determinazione dell' eſquiſite grandezze delle sfere di eſſe ſtelle. Ma ora, che ho trovato modo di prender tali miſure ſenza errore anche di pochiſſimi ſecondi, continuerò l' oſſervazioni ſino all' occultazion di Giove, le quali dovranno eſſere a baſtanza per intera cognizione de' movimenti, e delle grandezze degli orbi di eſſi Pianeti, e di alcune altre conſeguenze inſieme. Aggiungo a queſte coſe l' oſſervazione di alcune macchiette oſcure, che ſi ſcorgono nel corpo Solare, le quali mutando poſitura in quello, porgono grand' argomento, o che 'l Sole ſi rivolga in ſe ſteſſo, o che forſe altre ſtelle, nella guiſa di Venere, e di Mercurio, ſe gli volgano intorno, inviſibili in altri tempi, per le piccole digreſſioni, e minori di quella di Mercurio, e ſolo viſibili, quando s' interpongono tra 'l Sole, e l' occhio noſtro, o pur danno ſegno, che ſia vero e queſto, e quello; la certezza delle quali coſe non debbe diſprezzarſi, o traſcurarſi.

Hannomi finalmente le continuate oſſervazioni accertato tali macchie eſſer materie contigue alla ſuperficie del corpo ſolare, e quivi continuamente produrſene molte, e poi diſſolverſi, altre in più brevi, ed altre in più lunghi tempi, ed eſſer dalla converſione del Sole in ſe ſteſſo, che in un meſe Lunare in circa finiſce il ſuo periodo, portate in giro, accidente per ſe grandiſſimo, e maggiore per le ſue conſeguenze.

Quanto poi all' altro particolare.

Molte cagioni m' hanno moſſo a ſcrivere il preſente trattato, ſoggetto del quale è la diſputa, che a' giorni addietro io ebbi con alcuni letterati della Città, intorno alla quale, come ſa V. A. ſon ſeguiti molti ragionamenti. La principale è ſtata il cenno dell' A. V. avendomi lodato lo ſcrivere, come ſingular mezzo, per far conoſcere il vero dal falſo, le reali dall' apparenti ragioni; aſſai migliore che 'l diſputare in voce, dove o l' uno, o l' altro, e bene ſpeſſo amendue che diſputano, riſcaldandoſi di ſoverchio, o di ſoverchio alzando la voce, o non ſi laſciano intende-

re,

re, o traportati dall' ostinazione di non si ceder l' un l' altro, lontani dal primo proponimento, colla novità delle varie proposte confondono lor medesimi, e gli uditori insieme. Mi è paruto oltre a ciò convenevole, che l' A. V. resti informata da me ancora di tutto 'l seguito circa la contesa, di cui ragiono, sì come n' è stata ragguagliata molto prima da altri: e perchè la dottrina che io seguito nel proposito di che si tratta, è diversa da quella d' Aristotile, e da' suoi principj, ho considerato, che contro l' autorità di quell' uomo grandissimo, la quale appresso di molti mette in sospetto di falso ciò, che non esce dalle scuole Peripatetiche, si possa molto meglio dir sua ragione colla penna, che colla lingua, e perciò mi son risoluto scriverne il presente discorso, nel quale spero ancor di mostrare, che non per capriccio, o per non aver letto, o inteso Aristotile, alcuna volta mi parto dall' opinion sua, ma perchè le ragioni me lo persuadono, e lo stesso Aristotile mi ha insegnato quietar l' intelletto a quello, che m' è persuaso dalla ragione, e non dalla sola autorità del maestro; ed è verissima la sentenza d' Alcinoo, che 'l filosofare vuol' esser libero. Nè fia per mio credere senza qualch' utile dell' universale la resoluzione della question nostra, perciocchè trattandosi, se la figura de' solidi operi, o nò, nell' andare, o non andare a fondo nell' acqua, in occorrenze di fabbricar ponti, o altre macchine sopra l' acqua, che avvengono per lo più in affari di molto rilievo, può esser di giovamento saperne la verità.

Dico dunque, (I) che trovandomi la state passata in conversazione di letterati fu detto nel ragionamento, il condensare esser proprietà del freddo, e fu addotto l' esempio del ghiaccio: allora io dissi, che avrei creduto piuttosto il ghiaccio esser acqua rarefatta, che condensata, poiche la condensazione partorisce diminuzion di mole, e augumento di gravità, e la rarefazione maggior leggerezza, e augumento di mole: e l' acqua nel ghiacciarsi cresce di mole, e 'l ghiaccio già fatto è più leggier dell' acqua standovi a galla.

E' manifesto, quant' io dico, perchè detraendo il mezzo dalla total gravità de i solidi, tanto quanto è il peso d' altrettanta mole del medesimo mezzo, come Archimede dimostra nel primo libro delle cose che stanno sull' acqua, qualunque volta si accrescerà per distrazione la mole del medesimo solido, più verrà dal mezzo detratto della intera sua gravità; e meno quando per compressione verrà condensato, e ridotto sotto minor mole.

Mi fu replicato ciò nascere non dalla maggior leggerezza, ma dalla figura larga, e piana, che, non potendo fender la resistenza dell'

(I) Vedi le note in fine di questo Discorso, segnate co' numeri Romani.

acqua, cagiona, che egli non si sommerga; rispofi, qualunque pezzo di ghiaccio, e di qualunque figura star sopra l'acqua, segno espresso, che l'esser piano, e largo quanto si voglia, non ha parte alcuna nel suo galleggiare: e soggiunsi, che argomento manifestissimo n'era il vedersi un pezzo di ghiaccio di figura larghissima, posto in fondo dell'acqua, subito subito ritornarsene a galla, che s'e' fosse veramente più grave, e 'l suo galleggiare nascesse dalla figura impotente a fender la resistenza del mezzo, ciò del tutto sarebbe impossibile; conchiusi pertanto la figura non esser cagione per modo alcuno di stare a galla, o in fondo, ma la maggiore, o minor gravità in rispetto dell'acqua, e perciò tutti i corpi più gravi di essa, di qualunque figura si fussero, indifferentemente andavano a fondo, e i più leggieri, pur di qualunque figura, stavano indifferentemente a galla: e dubitai, che quelli che sentivano in contrario, si fossero indotti a credere in quella guisa dal vedere, come la diversità della figura altera grandemente la velocità, e tardità del moto, sicchè i corpi di figura larga, e sottile discendono assai più lentamente nell'acqua, che quelli di figura più raccolta, facendosi questi, e quelli della medesima materia: dal che alcuno potrebbe lasciarsi indurre a credere, che la dilatazione della figura potesse ridursi a tale ampiezza, che non solo ritardasse, ma del tutto impedisse, e togliesse il più muoversi, il che io stimo esser falso. Sopra questa conclusione nel corso di molti giorni furon dette molte, e molte cose, e diverse esperienze prodotte, delle quali l'A. V. alcune intese, e vide, e in questo discorso avrà tutto quello, che è stato prodotto contro alla mia asserzione, e ciò che mi è venuto in mente per questo proposito, e per confermazione della mia conclusione: Il che se sarà bastante per rimover quella, che io stimo fin' ora falsa opinione, mi parrà d'avere, non inutilmente impiegata la fatica, e 'l tempo: e quando ciò non avvenga, pur debbo sperarne un altro mio utile proprio, cioè di venire in cognizione della verità, nel sentir riprovar le mie fallacie, e introdurre le vere dimostrazioni da quelli che sentono in contrario.

E per procedere colla maggiore agevolezza, e chiarezza, che io sappia, parmi esser necessario, avanti ad ogni altra cosa, dichiarare qual sia la vera, intrinseca, e total cagione dell'ascendere alcuni corpi solidi nell'acqua, e in quella galleggiare, o del discendere al fondo, e tanto più quanto io non posso interamente quietarmi in quello, che da Aristotile viene in questo proposito scritto.

Dico dunque la cagione per la quale alcuni corpi solidi discendono al fondo nell'acqua, esser l'eccesso della gravità loro sopra la gravità dell'acqua, e all'incontro l'eccesso della gravità dell'acqua sopra la gra-

gravità di quelli esser cagione, che altri non discendano, anzi che dal fondo si elevino; e sormontino alla superficie. Ciò fu sottilmente dimostrato da Archimede ne' libri delle cose, che stanno sopra l' acqua, ripreso poi da gravissimo Autore, ma s' io non erro, a torto, siccome di sotto, per difesa di quello cercherò di dimostrare.

Io con metodo differente, e con altri mezzi procurerò di concludere lo stesso, riducendo le cagioni di tali effetti a' principj più intrinsechi, e immediati, ne' quali anco si scorgono le cause di qualche accidente ammirando, e quasi incredibile, qual sarebbe, che una picciolissima quantità d' acqua potesse col suo lieve peso sollevare, e sostenere un corpo solido cento, e mille volte più grave di lei. E perchè così richiede la progressione dimostrativa, io definirò alcuni termini, e poi esplicherò alcune proposizioni, delle quali, come di cose vere, e note, io possa servirmi a' miei propositi.

Io dunque chiamo egualmente gravi in ispecie quelle materie, delle quali, eguali moli pesano egualmente: come se per esempio, due palle una di cera, e l' altra d' alcun legno, eguali di mole, fussero ancora eguali in peso, diremo quel tal legno, e la cera essere in ispecie egualmente gravi.

Ma egualmente gravi di gravità assoluta chiamerò io due solidi, li quali pesino egualmente, benchè di mole fussero diseguali, come per esempio: una mole di piombo, e una di legno, che pesino ciascheduna dieci libbre, dirò essere in gravità assoluta eguali, ancorchè la mole del legno sia molto maggiore di quella del piombo.

Ed in conseguenza men grave in ispecie.

Più grave in ispecie chiamerò una materia, che un' altra, della quale una mole eguale a una mole dell' altra, peserà più: e così dirò io il piombo esser più grave in ispecie dello stagno, perchè prese di loro due moli eguali, quella di piombo pesa più. Ma più grave assolutamente chiamerò io quel corpo di questo, se quello peserà più di questo, senza aver rispetto alcuno di mole: e così un gran legno si dirà pesare assolutamente più di una picciola mole di piombo, benchè il piombo in ispecie sia pui grave del legno: e lo stesso intendasi del men grave in ispecie, e men grave assolutamente.

Definiti questi termini; io piglio dalla scienza meccanica due principj: il primo è, che pesi assolutamente eguali, mossi con eguali velocità, sono di forze, e di momenti eguali nel loro operare.

Momento appresso i meccanici significa quella virtù, quella forza, quella efficacia, colla quale il motor muove, o 'l mobile resiste, la qual virtù depende non solo dalla semplice gravità, ma dalla velocità del moto, dalle di-

diverse inclinazioni degli spazi, sopra i quali si fa il moto, perchè più fa impeto un grave descendente in uno spazio molto declive, che in un meno, e insomma qualunque si sia la cagione di tal virtù, ella tuttavia ritien nome di momento; nè mi pareva, che questo senso dovesse giugner nuovo nella nostra favella, perchè s' io non erro, mi par che noi assai frequentemente diciamo: Questo è ben negozio grave, ma l' altro è di poco momento: e Noi consideriamo le cose leggiere, e trapassiamo quelle, che son di momento, metafore, stimerei io, tolte dalla meccanica.

Come per esemplo: due pesi d' assoluta gravità eguali posti in bilancia di braccia eguali, restano in equilibrio, nè s' inclina l' uno alzando l' altro: perchè l' egualità delle distanze di ambedue dal centro, sopra il quale la bilancia vien sostenuta, e circa il quale ella si muove, fa che tali pesi, movendosi essa bilancia, passerebbono nello stesso tempo spazi eguali, cioè si moverieno con eguali velocità, onde non è ragione alcuna, per la quale questo peso più di quello, o quello più di questo si debba abbassare, e perciò si fa l' equilibrio, e restano i momenti loro di virtù simili, ed eguali.

Il secondo principio è, che il momento, e la forza della gravità venga accresciuto dalla velocità del moto, sì che pesi assolutamente eguali, ma congiunti con velocità diseguali sieno di forza, momento, e virtù diseguale, e più potente il più veloce secondo la proporzione della velocità sua alla velocità dell' altro. Di questo abbiamo accomodatissimo esemplo nella libra, o stadera di braccia diseguali, nelle quali posti pesi assolutamente eguali non premono, nè fanno forza egualmente, ma quello che è nella maggior distanza dal centro, circa il quale la libra si muove, s' abbassa, sollevando l' altro, ed è il moto di questo, che ascende lento, e l' altro veloce: e tale è la forza, e virtù, che dalla velocità del moto vien conferita al mobile, che la riceve, che ella può esquisitamente compensare altrettanto peso, che all' altro mobile più tardo fosse accresciuto: sicchè se delle braccia della libra uno fosse dieci volte più lungo dell' altro, onde nel muoversi la libra circa il suo centro l' estremità di quello passasse dieci volte maggiore spazio, che l' estremità di questo, un peso posto nella maggior distanza potrà sostenerne, ed equilibrarne un altro dieci volte assolutamente più grave, che non è egli, e ciò perchè movendosi la stadera, il minor peso si moveria dieci volte più velocemente, che l' altro maggiore. Debbesi però sempre intendere, che i movimenti si facciano secondo le medesime inclinazioni, cioè, che se l' uno de' mobili si muove per la perpendicolare all' orizzonte, che l' altro parimente faccia il suo moto per simil perpendicolare, e se 'l moto dell' uno dovesse farsi nell' orizzontale, che anche l' altro sia fat-

fatto per lo ſteſſo piano, e insomma ſempre amendue in ſimili inclinazioni. Tal ragguagliamento tra la gravità, e la velocità ſi ritrova in tutti gli ſtrumenti meccanici, e fu conſiderato da Ariſtotile, come principio, nelle ſue queſtioni meccaniche; onde noi ancora poſſiamo prender per veriſſimo aſſunto, che peſi aſſolutamente diſeguali alternatamente ſi contrappeſano, e ſi rendono di momenti eguali, ogni volta che le loro gravità, con proporzione contraria, riſpondono alle velocità de' lor moti, cioè, che quanto l' uno è men grave dell' altro, tanto ſia in coſtituzione di muoverſi più velocemente di quello.

Eſplicate queſte coſe, già potremo cominciare ad inveſtigare, quali ſieno que' corpi ſolidi, che poſſono totalmente ſommergerſi nell' acqua, e andare al fondo, e quali per neceſſità ſoprannuotano, ſicchè, ſpinti per forza ſott' acqua, ritornano a galla, con una parte della lor mole eminente ſopra la ſuperficie dell' acqua, e ciò faremo noi collo ſpeculare la ſcambievole operazione di eſſi ſolidi, e dell' acqua, la quale operazione conſeguita alla immerſione; e queſta è, che nel ſommergerſi, che fa il ſolido, tirato al baſſo dalla propria ſua gravità, viene diſcacciando l' acqua dal luogo, dove egli ſucceſſivamente ſubentra, e l' acqua diſcacciata ſi eleva, e innalza ſopra il primo ſuo livello, al quale alzamento eſſa altresì, come corpo grave, per ſua natura reſiſte: e perchè immergendoſi più, e più il ſolido diſcendente, maggiore, e maggior quantità d' acqua ſi ſolleva, finchè tutto il ſolido ſi ſia tuffato; biſogna conferire i momenti della reſiſtenza dell' acqua all' eſſere alzata, co' momenti della gravità premente del ſolido: e ſe i momenti della reſiſtenza dell' acqua pareggeranno i momenti del ſolido, avanti la ſua totale immerſione, allora ſenza dubbio ſi farà l' equilibrio, nè più oltre ſi tufferà il ſolido: ma ſe il momento del ſolido ſupererà ſempre i momenti, co' quali l' acqua ſcacciata va ſucceſſivamente facendo reſiſtenza, quello non ſolamente ſi ſommergerà tutto ſott' acqua, ma diſcenderà ſino al fondo. Ma ſe finalmente nel punto della total ſommerſione ſi farà l' agguagliamento tra i momenti del ſolido premente, e dell' acqua reſiſtente, allora ſi farà la quiete, e eſſo ſolido, in qualunque luogo dell' acqua, potrà indifferentemente fermarſi. E' ſin quì manifeſta la neceſſità di comparare inſieme le gravità dell' acqua, e de' ſolidi, e tale comparazione potrebbe nel primo aſpetto parere ſufficiente per poter concludere, e determinare, quali ſieno i ſolidi, che ſoprannuotano, e quali quelli, che vanno in fondo, pronunziando, che quelli ſoprannuotino, che ſaranno men gravi in iſpecie dell' acqua, e quelli vadano al fondo, che in iſpecie ſaranno più gravi: imperocchè pare, che il ſolido nel ſommergerſi vada tuttavia alzando tant' acqua in mole, quanta è la parte della ſua propria mole ſommer-

mersa: perlochè impossibil sia che un solido men grave in ispecie dell' acqua si sommerga tutto, come impotente ad alzare un peso maggior del suo proprio: e tale sarebbe una mole d' acqua eguale alla mole sua propria: e parimente parrà necessario, che il solido più grave vada al fondo, come di forza soprabbondante ad alzare una mole d' acqua eguale alla propria, ma inferior di peso. Tuttavia il negozio procede altramente, e benchè le conclusioni sien vere, le cagioni però, assegnate così, son difettose, nè è vero, che 'l solido nel sommergersi sollevi, e scacci mole d' acqua eguale alla sua propria sommersa; anzi l' acqua sollevata è sempre meno, che la parte del solido ch' è sommersa: (II.) e tanto più, quanto il vaso, nel quale si contien l' acqua, è più stretto; dimodochè non repugna, che un solido possa sommergersi tutto sott' acqua senza pure alzarne tanta, che in mole pareggi la decima, o la ventesima parte della mole sua: siccome all' incontro piccolissima quantità d' acqua potrà sollevare una grandissima mole solida, ancorchè tal solido pesasse assolutamente cento, e più volte di essa acqua, tutta volta che la materia di tal solido sia in ispecie men grave dell' acqua; e così una grandissima trave, che v. gr. pesi 1000. libbre, potrà essere alzata, e sostenuta da acqua, che non pesi 50. e questo avverrà quando il momento dell' acqua venga compensato dalla velocità del suo moto.

Ma perchè tali cose, profferite così in astratto, hanno qualche difficoltà all' esser comprese, è bene, che venghiamo a dimostrarle con esempj particolari; e per agevolezza della dimostrazione intenderemo i vasi, ne' quali s' abbia ad infonder l' acqua, e situare i solidi, esser circondati, e racchiusi da sponde erette a perpendicolo sopra 'l piano dell' orizzonte, e 'l solido da porsi in tali vasi essere o cilindro retto, o prisma per tutto.

Il che dichiarato, e supposto, vengo a dimostrare la verità di quanto ho accennato, formando il seguente Teorema.

La mole dell' acqua, che si alza nell' immergere un prisma, o cilindro solido, o che s' abbassa nell' estrarlo, è minore della mole di esso solido demersa, o estratta: e ad essa ha la medesima proporzione, che la superficie dell' acqua circunfusa al solido, alla medesima superficie circunfusa insieme colla base del solido. Fig. 9. Tav. II.

Sia il vaso A B C D, e in esso l' acqua alta fino al livello E F G, avanti che il prisma solido H I K vi sia immerso; ma dopo che egli è demerso, siasi sollevata l' acqua fino al livello L M, sarà dunque già il solido H I K tutto sott' acqua, e la mole dell' acqua alzata sarà L G, la quale è minore della mole del solido demerso, cioè di H I K; essendo eguale alla sola parte E I K, che si trova sotto il primo livello E F G, il che è manifesto,

festo, perchè se si cavasse fuori il solido H I K, l' acqua L G tornerebbe nel luogo occupato dalla mole E I K, dove era contenuta avanti l' immersione del prisma. Ed essendo la mole L G eguale alla mole E K, aggiunta comunemente la mole E N, sarà tutta la mole E M composta della parte del prisma E N, e dell' acqua N F, eguale a tutto 'l solido H I K, e però la mole L G alla E M avrà la medesima proporzione, che alla mole H I K; ma la mole L G alla mole E M ha la medesima proporzione, (1) *che la superficie L M alla superficie M H; adunque è manifesto, la mole dell' acqua sollevata L G alla mole del solido demerso H I K aver la medesima proporzione, che la superficie L M, che è quella dell' acqua ambiente il solido, a tutta la superficie H M, composta della detta ambiente, e della base del prisma H N. Ma se intenderemo il primo livello dell' acqua esser secondo la superficie H M, e il prisma già demerso H I K esser poi estratto, e alzato fino in E A O, e l' acqua essersi abbassata dal primo livello H L M fino in E F G, è manifesto, che essendo il prisma E A O l' istesso H I K, la parte sua superiore H O sarà eguale all' inferiore E I K rimossa la parte comune E N, ed in conseguenza la mole dell' acqua L G essere eguale alla mole H O, e però minore del solido, che si trova fuor dell' acqua, che è tutto il prisma E A O, al quale similmente essa mole d' acqua abbassata L G ha la medesima proporzione, che la superficie dell' acqua circonfusa L M alla medesima superficie circonfusa insieme con la base del prisma A O, il che ha la medesima dimostrazione, che l' altro caso di sopra.*

E di quì si raccoglie, che la mole dell' acqua, che s' alza nell' immersion del solido, o che s' abbassa nell' estrarlo, non è eguale a tutta la mole del solido, che si trova demersa, o estratta, ma a quella parte solamente, che nell' immersione resta sotto il primo livello dell' acqua, e nell' estrazione riman sopra simil primo livello, che è quello, che doveva esser dimostrato. Seguiteremo ora le altre cose.

E prima dimostreremo, che quando in uno de' vasi sopraddetti, di qualunque larghezza, benchè immensa, o angusta, sia collocato un tal prisma, o cilindro, circondato da acqua, se alzeremo tal solido a perpendicolo, l' acqua circonfusa s' abbasserà, e l' abbassamento dell' acqua all' alzamento del prisma avrà la medesima proporzione, che l' una delle basi del prisma, alla superficie dell' acqua circonfusa.

Sia nel vaso, qual si è detto, collocato il prisma A D C B, *Fig.* 10. *Tav. II.* e nel resto dello spazio infusa l' acqua, fino al livello E A: e alzandosi il solido A D, sia trasferito in G M, e l' acqua s' abbassi da E A in N O. Dico, che la scesa dell' acqua misurata dalla linea A O, alla salita del pri-

1) Eucl. lib. 11. prop. 32.

prisma, misurata dalla linea G A ha la stessa proporzione, che la base del solido G H alla superficie dell' acqua N O. Il che è manifesto: perchè la mole del solido, G A B H alzata sopra 'l primo livello E A B, è eguale alla mole dell' acqua, che si è abbassata E N O A. Son dunque due prismi eguali E N O A, e G A B H; ma de' prismi eguali (1) le basi rispondono contrariamente alle altezze: adunque come l' altezza O A all' altezza A G così è la superficie, o base G H alla superficie dell' acqua N O. Quando dunque per esempio, una colonna fusse collocata in piedi in un grandissimo vivaio pieno d' acqua, o pure in un pozzo capace di poco più, che la mole di detta colonna, nell' alzarla, ed estrarla dell' acqua, secondo che la colonna si sollevasse, l' acqua, che la circonda, s' anderebbe abbassando, e l' abbassamento dell' acqua allo spazio dell' alzamento della colonna, avrebbe la medesima proporzione, che la grossezza della colonna all' eccesso della larghezza del pozzo, o vivaio, sopra la grossezza di essa colonna, sicchè se il pozzo fusse l' ottava parte più largo della grossezza della colonna, e la larghezza del vivaio venticinque volte maggiore della medesima grossezza, nell' alzar che si facesse la colonna un braccio, l' acqua del pozzo s' abbasserebbe sette braccia, e quella del vivaio un ventiquattresimo di braccio solamente.

Dimostrato questo non sarà difficile lo 'ntendere per la sua vera cagione, come un prisma, o cilindro retto, di materia in ispecie men grave dell' acqua, se sarà circondato dall' acqua secondo tutta la sua altezza, non resterà sotto, ma si solleverà, benchè l' acqua circonfusa fusse pochissima, e di gravità assoluta quanto si voglia inferiore alla gravità di esso prisma. Sia dunque (*Fig.* 11. *Tav. II.*) nel vaso C D F B posto il prisma A E F B men grave in ispecie dell' acqua, e infusa l' acqua, alzisi fino all' altezza del prisma: dico, che lasciato il prisma in sua libertà, si solleverà, sospinto dall' acqua circonfusa C D E A. Imperocchè essendo l' acqua C E più grave in ispecie del solido A F, maggior proporzione avrà il peso assoluto dell' acqua C E al peso assoluto del prisma A F, che la mole C E alla mole A F (imperocchè la stessa proporzione ha la mole alla mole, che il peso assoluto al peso assoluto, quando le moli sono della medesima gravità in ispecie) ma la mole C E alla mole A F ha la medesima proporzione, che la superficie dell' acqua C A alla superficie, o base del prisma A B, la quale è la medesima, che la proporzione dell' alzamento del prisma, quando si elevasse, all' abbassamento dell' acqua circonfusa C E. Adunque il peso assoluto dell' acqua C E al peso assoluto del prisma A F ha maggior proporzione, che l' alza-

(1) Eucl. lib. 11. prop. 44.

zamento del prisma A F all' abbassamento di essa acqua C E. Il momento dunque composto della gravità assoluta dell' acqua C E, e della velocità del suo abbassamento, mentre ella fa forza premendo di scacciare, e di sollevare il solido A F, è maggiore del momento composto del peso assoluto del prisma A F, e della tardità del suo alzamento, col qual momento egli contrasta allo scacciamento, e forza fattagli dal momento dell' acqua: sarà dunque sollevato il prisma.

Seguita ora, che procediamo avanti a dimostrar più particolarmente fino a quanto saranno tali solidi men gravi dell' acqua sollevati, cioè qual parte di loro resterà sommersa, e quale sopra la superficie dell' acqua: ma prima è necessario dimostrare il seguente lemma.

I pesi assoluti de' solidi hanno la proporzion composta delle proporzioni delle lor gravità in ispecie, e delle lor moli.

Sieno due solidi A, e B. *Fig.* 12. *Tav. II.* Dico il peso assoluto di A al peso assoluto di B aver la proporzion composta delle proporzioni della gravità in ispecie di A alla gravità in ispecie di B, e della mole A alla mole B. Abbia la linea D alla E la medesima proporzione, che la gravità in ispecie di A alla gravità in ispecie di B, e la E alla F sia come la mole A alla mole B. E' manifesto la proporzione D ad F esser composta delle proporzioni di D ad E, ed E ad F; bisogna dunque dimostrare, come D ad F, così essere il peso assoluto di A al peso assoluto di B. Pongasi il solido C eguale ad A in mole, e della medesima gravità in ispecie del solido B, perchè dunque A, e C sono in mole eguali, il peso assoluto di A al peso assoluto di C avrà la medesima proporzione, che la gravità in ispecie di A alla gravità in ispecie di C, o di B, che è in ispecie la medesima, cioè, che la linea D alla E; e perchè C, e B sono della medesima gravità in ispecie, sarà come il peso assoluto di C al peso assoluto di B, così la mole C, ovvero la mole A alla mole B, cioè la linea E alla F; come dunque il peso assoluto di A al peso assoluto di C, così la linea D alla E; e come il peso assoluto di C al peso assoluto di B, così la linea E alla F; adunque per la proporzione eguale il peso assoluto di A al peso assoluto di B è come la linea D alla linea F, che bisognava dimostrare. Passo ora a dimostrare, come

Se un cilindro, o prisma solido sarà men grave in ispecie dell' acqua, posto in un vaso, come di sopra, di qualsivoglia grandezza, e infusa poi l' acqua, resterà il solido senza esser sollevato, finchè l' acqua arrivi a tal parte dell' altezza di quello, alla quale tutta l' altezza del prisma abbia la medesima proporzione, che la gravità in ispecie dell' acqua, alla gravità in ispecie di esso solido; ma infondendo più acqua, il solido si solleverà.

Sia

Sia il vaſo M L G N (*Fig.* 13. *Tav. II.*) di qualunque grandezza, ed in eſſo ſia collocato il priſma ſolido D F G E men grave in iſpecie dell' acqua, e qual proporzione ha la gravità in iſpecie dell' acqua a quella del priſma, tale abbia l' altezza D F all' altezza F B. Dico, che infondendoſi acqua ſino all' altezza F B, il ſolido D G non ſi eleverà, ma ben ſarà ridotto all' equilibrio, ſicchè ogni poco più d' acqua, che ſi aggiunga, ſi ſolleverà. Sia dunque infuſa l' acqua ſino al livello A B C; e perchè la gravità in iſpecie del ſolido D G alla gravità in iſpecie dell' acqua, è come l' altezza B F all' altezza F D, cioè come la mole B G alla mole G D, e la proporzione della mole B G alla mole G D colla proporzione della mole G D alla mole A F compongono la proporzione della mole B G alla mole A F, adunque la mole B G alla mole A F ha la proporzion compoſta delle proporzioni della gravità in iſpecie del ſolido G D alla gravità in iſpecie dell' acqua, e della mole G D alla mole A F; ma le medeſime proporzioni della gravità in iſpecie di G D alla gravità in iſpecie dell' acqua, e della mole G D alla mole A F compongono ancora, per lo lemma precedente, la proporzione del peſo aſſoluto del ſolido D G al peſo aſſoluto della mole dell' acqua A F, adunque come la mole B G alla mole A F, così è il peſo aſſoluto del ſolido D G al peſo aſſoluto della mole dell' acqua A F; ma come la mole B G alla mole A F così è (1) la baſe del priſma D E alla ſuperficie dell' acqua A B, e così la ſceſa dell' acqua A B alla ſalita del ſolido D G, adunque la ſceſa dell' acqua alla ſalita del priſma ha la medeſima proporzione, che il peſo aſſoluto del priſma al peſo aſſoluto dell' acqua; adunque il momento reſultante dalla gravità aſſoluta dell' acqua A F, e dalla velocità del moto nell' abbaſſarſi, col qual momento ella fa forza per cacciare, e ſollevare il priſma D G, è eguale al momento, che riſulta dalla gravità aſſoluta del priſma D G, e dalla velocità del moto, colla quale ſollevato, aſcenderebbe; col qual momento e' reſiſte all' eſſere alzato: perchè dunque tali momenti ſono eguali, ſi farà l' equilibrio tra l' acqua, e 'l ſolido: ed è manifeſto, che aggiugnendo un poco d' acqua ſopra l' altra A F s' accreſcerà gravità, e momento: onde il priſma D G ſarà ſuperato, e alzato, finchè la ſola parte B F reſti ſommerſa; che è quello, che biſognava dimoſtrare.

Da quanto ſi è dimoſtrato ſi fa manifeſto, come i ſolidi men gravi in iſpecie dell' acqua ſi ſommergono ſolamente ſin tanto, che tanta acqua in mole, quanta è la parte del ſolido ſommerſa, peſi aſſolutamente, quanto tutto il ſolido. Imperocchè eſſendoſi poſto, che la gravità in iſpecie

(1) Eucl. lib. 11. prop. 32.

ſpecie dell' acqua alla gravità in iſpecie del priſma D G abbia la medeſima proporzione, che l' altezza D F all' altezza F B, cioè che il ſolido D G al ſolido G B, dimoſtreremo agevolmente, che tanta acqua in mole, quanta è la mole del ſolido B G, peſa aſſolutamente quanto tutto il ſolido D G; imperocchè per lo lemma precedente il peſo aſſoluto d' una mole d' acqua, eguale alla mole B G, al peſo aſſoluto del priſma D G ha la proporzione compoſta delle proporzioni della mole B G alla mole G D, e della gravità in iſpecie dell' acqua, alla gravità in iſpecie del priſma: ma la gravità in iſpecie dell' acqua, alla gravità in iſpecie del priſma, è poſta, come la mole D G alla mole G B; adunque la gravità aſſoluta d' una mole d' acqua, uguale alla mole B G alla gravità aſſoluta del ſolido G D ha la proporzione compoſta delle proporzioni della mole B G alla mole G D, e della mole D G alla mole G B, che è proporzione d' egualità. La gravità dunque aſſoluta d' una mole d' acqua, eguale alla parte della mole del priſma B G, è eguale alla gravità aſſoluta di tutto 'l ſolido D G.

Seguita in oltre, che poſto un ſolido men grave dell' acqua in un vaſo di qualſivoglia grandezza, e circonfuſagli attorno acqna fino a tale altezza, che tanta acqua in mole, quanta ſia la parte del ſolido ſommerſa, peſi aſſolutamente quanto tutto il ſolido; egli da tale acqua ſarà giuſtamente ſoſtenuto, e ſia l' acqua circonfuſa in quantità immenſa, o pochiſſima. Imperocchè ſe il cilindro, o priſma M (*Fig.* 14. *Tav. II.*) men grave dell' acqua v. gr. in proporzione ſubſeſquiterza, ſarà poſto nel vaſo immenſo A B C D, e alzatagli attorno l' acqua fino a' tre quarti della ſua altezza, cioè fino al livello A D, ſarà ſoſtenuto, e equilibrato per appunto: lo ſteſſo gli accaderebbe ſe il vaſo E N S F fuſſe piccoliſſimo in modo, che tra 'l vaſo, e 'l ſolido M reſtaſſe uno anguſtiſſimo ſpazio, e ſolamente capace di tanta acqua, che nè anche fuſſe la centeſima parte della mole M, dalla quale egli ſimilmente ſarebbe ſollevato, e retto, come prima ella fuſſe alzata fino alli tre quarti dell' altezza del ſolido: il che a molti potrebbe nel primo aſpetto aver ſembianza di grandiſſimo paradoſſo, e deſtar concetto, che la dimoſtrazione di tale effetto foſſe ſoffiſtica, e fallace: ma per quelli, che per tale la reputaſſero, c' è la ſperienza di mezzo, che potrà rendergli certi: ma chi ſarà capace di quanto importa la velocità del moto, e come ella a capello ricompenſa il difetto, e 'l mancamento di gravità, ceſſerà di maravigliarſi nel conſiderare, come all' alzamento del ſolido M pochiſſimo s' abbaſſa la gran mole dell' acqua A B C D, ma aſſaiſſimo, ed in uno ſtante decreſce la piccoliſſima mole dell' acqua E N S F, come prima il ſolido M ſi eleva, benchè per areviſſimo ſpazio: onde il momento compoſto della

poca

poca gravità assoluta dell' acqua E N S F, e della grandissima velocità nello abbassarsi, pareggia la forza, e 'l momento, che risulta dalla composizione dell' immensa gravità dell' acqua A B C D colla grandissima tardità nell' abbassarsi, avvegnachè nell' alzarsi il solido M l' abbassamento della pochissima acqua E S si muove tanto più velocemente, che la grandissima mole dell' acqua A C, quanto appunto questa è più di quella, il che dimostreremo così.

Nel sollevarsi il solido M l' alzamento suo all' abbassamento dell' acqua E N S F circonfusa, ha la medesima proporzione, che la superficie di essa acqua alla superficie, o base di esso solido M, la qual base alla superficie dell' acqua A D ha la proporzion medesima, che l' abbassamento dell' acqua A C all' alzamento del solido M; adunque per la proporzione perturbata, (III.) nell' alzarsi il medesimo solido M, l' abbassamento dell' acqua A B C D all' abbassamento dell' acqua E N S F ha la medesima proporzione, che la superficie dell' acqua E F alla superficie dell' acqua A D, cioè, che tutta la mole dell' acqua E N S F a tutta la mole A B C D essendo egualmente alte; è manifesto dunque come nel cacciamento, e alzamento del solido M, l' acqua E N S F supera in velocità di moto l' acqua A B C D di tanto, di quanto ella vien superata da quella in quantità: onde i momenti loro in tale operazione, son ragguagliati.

E per amplissima confermazione, e più chiara esplicazione di questo medesimo, considerisi la Fig. 15. Tav. II. (*che s' io non m' inganno, potrà servire per cavar d' errore alcuni meccanici pratici, che sopra un falso fondamento tentano talora imprese impossibili*) *nella quale al vaso larghissimo E I D F vien continuata l' angustissima canna I C A B, ed intendasi in essi infusa l' acqua fino al livello L G H, la quale in questo stato si quieterà, non senza maraviglia di alcuno, che non capirà così subito, come esser possa, che il grave carico della gran mole dell' acqua G D, premendo abbasso, non sollevi, e scacci la piccola quantità dell' altra contenuta dentro alla canna C L, dalla quale gli vien contesa, e impedita la scesa. Ma tal maraviglia cesserà, se noi cominceremo a fingere l' acqua G D essersi abbassata solamente fino a Q D, e considereremo poi ciò, che averà fatto l' acqua C L, la quale per dar luogo all' altra, che si è scemata dal livello G H fino al livello Q, doverà per necessità esserfi nell' istesso tempo alzata dal livello L fino in A B, e esser la salita L B tanto maggiore della scesa G Q, quant' è l' ampiezza del vaso G D maggiore della larghezza della canna L C, che in somma è, quanto l' acqua G D è più della L C; ma essendo che il momento della velocità del moto in un mobile compensa quello della gravità di un altro, qual meraviglia sarà, se la velocissima salita della poca acqua C L resisterà alla tardissima scesa della molta G D?*

Accade dunque in questa operazione lo stesso a capello, che nella stadera, nella quale un peso di due libbre ne contrappeserà un altro di 200. tutta volta, che nel tempo medesimo quello si dovesse muovere per ispazio 100. volte maggiore, che questo: il che accade, quando l' un braccio della libbra sia più cento volte lungo dell' altro. Cessi pertanto la falsa opinione in quelli, che stimavano, che un naviglio meglio, e più agevolmente fosse sostenuto in grandissima copia d' acqua, che in minor quantità, (*fu ciò creduto da Aristotile ne' Problemi alla Sezion. 23. Probl. 2.*) *essendo all' incontro vero, che è possibile, che una nave così ben galleggi in dieci botti di acqua, come nell' Oceano.*

Ma seguitando la nostra materia dico, che, da quanto si è fin quì dimostrato, possiamo intendere, come uno de' soprannominati solidi, quando fusse più grave in ispecie dell' acqua, non potrebbe mai da qualsivoglia quantità di quella esser sostenuto; imperocchè avendo noi veduto, come il momento, col quale un tal solido grave in ispecie, come l' acqua, contrasta col momento di qualunque mole d' acqua, è potente a ritenerlo fino alla total sommersione, senza che egli si elevi, resta manifesto, che molto meno potrà dall' acqua esser sollevato, quando e' sia più di quella grave in ispecie: onde infondendosi acqua fino alla total sua sommersione, resterà ancora in fondo, e con tanta gravità, e renitenza all' esser sollevato, quanto è l' eccesso del suo peso assoluto sopra il peso assoluto d' una mole a se eguale, fatta d' acqua, o di materia in ispecie egualmente grave, come l' acqua: e benchè s' aggiugnesse poi grandissima quantità d' acqua sopra il livello di quella, che pareggia l' altezza del solido, non però s' accresce la pressione, o aggravamento delle parti circonfuse al detto solido, per la quale maggior pressione egli avesse ad esser cacciato: perchè il contrasto non gli vien fatto, se non da quelle parti dell' acqua, le quali al moto d' esso solido, esse ancora si muovono, e queste son quelle solamente, che son comprese tra le due superficie equidistanti all' orizzonte, e fra di loro paralelle, le quali comprendon l' altezza del solido immerso nell' acqua.

Parmi d' aver fin quì abbastanza dichiarata, e aperta la strada alla contemplazione della vera, intrinseca, e propria cagione di diversi movimenti, e della quiete de' diversi corpi solidi ne' diversi mezzi, e in particolare nell' acqua, mostrando come in effetto il tutto dipende dagli scambievoli eccessi della gravità de' mobili, e de' mezzi: e quello, che sommamente importava, rimovendo l' instanza, che a molti avrebbe potuto per avventura apportar gran dubbio, e difficultà, intorn' alla verità della mia conclusione, cioè come, stante che l' eccesso della gravità dell' acqua sopra la gravità del solido, che in essa si pone, sia cagion del suo galleggiare, e sollevarsi dal fondo alla superficie, possa una quantità d' acqua,

cqua, che pesi meno di dieci libbre, sollevare un solido, che pesi più di cento: dove abbiamo dimostrato, come basta, che tali differenze si trovino tra le gravità in ispecie de' mezzi, e de' mobili, e sien poi le gravità particolari, e assolute, quali esser si vogliano, in guisa tale che un solido, purch' ei sia in ispecie men grave dell' acqua, benchè poi di peso assoluto fosse mille libbre, potrà da dieci libbre d' acqua, e meno, essere innalzato: e all' opposito, altro solido, purchè in ispecie sia più grave dell' acqua, benchè di peso assoluto non fosse più d' una libbra, non potrà da tutto 'l mare esser sollevato dal fondo, o sostenuto. Questo mi basta, per quanto appartiene al presente negozio, avere co' sopra dichiarati esempj scoperto, e dimostrato, senza estender tal materia più oltre, e come si potrebbe in lungo trattato, anzi se non fosse stata la necessità di risolvere il sopra posto dubbio, mi sarei fermato in quello solamente, che da Archimede vien dimostrato nel primo libro delle cose, che stanno sopra l' acqua, dov' in universale si concludono, e stabiliscon le medesime conclusioni, cioè, che i solidi men gravi dell' acqua soprannuotano, i più gravi vanno al fondo, gli egualmente gravi stanno indifferentemente in ogni luogo, purchè stieno totalmente sotto acqua.

Ma perchè tal dottrina d' Archimede vista, trascritta, ed esaminata dal Sig. Francesco Buonamico nel quinto libro del moto al cap. 29. e poi dal medesimo confutata, potrebbe dall' autorità di Filosofo così celebre, e famoso, esser resa dubbia, e sospetta di falsità; ho giudicato necessario il difenderla, se sarò potente a farlo, e purgare Archimede da quelle colpe, delle quali par ch' e' venga imputato.

Lascia il Buonamico la dottrina d' Archimede, prima come non concorde coll' opinion d' Aristotile, soggiugnendo parergli cosa ammiranda, che l' acqua debba superar la terra in gravità, vedendosi in contrario crescer la gravità nell' acqua, mediante la participazion della terra. Soggiugne appresso non restar sodisfatto dalle ragioni d' Archimede, per non poter con quella dottrina assegnar la cagione, donde avvenga, che un legno, e un vaso, che per altro stia a galla nell' acqua, vada poi al fondo, se s' empierà d' un' acqua, che per essere il peso dell' acqua, che in esso si contiene, eguale all' altr' acqua, dovrebbe fermarsi al sommo nella superficie, tuttavia si vede andare in fondo.

Di più aggiugne, che Aristotile chiaramente ha confutato gli antichi, che dicevano i corpi leggieri esser mossi all' insù scacciati dalla impulsione dell' ambiente più grave: il che se fusse, parrebbe, che di necessità ne seguisse, che tutti i corpi naturali fussero di sua natura gravi, e niuno leggiere: perchè 'l medesimo accaderebbe ancora dell' aria, e del fuoco, posti nel fondo dell' acqua. E benchè Aristotile conceda la pulsione negli elementi, per la quale la terra si riduce in figura sferica, non

non però, per suo parere, è tale, che ella possa rimuovere i corpi gravi dal luogo suo naturale, anzi che più tosto gli manda verso il centro, al quale (come egli alquanto oscuramente seguita di dire) principalmente si muove l'acqua, se già ella non incontra chi gli resista, e per la sua gravità non si lasci scacciare dal luogo suo: nel qual caso, se non direttamente, almeno come si può, conseguisce il centro; ma al tutto, per accidente, i leggieri per tale impulsione, vengono ad alto: ma ciò hanno per lor natura, come anche lo stare a galla. Conclude finalmente di convenir con Archimede nelle conclusioni, ma non nelle cause, le quali egli vuol riferire alla facile, o difficile divisione del mezzo, e al dominio degli elementi, sicchè quando il mobile supera le podestà del mezzo, come per esempio, il piombo la continuità dell' acqua, si moverà per quella, altramente nò.

Questo è quello, che io ho potuto raccorre esser prodotto contro Archimede dal Sig. Buonamico: il quale non s' è curato d' atterrare i principj, e le supposizioni d' Archimede, che pure è forza, che sieno falsi, se falsa è la dottrina da quelli dependente; ma s' è contentato di produrre alcuni inconvenienti, e alcune repugnanze all' opinione, e alla dottrina d' Aristotile. Alle quali obiezioni rispondendo, dico prima. Che l' essere semplicemente la dottrina d'Archimede discorde da quella d'Aristotile, non dovrebbe muovere alcuno ad averla per sospetta, non costando cagion veruna, per la quale l' autorità di questo debba essere anteposta all' autorità di quello: ma perchè, dove s' hanno i decreti della Natura indifferentemente esposti agli occhi dello intelletto di ciascuno, l' autorità di questo, e di quello perde ogni autorità nel persuadere, restando la podestà assoluta alla ragione: però passo a quello, che vien nel secondo luogo prodotto, come assurdo conseguente alla dottrina d' Archimede, cioè: che l' acqua dovesse esser più grave della terra. Ma io veramente non trovo, che Archimede abbia detta tal cosa, nè che ella si possa dedurre dalle sue conclusioni: e quando ciò mi fusse manifestato, credo assolutamente, che io lascerei la sua dottrina, come falsissima. Forse è appoggiata questa deduzione del Buonamico sopra quello, che egli soggiugne del vaso, il quale galleggia, sin che sarà voto d' acqua, ma poi ripieno, va al fondo: e intendendo d'un vaso di terra, inferisce contro Archimede così: Tu di' che i solidi, che galleggiano, sono men gravi dell' acqua: questo vaso di terra galleggia, adunque tal vaso è men grave dell'acqua, e però la terra è men grave dell' acqua. Se tale è la illazione, io facilmente rispondo, concedendo, che tal vaso sia men grave dell' acqua, e negando l' altra conseguenza, cioè, che la terra sia men grave dell' acqua; il vaso, che soprannuota, occupa nell' acqua, non solamente un luogo eguale alla mole della terra, della quale egli è for-

mato, ma eguale alla terra, e all'aria insieme, nella sua concavità contenuta. E se una tal mole, composta di terra, e d'aria sarà men grave d'altrettanta acqua, soprannuoterà, e sarà conforme alla dottrina d'Archimede: ma se poi rimovendo l'aria, si riempierà il vaso d'acqua, sicchè il solido posto nell'acqua, non sia altro, che terra, nè occupi altro luogo, che quello, che dalla sola terra viene ingombrato, allora egli andrà al fondo, per esser la terra più grave dell'acqua: e ciò concorda benissimo con la mente d'Archimede. Ecco il medesimo effetto dichiarato con altra esperienza simile. Nel volere spingere al fondo una boccia di vetro, mentre è ripiena d'aria, si sente grandissima renitenza, perchè non è solo vetro quello, che si spinge sotto acqua, ma insieme col vetro una gran mole d'aria, e tale, che chi prendesse tanta acqua, quanta è la mole del vetro, e dell'aria, in esso contenuta, avrebbe un peso molto maggiore, che quello della boccia, e della sua aria: e però non si sommergerà senza gran violenza; ma se si metterà nell'acqua il vetro solamente, che sarà quando la boccia s'empierà d'acqua, allora il vetro discenderà al fondo, come superiore in gravità all'acqua.

Tornando dunque al primo proposito, dico: che la terra è più grave dell'acqua, e che però un solido di terra va al fondo, ma può ben farsi un composto di terra, e d'aria, il quale sia men grave d'altrettanta mole di acqua, e questo resterà a galla, e sarà l'una, e l'altra esperienza molto ben concorde alla dottrina d'Archimede. Ma perchè ciò mi pare, che non abbia difficultà, io non voglio affermativamente dire, che il Sig. Buonamico volesse da un simil discorso opporre ad Archimede l'assurdo dello 'nferirsi dalla sua dottrina, che la terra fusse men grave dell'acqua, benchè io veramente non sappia immaginarmi, quale altro accidente lo possa avere indotto a ciò.

Forse tal problema (per mio creder favoloso) letto dal Sig. Buonamico in altro autore, dal quale per avventura fu attribuito per proprietà singolare a qualche acqua particolare, vien ora usato con doppio errore in confutare Archimede, poichè egli non dice tal cosa, nè da chi la disse fu asserita dell'acqua del comune Elemento.

Era la terza difficultà nella dottrina d'Archimede, il non si poter render ragione, onde avvenga, che un legno, e un vaso pur di legno, che per altro galleggia, vada al fondo, se si riempirà d'acqua. Ha creduto il Sig. Buonamico, che un vaso di legno, e di legno, che per sua natura stia a galla, vada poi al fondo, come prima se e' s'empia d'acqua; di che egli nel capitolo seguente, che è il 30. del quinto libro, copiosamente discorre: ma io, parlando sempre senza diminuzione della sua singolar dottrina, ardirò, per difesa d'Archimede, di negargli tale esperienza, essendo certo, che un legno, il quale per sua natura non va al

fon-

fondo nell' acqua, non v' andrà altresì incavato, o ridotto in figura di qualsivoglia vaso, e poi empiuto d'acqua: e chi vorrà vederne prontamente l'esperienza in qualche altra materia trattabile, e che agevolmente si riduca in ogni figura, potrà pigliar della cera pura, e facendone prima una palla, o altra figura solida, aggiugnervi tanto di piombo, che appena la conduca al fondo, sicchè un grano di manco, non bastasse per farla sommergere, perchè facendola poi in forma d'un vaso, e empiendolo d'acqua, troverà, che senza il medesimo piombo non andrà in fondo, e che col medesimo piombo discenderà con molta tardità; ed insomma s'accerterà, che l' acqua contenuta non gli apporta alterazione alcuna. Io non dico già, che non si possano di legno, che per sua natura galleggi, far barche, le quali poi piene d'acqua si sommergano, ma ciò non avverrà per gravezza, che sia loro accresciuta dall' acqua, ma sì bene da' chiodi, e altri ferramenti, sicchè non più s'avrà un corpo men grave dell' acqua, ma un composto di ferro, e di legno, più ponderoso d'altrettanta mole d'acqua. Cessi per tanto il Sig. Buonamico di voler render ragioni d'un effetto, che non è: anzi, se l'andare a fondo il vaso di legno, quando sia ripien d'acqua, poteva render dubbia la dottrina d'Archimede, secondo la quale egli non vi dovrebbe andare, e all' incontro quadra, e si conforma colla dottrina Peripatetica, poichè ella accomodatamente assegna ragione, che tal vaso debbe, quando sia pieno d'acqua, sommergersi, convertendo il discorso all'opposito, potremo con sicurezza dire, la dottrina d'Archimede esser vera, poichè acconciamente ella s'adatta all' esperienze vere, e dubbia l' altra, le cui deduzioni s'accomodano a false conclusioni. Quanto poi all'altro punto, accennato in questa medesima instanza, dove pare, che il Buonamico intenda il medesimo, non solamente d'un legno figurato in forma di vaso, ma anche d'un legno massiccio, che ripieno, cioè, come io credo, che egli voglia dire, inzuppato, e pregno d'acqua, vada finalmente al fondo, ciò accade d'alcuni legni porosi, li quali, mentre hanno le porosità ripiene d'aria, o d'altra materia men grave dell'acqua, sono moli in ispecie manco gravi di essa acqua, siccome è quella boccia di vetro, mentre è piena d'aria: ma quando, partendosi tal materia leggiera, succede nelle dette porosità, e cavernosità l'acqua, può benissimo essere, che allora tal composto resti più grave dell'acqua, nel modo, che partendosi l'aria dalla boccia di vetro, e succedendovi l'acqua, ne risulta un composto d'acqua, e di vetro più grave d'altrettanta mole d'acqua: ma l'eccesso della sua gravità è nella materia del vetro, e non nell' acqua, la quale non è più grave di se stessa: così quel che resta del legno, partendosi l'aria delle sue concavità, se sarà più grave in ispecie dell'acqua, ripiene che saranno le sue porosità d'acqua, s'avrà un composto d'acqua, e di legno, più grave

nell'acqua, ma non in virtù dell'acqua ricevuta nelle porosità, ma di quella materia del legno, che resta, partita che sia l'aria: e renduto tale, andrà, conforme alla dottrina d'Archimede, al fondo, siccome prima, secondo la medesima dottrina, galleggiava.

A quello finalmente, che viene opposto nel quarto luogo, cioè, che già sieno stati da Aristotile confutati gli antichi, i quali, negando la leggerezza positiva, e assoluta, e stimando veramente tutti i corpi esser gravi, dicevano, quello, che si muove in sù, essere spinto dall'ambiente, e per tanto, che anche la dottrina d'Archimede, come a tale opinione aderente, resti convinta, e confutata: rispondo primieramente parermi, che il Sig. Buonamico imponga ad Archimede, e deduca dal suo detto più di quello, ch'egli ha proposto, e che dalle sue proposizioni si può dedurre: avvegnachè Archimede nè neghi, nè ammetta la leggerezza positiva, nè pur ne tratti: onde molto meno si debbe inferire, ch'egli abbia negato, che ella possa esser cagione, e principio del moto all'insù del fuoco, o d'altri corpi leggieri; ma solamente avendo dimostrato, come i corpi solidi, più gravi dell'acqua discendano in essa, secondo l'eccesso della gravità loro sopra la gravità di quella, dimostra parimente, come i men gravi ascendono nella medesima acqua, secondo l'eccesso della gravità di essa sopra la gravità loro: onde il più, che si possa raccorre dalle dimostrazioni d'Archimede, è, che siccome l'eccesso della gravità del mobile sopra la gravità dell'acqua, è cagion del suo discendere in essa, così l'eccesso della gravità dell'acqua sopra quella del mobile, è bastante a fare, che egli non discenda, anzi venga a galla; non ricercando, se del muoversi all'insù, sia, o non sia altra cagion contraria alla gravità: nè discorre meno acconciamente Archimede d'alcuno, che dicesse.

Se il vento Australe ferirà la barca con maggiore impeto, che non è la violenza, colla quale il corso del fiume la traporta verso Mezzogiorno, sarà il movimento di quella verso Tramontana: ma se l'impeto dell'acqua prevarrà a quello del vento, il moto suo sarà verso Mezzogiorno, il discorso è ottimo, e immeritamente sarebbe ripreso da chi gli opponesse, dicendo: Tu malamente adduci per cagion del movimento della barca verso Mezzogiorno l'impeto del corso dell'acqua eccedente la forza del vento Australe; malamente io dico, perchè c'è la forza del vento Borea, contrario all'Austro, potente a spinger la barca verso Mezzogiorno. Tale obiezione sarebbe superflua, perchè quelli che adduce, per cagion del moto il corso dell'acqua, non nega, che il vento contrario all'Ostro possa far lo stesso effetto, ma solamente afferma, che prevalendo l'impeto dell'acqua alla forza d'Austro, la barca si moverà verso Mezzogiorno: e dice cosa vera. E così appunto, quando Archimede dice, che prevalendo la gravità dell'acqua a quella, per la quale il mobile va a bas-

a basso, tal mobile vien sollevato dal fondo alla superficie, induce cagion verissima di tale accidente, nè afferma, o nega, che sia, o non sia una virtù contraria alla gravità, detta da alcuni leggerezza, potente ella ancora a muovere alcuni corpi all' insù. Sieno dunque indrizzate l'armi del Sig. Buonamico contra Platone, e altri antichi, li quali negando totalmente la levità, e ponendo tutti li corpi esser gravi, dicevano il movimento all' insù esser fatto, non da principio intrinseco del mobile, ma solamente dallo scacciamento del mezzo: e resti Archimede colla sua dottrina illeso, poichè egli non dà cagion d'essere impugnato. Ma quando questa scusa addotta in difesa d'Archimede paresse ad alcuno scarsa per liberarlo dalle obiezioni, e argomenti fatti da Aristotile contro a Platone, e agli altri antichi, comecchè i medesimi militassero ancora contro ad Archimede, adducente lo scacciamento dell' acqua come cagione del tornare a galla i solidi men gravi di lei, io non diffiderei di poter sostener per verissima la sentenza di Platone, e di quegli altri, li quali negano assolutamente la leggerezza, e affermano ne' corpi elementari non essere altro principio intrinseco di movimento, se non verso il centro della terra, nè essere altra cagione del movimento all' insù (intendendo di quello che ha sembianze di moto naturale) fuori che lo scacciamento del mezzo fluido, ed eccedente la gravità del mobile; e alle ragioni in contrario d' Aristotile credo, che si possa pienamente soddisfare: e mi sforzerei di farlo, quando fusse totalmente necessario nella presente materia, o non fosse troppo lunga digressione in questo breve trattato. Dirò solamente, che se in alcuno de' nostri corpi elementari fosse principio intrinseco, e inclinazion naturale di fuggire il centro della terra, e muoversi verso il concavo della Luna, tali corpi senza dubbio più velocemente ascenderebbono per que' mezzi, che meno contrastano alla velocità del mobile, e questi sono i più tenui, e sottili, quale è, per esempio, l'aria in comparazion dell' acqua, provando noi tutto 'l giorno, che molto più speditamente moviamo con velocità una mano, o una tavola trasversalmente in quella, che in questa: tuttavia non si troverà mai corpo alcuno, il quale non ascenda molto più velocemente nell' acqua, che nell' aria; anzi de' corpi, che noi veggiamo continuamente ascendere con velocità nell' acqua, niuno è, che pervenuto a' confini dell' aria, non perda totalmente il moto; insino all' aria stessa, la quale sormontando velocemente per l' acqua, giunta che è alla sua regione, lascia ogn' impeto, e lentamente coll' altra si confonde. E avvegnachè l' esperienza ci mostri, che i corpi di mano in mano men gravi più velocemente ascendon nell'acqua, non si potrà dubitare, che l' esalazioni ignee più velocemente ascendano per l' acqua, che non fa l' aria: la quale aria si vede, per esperienza, ascendere più velocemente per l' acqua, che l' esalazioni ignee per l' aria: adun-

que di neceſſità ſi conclude, che le medeſime eſalazioni aſſai più velocemente aſcendano per l'acqua, che per l'aria, e che in conſeguenza elle ſieno moſſe dal diſcacciamento del mezzo ambiente, e non da principio intrinſeco, che ſia in loro di fuggire il centro, al quale tendono gli altri corpi gravi.

A quello, che per ultima concluſione produce il Sig. Buonamico di voler ridurre il diſcendere, o no, all'agevole, e alla difficil diviſione del mezzo, e al dominio degli elementi: riſpondo, quanto alla prima parte, ciò non potere in modo alcuno aver ragione di cauſa, avvengachè in niuno de' mezzi fluidi, come l'aria, l'acqua, e altri umidi, ſia reſiſtenza alcuna alla diviſione; ma tutti da ogni minima forza ſon diviſi, e penetrati, come di ſotto dimoſtrerò; ſicchè di tale reſiſtenza alla diviſione non può eſſere azione alcuna, poichè ella ſteſſa non è. Quanto all'altra parte dico, che tanto è il conſiderare ne' mobili il predominio degli elementi, quanto l'eccesso, o il mancamento di gravità in relazione al mezzo, perchè in tale azione gli Elementi non operano, ſe non in quanto gravi, o leggieri: e però tanto è il dire, che il legno dell'abeto non va al fondo, perchè è a predominio aereo, quanto è il dire, perchè è men grave dell'acqua; anzi pur la cagione immediata è l'eſſer men grave dell'acqua: e l'eſſere a predominio aereo è cagione della minor gravità, però chi adduce per cagione il predominio dell'elemento, apporta la cauſa della cauſa, e non la cauſa proſſima, e immediata. Or chi non ſa, che la vera cauſa è la immediata, e non la mediata? In oltre quello, che allega la gravità, apporta una cauſa notiſſima al ſenſo: perchè molto agevolmente potremo accertarci ſe l'ebano, per eſempio, e l'abeto ſon più, o men gravi dell'acqua: ma ſe ſieno terrei, o aerei a predominio, chi ce lo manifeſterà? certo niun'altra eſperienza meglio che il vedere ſe eſſi galleggiano, o vanno al fondo. Talchè, chi non ſa, che il tal ſolido galleggia, ſe non quando e' ſappia, che egli è a predominio aereo, non ſa ch'e' galleggi, ſe non quando lo vede galleggiare: perchè allora ſa, ch'e' galleggia, quando e' ſa, che egli è aereo a predominio, ma non ſa, ch'e' ſia aereo a predominio, ſe non quando e' lo vede galleggiare: adunque e' non ſa, ch'e' galleggi, ſe non dopo l'averlo veduto ſtare a galla.

Non diſprezziam dunque quei civanzi, pur troppo tenui, che il diſcorſo, dopo qualche contemplazione, apporta alla noſtra intelligenza, e accettiamo da Archimede il ſapere, che allora qualunque corpo ſolido andrà al fondo nell'acqua, quand' egli ſarà in iſpecie più grave di quella, e che s'ei ſarà men grave, di neceſſità galleggerà, e che indifferentemente reſterebbe in ogni luogo dentro all' acqua, ſe la gravità ſua fuſſe totalmente ſimile a quella dell'acqua.

Eſpli-

Esplicate, e stabilite queste cose, io vengo a considerare ciò, che abbia, circa questi movimenti, e quiete, che far la diversità di figura data ad esso mobile, e torno ad affermare:.

Che la diversità (IV.) di figura data a questo, e a quel solido, non può esser cagione in modo alcuno dell'andare egli, o non andare assolutamente al fondo, o a galla; sicchè un solido, che figurato, per esempio, di figura sferica va al fondo, o viene a galla nell'acqua, dico, che, figurato di qualunque altra figura, il medesimo nella medesima acqua andrà, e tornerà dal fondo, nè gli potrà tal suo moto dall'ampiezza, o da altra mutazion di figura esser vietato, e tolto.

Può ben l'ampiezza della figura ritardar la velocità, tanto della scesa, quanto della salita, e più, secondo che tal figura si ridurrà a maggior larghezza, e sottigliezza: ma ch'ella possa ridursi a tale, ch'ella totalmente vieti il più muoversi quella stessa materia nella medesima acqua, ciò stimo essere impossibile. In questo ho trovato gran contradittori, li quali producendo alcune esperienze, e in particolare una sottile assicella d'ebano, e una palla del medesimo legno, e mostrando, come la palla nell'acqua discendeva al fondo, e l'assicella, posata leggiermente sull'acqua, non si sommergeva, ma si fermava: hanno stimato, e coll'autorità d'Aristotile confermatisi nella credenza loro, che di tal quiete ne sia veramente cagione la larghezza della figura, inabile, per lo suo poco peso, a fendere, e penetrar la resistenza della crassizie dell'acqua: la qual resistenza prontamente vien superata dall'altra figura rotonda.

Questo è il punto principale della presente quistione, nel quale m'ingegnerò di far manifesto d'essermi appreso alla parte vera.

Però cominciando a tentar d'investigare coll'esame d'esquisita esperienza, come veramente la figura non altera punto l'andare, o 'l non andare al fondo i medesimi solidi, e avendo già dimostrato, come la maggiore, o minor gravità del solido, in relazione alla gravità del mezzo, è cagione del discendere, o ascendere: qualunque volta noi vogliamo far prova di ciò, che operi circa questo effetto la diversità della figura, sarà necessario far l'esperienza con materie, nelle quali la varietà delle gravezze non abbia luogo: perchè servendoci di materie, che tra di loro possano esser di varie gravità in ispecie, sempre resteremo, con ragione, ambigui, incontrando varietà nell'effetto del discendere, o ascendere, se tal diversità derivi veramente dalla sola figura, o pur dalla diversa gravità ancora. A ciò troveremo rimedio col prendere una sola materia, la qual sia trattabile, e atta a ridursi agevolmente in ogni sorta di figura. In oltre sarà ottimo espediente prendere una sorta di materia similissima in gravità all'acqua, perchè tal materia, in quanto appartiene alla gravità, è indifferente al discendere, e all'ascendere: onde speditissimamente

te

te si conoscerà qualunque piccola diversità potesse derivar dalla mutazione delle figure.

Ora, per ciò fare, attissima è la cera, la quale, oltr'al non ricever sensibile alterazione dallo impregnarsi d'acqua, è trattabile, e agevolissimamente il medesimo pezzo si riduce in ogni figura, ed essendo in ispecie pochissimo manco grave dell'acqua, col mescolarvi drento un poco di limatura di piombo, si riduce in gravità similissima a quella.

Preparata una tal materia, e fattone, per esempio, una palla grande quanto una melarancia, o più, e fattala tanto grave, ch'ella stia al fondo, ma così leggiermente, che, detrattole un solo grano di piombo, venga a galla, e aggiuntolo torni al fondo, riducasi poi la medesima cera in una sottilissima, e larghissima falda, e tornisi a far la medesima esperienza, vedrassi, che ella, posta nel fondo, con quel grano di piombo, resterà a basso, detratto il grano s'eleverà fino alla superficie, aggiuntolo di nuovo discenderà al fondo. E questo medesimo effetto accaderà sempre in tutte le sorti di figure, tanto regolari, quanto irregolari, nè mai se ne troverà alcuna, la quale venga a galla, se non rimosso il grano del piombo, o cali al fondo, se non aggiuntovelo: e insomma, circa l'andare, o non andare al fondo, non si scorgerà diversità alcuna, ma sì bene circa 'l veloce, e 'l tardo; perchè le figure più larghe, e distese, si moveranno più lentamente tanto nel calare al fondo, quanto nel sormontare: e l'altre figure più strette, o raccolte, più velocemente. Ora io non so qual diversità si debba attendere dalle varie figure, se le diversissime fra di se non operano quanto fa un piccolissimo grano di piombo, levato, o posto.

Parmi di sentire alcuno degli avversari muover dubbio sopra la da me prodotta esperienza, e mettermi primieramente in considerazione, che la figura, come figura semplicemente, e separata dalla materia, non opera cosa alcuna, ma bisogna, che ella sia congiunta colla materia; e di più, non con ogni materia, ma con quelle solamente, colle quali ella può eseguire l'operazione desiderata, in quella guisa, che vedremo per esperienza esser vero, che l'angolo acuto, e sottile è più atto al tagliare, che l'ottuso; tuttavia però che l'uno, e l'altro saranno congiunti con materia atta a tagliare, come v. g. col ferro: perciocchè un coltello di taglio acuto, e sottile taglia benissimo il pane, e 'l legno, il che non farà se 'l taglio sarà ottuso, e grosso: ma chi volesse, in cambio di ferro, pigliar cera, e formarne un coltello, veramente non potrebbe in tal materia riconoscer quale effetto faccia il taglio acuto, e qual l'ottuso: perchè nè l'uno, nè l'altro taglierebbe, non essendo la cera, per la sua mollizie, atta a superar la durezza del legno, e del pane: e però applicando simil discorso al proposito nostro, diranno, che la figura diver-
sa

sa mostrerà diversità d'effetti, circa l'andare, o non andare al fondo, ma non congiunta con qualsivoglia materia, ma solamente con quelle materie, che per lor gravità sono atte a superare la resistenza della viscosità dell'acqua: onde chi pigliasse per materia il suvero, o altro leggierissimo legno, inabile, per la sua leggerezza, a superar la resistenza della crassizie dell'acqua, e di tal materia formasse solidi di diverse figure, indarno tenterebbe di veder quello, che operi la figura circa il discendere, o non discendere, perchè tutte resterebbero a galla, e ciò, non per proprietà di questa figura, o di quella, ma per la debolezza della materia manchevole di tanta gravità, quanta si ricerca per superare, e vincer la densità, o crassizie dell'acqua. Bisogna dunque se noi vogliamo veder quello, che operi la diversità della figura, elegger prima una materia, per sua natura, atta a penetrar la crassizie dell'acqua, e per tale effetto è paruta loro opportuna una materia, la qual, prontamente ridotta in figura sferica, vada al fondo, ed hanno eletto l'ebano, del quale facendo poi una piccola assicella, e sottile, come è la grossezza d'una veccia, hanno fatto vedere, come questa, posata sopra la superficie dell' acqua, resta senza discendere al fondo: e facendo all' incontro del medesimo legno una palla, non minore d'una nocciuola, mostrano, che questa non resta a galla, ma discende. Dalla quale esperienza pare a loro di poter francamente concludere, che la larghezza della figura nella tavoletta piana sia cagione del non discendere ella al basso, avvegnachè una palla della medesima materia, non differente dalla tavoletta in altro che nella figura, va nella medesima acqua al fondo. Il discorso, e l'esperienza hanno veramente tanto del probabile, e del verisimile, che maraviglia non sarebbe, se molti, persuasi da una certa prima apparenza, gli prestassero il loro assenso: tuttavia io credo di potere scoprire, come non mancano di fallacia.

Cominciando adunque ad esaminare a parte, a parte, quanto è stato prodotto, dico, che le figure, come semplici figure, non solamente non operano nelle cose naturali, ma nè anche si ritrovano dalla sustanza corporea separate: nè io le ho mai proposte denudate dalla materia sensibile, siccome anche liberamente ammetto, che nel voler noi esaminare, quali sieno le diversità degli accidenti, dependenti dalla varietà delle figure, sia necessario applicarle a materie, che non impediscano l'operazioni varie di esse varie figure: e ammetto, e concedo, che malamente farei, quando io volessi esperimentare quello, che importi l'acutezza del taglio con un coltello di cera, applicandolo a tagliare una quercia, perchè non è acutezza alcuna, che introdotta nella cera, tagli il legno durissimo. Ma non sarebbe già prodotta a sproposito l'esperienza d'un tal coltello, per tagliare il latte rappreso, o altra simil materia molto ceden-

dente: anzi, in materia simile, è più accomodata la cera a conoscer le diversità dependenti da angoli più, o meno acuti, che l'acciaio, posciachè il latte indifferentemente si taglia con un rasoio, e con un coltello di taglio ottuso. Bisogna dunque non solo aver riguardo alla durezza, solidità, o gravità de' corpi, che sotto diverse figure hanno a dividere, e penetrare alcune materie, ma bisogna por mente altresì alle resistenze delle materie da esser divise, e penetrate. Ma perchè io, nel far l'esperienza concernente alla nostra contesa, ho eletta materia, la qual penetra la resistenza dell'acqua, e in tutte le figure discende al fondo, non possono gli avversari appormi difetto alcuno, anzi tanto ho io proposto modo più esquisito del loro, quanto che ho rimosse tutte l'altre cagioni dell'andare, o non andare al fondo, e ritenuta la sola, e pura varietà di figure, mostrando che le medesime figure tutte, colla sola alterazione di un grano di peso, discendono, il qual rimosso, tornano a sormontare a galla; non è vero dunque (ripigliando l'esempio da loro indotto) ch'io abbia posto di volere esperimentar l'efficacia dell'acutezza nel tagliare, con materie impotenti a tagliare, anzi con materie proporzionate al nostro bisogno, poichè non sono sottoposte ad altre varietà, che a quella sola, che depende dalla figura più, o meno acuta.

Ma procediamo un poco più avanti, e notisi, come veramente senza veruna necessità viene introdotta la considerazione, che dicono doversi avere intorno all'elezione della materia, la quale sia proporzionata, per far la nostra esperienza, dichiarando coll'esempio del tagliare, che siccome l'acutezza non basta a tagliare se non quando è in materia dura, e atta a superare la resistenza del legno, o d'altro, che di tagliare intendiamo, così l'attitudine al discendere, o non discender nell'acqua, si dee, e si può solamente riconoscere in quelle materie, che son potenti a superar la resistenza dell'acqua, e vincer la sua crassizie. Sopra di che io dico, esser ben necessaria la distinzione, ed elezione più di questa, che di quella materia, in cui s'imprimano le figure per tagliare, o penetrare questo, e quel corpo, secondo che la solidità, o durezza d'essi corpi sarà maggiore, o minore: ma poi soggiungo, che tal distinzione, elezione, e cautela sarebbe superflua, ed inutile, se il corpo da esser tagliato, o penetrato, non avesse resistenza alcuna, ne contendesse punto al taglio; o alla penetrazione: e quando i coltelli dovessero adoperarsi per tagliar la nebbia, o il fumo, egualmente ci servirebbono tanto di carta, quanto d'acciajo Damaschino, e così per non aver l'acqua resistenza alcuna all'esser penetrata da qualunque corpo solido, ogni scelta di materia è superflua, o non necessaria, e l'elezioni, ch'io dissi di sopra esser ben farsi di materia simile in gravità all'acqua, fu non perch'ella fosse necessaria per superar la crassizie dell'acqua, ma la sua gravità, colla

colla qual sola ella resiste alla sommersione de' corpi solidi; che per quel che aspetti alla resistenza della crassizie, se noi attentamente considereremo, troveremo, come tutti i corpi solidi, tanto quei che vanno al fondo, quanto quelli che galleggiano, sono indifferentemente accomodati, e atti a farci venire in cognizion della verità della nostra controversia; nè mi spaventeranno dal creder tali conclusioni l'esperienze, che mi potrebbono essere opposte di molti diversi legni, suveri, galle, e più di sottili piastre di ogni sorta di pietra, e di metallo, pronte, per loro natural gravità, al muoversi verso il centro della terra, le quali tuttavia impotenti, o per la figura (come stimano gli avversari) o per la leggerezza a rompere, e penetrare la continuazion delle parti dell'acqua, e a distrarre la sua unione, restano a galla, nè si profondano altramente; nè altresì mi moverà l'autorità d'Aristotile, il quale, in più d'un luogo, afferma in contrario di questo, che l'esperienza mi mostra.

Torno adunque ad affermare, che non è solido alcuno di tanta leggerezza, nè di tal figura, il quale posto sopra l'acqua non divida, e penetri la sua crassizie: anzi se alcuno con occhio più perspicace tornerà a riguardar più acutamente le sottili tavolette di legno, le vedrà esser con parte della grossezza loro sott'acqua, e non baciar solamente colla loro inferior superficie la superior dell'acqua, siccome è necessario, che abbian creduto quelli, che hanno detto, che tali assicelle non si sommergono, perchè non sono potenti a divider la tenacità delle parti dell'acqua, e più vedrà, che le sottilissime piastre d'ebano, di pietra, e di metallo, quando restano a galla, non solamente hanno rotta la continuazion dell'acqua, ma sono con tutta la lor grossezza sotto la superficie di quella, e più e più, secondo che le materie saranno più gravi: sicchè una sottil falda di piombo resta tanto più bassa, che la superficie dell'acqua circonfusa, quanto è per lo manco la grossezza della medesima piastra, presa dodici volte, e l'oro si profonderà sotto il livello dell'acqua quasi venti volte più che la grossezza della piastra, siccome io più da basso dichiarerò.

Ma seguitiam di far manifesto, come l'acqua cede, e si lascia penetrar da ogni leggerissimo solido, e insieme insieme dimostriamo, come anche dalle materie, che non si sommergono, si poteva venire in cognizione, che la figura non opera niente circa l'andare, o non andare al fondo, avvengachè l'acqua si lasci egualmente penetrar da ogni figura.

Facciasi un cono, o una piramide di cipresso, o d'abeto, o altro legno di simil gravità, ovvero di cera pura, e sia d'altezza assai notabile, cioè d'un palmo, o più, e mettasi nell'acqua colla base in giù, prima si vedrà che ella penetrerà l'acqua, nè punto sarà impedita dalla larghezza della base, non però andrà tutta sott'acqua, ma sopravanzerà

ver-

verso la punta: dal che sarà già manifesto, che tal solido non resta d'affondarsi per impotenza di divider la continuità dell'acqua, avendola già divisa colla sua parte larga, e per opinione degli avversari, meno atta a dividere. Fermata così la piramide, notisi qual parte ne sarà sommersa, e rivoltisi poi colla punta all'ingiù, e vedrassi che ella non fenderà l'acqua più che prima; anzi, se si noterà fino a qual segno si tufferà, ogni persona esperta in Geometria potrà misurare, che quelle parti, che restano fuori dell'acqua, tanto nell'una, quanto nell'altra sperienza, sono a capello eguali: onde manifestamente potrà raccorre, che la figura acuta, che pareva attissima al fendere, e penetrar l'acqua, non la fende, nè penetra punto più, che la larga, e spaziosa.

E chi volesse una più agevole esperienza, faccia della medesima materia due cilindri, uno lungo, e sottile, e l'altro corto, ma molto largo, e pongagli nell'acqua non distesi, ma eretti, e per punta; vedrà, se con diligenza misura le parti dell'uno, e dell'altro, che in ciascheduno di loro la parte sommersa a quella, che resta fuori dell'acqua, mantiene esquisitamente la proporzion medesima, e che niente maggior parte si sommerge di quello lungo, e sottile, che dell'altro più spazioso, e più largo: benchè questo s'appoggi sopra una superficie d'acqua molto ampia, e quello sopra una piccolissima: adunque la diversità di figura non apporta agevolezza, o difficultà nello scendere, e penetrar la continuità dell'acqua, e in conseguenza non può esser cagione dell'andare, o non andare al fondo. Scorgerassi parimente il nulla operar della varietà di figure, nel venir dal fondo dell'acqua verso la superficie, col pigliar cera, e mescolarla con assai limatura di piombo, sicchè divenga notabilmente più grave dell'acqua: e fattone poi una palla, e postala nel fondo dell'acqua, se le attaccherà tanto di suvero, o d'altra materia leggerissima, quanto basti appunto per sollevarla, e tirarla verso la superficie: perchè mutando poi la medesima cera in una falda sottile, o in qualunque altra figura, il medesimo suvero la solleverà nello stesso modo a capello.

Non per questo si quietano gli avversari, ma dicono, che poco importa loro tutto il discorso fatto da me fin quì, e che a lor basta in un particolar solo, ed in che materia, e sotto che figura piace loro, cioè in una assicella, ed in una palla d'ebano aver mostrato, che questa posta nell'acqua va al fondo, e quella resta a galla: ed essendo la materia la medesima, nè differendo i due corpi in altro, che nella figura, affermano aver con ogni pienezza dimostrato, e fatto toccar con mano, quanto dovevano, e finalmente aver conseguito il loro intento. Nondimeno io credo, e penso di poter dimostrare, che tale esperienza non conclude cosa alcuna contro alla mia conclusione.

E pri-

E prima è falso, che la palla vada al fondo, e la tavoletta nò: perchè la tavoletta ancora vi va, ogni volta, che si farà dell'una, e dell' altra figura quel tanto, che le parole della nostra quistione importano, cioè, che ambedue si pongano nell'acqua.

Le parole furon tali: Che avendo gli avversari opinione, che la figura alterasse i corpi solidi circa il discendere, o non discendere, ascendere, o non ascendere nell' istesso mezzo, come v. g. nell' acqua medesima, in modo, che per esemplo, un solido, che sendo di figura sferica andrebbe al fondo, ridotto in qualche altra figura non andrebbe; io stimando 'l contrario, affermava, che un solido corporeo, il quale ridotto in figura sferica, o qualunque altra calasse al fondo, vi calerebbe ancora sotto qualunque altra figura, ec.

Ma esser nell' acqua vuol dire esser locato nell' acqua, e per la definizione del luogo del medesimo Aristotile, esser locato importa esser circondato dalla superficie del corpo ambiente; adunque allora saranno le due figure nell' acqua, quando la superficie dell' acqua le abbraccerà, e circonderà; ma quando gli avversari mostrano la tavoletta d' ebano non discendente al fondo, non la pongono nell' acqua, ma sopra l' acqua, dove da certo impedimento (che più a basso si dichiarerà) ritenuta, resta parte circondata dall' acqua, e parte dall' aria, la qual cosa è contraria al nostro convenuto, che fu, che i corpi debbano esser nell' acqua, e non parte in acqua, e parte in aria.

Il che si fa altresì manifesto dall' essere stata la questione promossa tanto circa le cose, che debbono andare al fondo, quanto circa quelle, che dal fondo debbono ascendere a galla; e chi non vede, che le cose poste nel fondo debbono esser circondate dall' acqua?

Notisi appresso, che la tavoletta d' ebano, e la palla, poste che sieno dentro l' acqua, vanno amendue in fondo, ma la palla più veloce, e la tavoletta più lenta, e più e più lenta, secondo che ella sarà più larga, e sottile, e di tale tardità ne è veramente cagione l' ampiezza della figura: ma queste tavolette, che lentamente discendono, son quelle stesse, che posate leggermente sopra l' acqua, galleggiano: adunque se fusse vero quello, che affermano gli avversari, la medesima figura in numero sarebbe cagione nella stessa acqua in numero ora di quiete, e ora di tardità di moto, il che è impossibile, perchè ogni figura particolare, che discende al fondo, è necessario, che abbia una determinata tardità sua propria, e naturale, secondo la quale ella si muova, sicchè ogni tardità maggiore, o minore, sia impropria alla sua natura: se dunque una tavoletta v. gr. di un palmo quadro, discende naturalmente con sei gradi di tardità, è impossibile, che ella discenda con dieci, o con venti, se qualche nuovo impedimento non se le arreca. Molto meno dunque potrà ella, per cagione della medesima figura, quietarsi, e del tutto restare impe-

pe-

pedita al muoverfi, ma bifogna, che qualunque volta ella fi ferma altro impedimento le fopravvenga, che la larghezza della figura. Altro dunque, che la figura è quello, che ferma la tavoletta d'ebano full'acqua, della qual figura è folamente effetto il ritardamento del moto, fecondo il quale ella difcende più lentamente, che la palla. Dicafi pertanto ottimamente difcorrendo, la vera, e fola cagione dell'andar l'ebano al fondo, effer l'eccefso della fua gravità fopra la gravità dell'acqua: della maggiore, o minor tardità, quefta figura più larga, o quella più raccolta: ma del fermarfi non può in veruna maniera dirfi, che ne fia cagione la qualità della figura, sì perchè facendofi la tardità maggiore fecondo che più fi dilata la figura, non è così immenfa dilatazione, a cui non poffa trovarfi immenfa tardità rifpondere, fenza ridurfi alla nullità di moto: sì perchè le figure prodotte dagli avverfari per effettrici della quiete, già fon le medefime, che vanno anche in fondo.

Io non voglio tacere un'altra ragione, fondata pur full'efperienza, e fe io non m'inganno, apertamente concludente come l'introduzione dell'ampiezza di figura, e della refiftenza dell'acqua all'effere divifa, non hanno che far nulla nell'effetto del difcendere, o afcendere, o fermarfi nell'acqua. Eleggafi un legno, o altra materia, della quale una palla venga dal fondo dell'acqua alla fuperficie più lentamente, che non va al fondo una palla d'ebano della fteffa grandezza ficchè manifefto fia, che la palla d'ebano più prontamente divida l'acqua difcendendo, che l'altra afcendendo, e fia tal materia, per efemplo, il legno di noce. Facciafi dipoi un'afficella di noce fimile, ed eguale a quella d'ebano degli avverfari, la quale refta a galla: e fe è vero, che ella ci refti mediante la figura impotente, per la fua larghezza, a fender la craffizie dell'acqua, l'altra di noce, fenza dubbio alcuno, pofta nel fondo, vi dovrà reftare, come manco atta, per lo medefimo impedimento di figura, a dividere la fteffa refiftenza dell'acqua. Ma fe noi troveremo, e per efperienza vedremo, che non folamente la tavoletta, ma qualunque altra figura del medefimo noce verrà a galla, ficcome indubitatamente vedremo, e troveremo, di grazia ceffino gli avverfari d'attribuire il foprannotare dell'ebano alla figura dell'afficella, poichè la refiftenza dell'acqua è la fteffa, tanto all'insù, quanto all'ingiù, e la forza del noce, al venire a galla, è minore, che la forza dell'ebano all'andare in fondo.

Anzi dirò di più, che fe noi confidereremo l'oro, in comparazione dell'acqua, troveremo, che egli la fupera quafi venti volte in gravità, onde la forza, e l'impeto, col quale va una palla d'oro al fondo, è grandiffimo. All'incontro non mancano materie, come la cera fchietta, e alcuni legni, li quali non cedono nè anche due per cento in gravità dell'acqua, onde il loro afcendere in quella è tardiffimo, e mille volte

più

più debole, che l'impeto dello scendere dell'oro: tuttavia una sottil falda d'oro, galleggia senza discendere al fondo, e all'incontro non si può fare una falda di cera, o del detto legno, la quale posta nel fondo dell'acqua, vi resti senza ascendere. Or se la figura può vietare la divisione, e impedir la scesa al grandissimo impeto dell'oro, come non sarà ella bastante a vietar la medesima divisione all'altra materia nell'ascendere, dove ella non ha appena forza per una delle mille parti dell'impeto dell'oro nel discendere? E' dunque necessario, che quello, che trattiene la sottil falda d'oro o l'assicella d'ebano sull'acqua, sia cosa tale, della quale manchino l'altre falde, e assicelle di materie men gravi dell'acqua, mentre, poste nel fondo, e lasciate in libertà, sormontano alla superficie senza impedimento veruno: ma della figura piana, e larga non mancano elleno. Adunque non è la figura spaziosa quella, che ferma l'oro, e l'ebano a galla. Che dunque diremo che sia? Io per me direi, che fosse il contrario di quello, che è cagione dell'andare al fondo, avvegnachè il discendere al fondo, e 'l restare a galla, sieno effetti contrari, e degli effetti contrari contrarie debbano esser le ragioni.

E perchè dell'andare al fondo la tavoletta d'ebano, o la sottil falda d'oro, quando ella vi va, n'è senza alcun dubbio cagione la sua gravità maggior di quella dell'acqua, adunque è forza, che del suo galleggiare, quando ella si ferma, ne sia cagione la leggerezza, la quale, in quel caso, per qualche accidente, forse finora non osservato, si venga colla medesima tavoletta a congiungere, rendendola non più come avanti era, mentre si profondava, più grave dell'acqua, ma meno. Ma tal nuova leggerezza non può dependere dalla figura, sì perchè le figure non aggiungono, o tolgono il peso, sì perchè nella tavoletta non si fa mutazione alcuna di figura, quando ella va al fondo, da quello, che ella aveva, mentre galleggiava.

Or tornisi a prendere la sottil falda d'oro, o d'argento, ovvero l'assicella d'ebano, e pongasi leggiermente sopra l'acqua, sicchè ella vi resti senza profondarsi, e diligentemente si osservi l'effetto, che ella fa; vedrassi prima quanto sia saldo il detto d'Aristotile, e degli avversari, cioè, che ella resti a galla per la impotenza di fendere, e penetrare la resistenza della crassizie dell'acqua: perchè manifestamente apparirà le dette falde, non solo aver penetrata l'acqua, ma essere notabilmente più basse, che la superficie di essa, la quale, intorno intorno alle medesime falde resta eminente, e fa loro quasi un argine, dentro la cui profondità, quelle restano notando: secondo che le dette falde saranno di materia più grave dell'acqua, due, quattro, dieci, o venti volte bisognerà, che la superficie loro resti inferiore all'universal superficie dell'acqua ambiente, tante, e tante volte più, che non è la grossezza delle medesime fal-

falde, come più distintamente appresso dimostreremo. In tanto per più agevole intelligenza di quanto io dico, attendasi alla presente figura; (*Fig.* 16. *Tav. II.*) nella quale intendasi la superficie dell'acqua stesa secondo le linee FLDB, sopra la quale si poserà una tavoletta di materia più grave in ispecie dell'acqua, ma così leggiermente, che non si sommerga, ella non le resterà altramente superiore, anzi entrerà con tutta la sua grossezza nell'acqua, e più calerà ancora, come si vede per la tavoletta A I O I, la cui grossezza tutta si profonda nell'acqua, restandole intorno gli arginetti L A, D O, dell'acqua, la cui superficie resta notabilmente superiore alla superficie della tavoletta. Or vedasi quanto sia vero, che la detta lamina non vada al fondo, per esser di figura male atta a fendere la corpulenza dell'acqua.

Ma se ella ha già penetrata, e vinta la continuazione dell'acqua, ed è di sua natura, della medesima acqua più grave, per qual cagione non seguita ella di profondarsi, ma si ferma, e si sospende dentro a quella picciola cavità, che col suo peso si è fabbricata nell'acqua? Rispondo, perchè nel sommergersi, finchè la sua superficie arriva al livello di quella dell'acqua, ella perde una parte della sua gravità, e 'l resto poi lo va perdendo nel profondarsi, e abbassarsi oltre alla superficie dell'acqua, la quale intorno intorno le fa argine, e sponda, e tal perdita fa ella, mediante il tirarsi dietro, e far seco discender l'aria superiore, e a se stessa per lo contatto aderente, la quale aria succede a riempir la cavità circondata dagli arginetti dell'acqua, sicchè quello, che in questo caso discende, e vien locato nell'acqua, non è la sola lamina, o tavoletta d'ebano, o di ferro, ma un composto d'ebano, e d'aria, dal quale ne risulta un solido non più in gravità superiore all'acqua, come era il semplice ebano, o 'l semplice oro. E se attentamente si considererà, quale, e quanto sia il solido, che in questa esperienza entra nell'acqua, e contrasta colla sua gravità, scorgerassi esser tutto quello, che si trova sotto alla superficie dell'acqua, il che è un aggregato, e composto d'una tavoletta d'ebano, e di quasi altrettanta aria: una mole composta d'una lamina di piombo, e dieci, o dodici tanti d'aria. Ma, Signori avversari, nella nostra questione si ricerca la identità della materia, e solo si dee alterar la figura, però rimovete quell'aria, la quale, congiunta colla tavoletta, la fa divenire un altro corpo men grave dell'acqua, e ponete nell'acqua il semplice ebano, che certamente voi vedrete la tavoletta scendere al fondo, e se ciò non succede avrete vinto la lite. E per separare l'aria dall'ebano non ci vuol'altro, che sottilmente bagnare colla medesima acqua la superficie di essa tavoletta, perchè interposta così l'acqua tra la tavola, e l'aria, l'altr'acqua circonfusa scorrerà senza intoppo, e riceverà in se, come conviene, il solo, e semplice ebano.

Ma io sento alcuno degli avversari acutamente farmisi incontro, e dir-

dirmi, ch' e' non vogliono altramente, che la lor tavoletta si bagni, perchè il peso aggiuntole dell' acqua, col farla più grave, che prima non era, la tira egli al fondo, e che l' aggiugnerle nuovo peso è contro alla nostra convenzione, che è, che la materia debba esser la medesima.

A questo rispondo primieramente, che trattandosi di quello, che operi la figura, circa i solidi posti nell' acqua, non debbe alcuno desiderare, che sieno posti nell' acqua, senza bagnarsi, nè io dimando, che si faccia della tavoletta altro, che quel che si fa della palla. Inoltre è falso, che la tavoletta vada al fondo in virtù del nuovo peso aggiuntole dall' acqua col semplicemente, e sottilissimamente bagnarla: perchè io metterò dieci, e venti gocciole d' acqua sopra la medesima tavoletta, mentre che ella è sostenuta sull' acqua, le quali gocciole, purchè non si congiungano coll' altr' acqua circonfusa, non la graveranno sì, che ella si profondi: ma se tolta fuori la tavoletta, e scossa via tutta l' acqua, che vi aggiunsi, bagnerò con una sola picciolissima goccia la sua superficie, e tornerò a posarla sopra l' acqua, senza dubbio ella si sommergerà, scorrendo l' altr' acqua a ricoprir la non ritenuta dall' aria superiore, la quale aria per l' interposizione del sottilissimo velo dell' acqua, che le leva la contiguità dell' ebano, senza renitenza si separa, nè contrasta punto alla successione dell' acqua: anzi pure, per meglio dire, discenderà ella liberamente, perchè ella si trova tutta circondata, e coperta dall' acqua, quanto prima la sua superiore superficie già velata d' acqua, arriva al livello della superficie totale di essa acqua. Il dir poi, che l' acqua possa accrescer peso alle cose, che in essa sieno collocate, è falsissimo, perchè l' acqua nell' acqua non ha gravità veruna, poichè ella non vi discende: anzi se vorremo ben considerare quello, che faccia qualunque immensa mole d' acqua, che sia soprapposta ad un corpo grave, che in quella sia locato troveremo, per esperienza, che ella per l' opposito piuttosto gli diminuisce in gran parte il peso, e che noi potremmo sollevar tal pietra gravissima dal fondo dell' acqua, che rimossa l' acqua non la potremo altramente alzare. Nè sia chi mi replichi, che benchè l' acqua soprapposta non accresca gravità alle cose, che sono in essa, pur l' accresce ella a quelle, che galleggiano, e che sono parte in acqua, e parte in aria, come si vede per esemplo, in un catino di rame, il quale mentre sarà voto d' acqua, e pieno solamente d' aria, starà a galla, ma infondendovi acqua diverrà sì grave, che discenderà al fondo, e ciò per cagione del nuovo peso aggiuntoli. A questo io tornerò a rispondere come di sopra, che non è la gravità dell' acqua contenuta dentro il vaso quella, che lo tira al fondo, ma la gravità propria del rame superiore alla gravità in ispecie dell' acqua: che se il vaso fosse di materia men grave dell' acqua, non basterebbe l' Oceano a farlo sommergere. E siemi permesso di replicare,

care, come fondamento, e punto principalissimo nella presente materia, che l' aria contenuta dentro al vaso avanti la infusion dell'acqua, era quella, che lo sosteneva a galla, avvegnachè di lei, e del rame si faceva un composto men grave d'altrettanta acqua: e'l luogo che occupa il vaso nell'acqua mentre galleggia, non è eguale al rame solo, ma al rame, e all' aria insieme, che riempie quella parte del vaso, che sta sotto il livello dell' acqua. Quando poi vi s' infonde l' acqua, si rimuove l' aria, e fassi un composto di rame, e d' acqua più grave in ispecie dell' acqua semplice, ma non in virtù dell' acqua infusa, la quale abbia maggior gravità in ispecie dell' altr' acqua, ma sì bene per la gravità propria del rame, e per l' alienazione dell' aria. Ora, siccome quel, che dicesse, il rame, che per sua natura va al fondo, figurato in forma di vaso, acquista da tal figura virtù di star nell' acqua senza discendere, direbbe il falso: perchè il rame, figurato in qualunque figura, va sempre al fondo, purchè quello, che si pone nell' acqua sia semplice rame, e non è la figura del vaso quella, che fa galleggiare il rame, ma il non esser semplice rame quello, che si pone in acqua, ma un aggregato di rame, e di aria, così nè più nè meno è falso, che una sottil falda di rame, e d' ebano galleggi in virtù della figura spaziosa, e piana, ma bene è vero, che ella resta senza sommergersi, perchè quello, che si pone nell' acqua, non è rame schietto, o semplice ebano, ma un aggregato di rame, e d' aria, o d' ebano, e d' aria. E questo non è contro alla mia conclusione, il quale avendo veduto mille volte vasi di metalli, e sottili falde di varie materie gravi galleggiare in virtù dell' aria congiunta a quelli, affermai, che la figura non era cagione dell' andare, o non andare al fondo dell' acqua i solidi, che in quella fossero collocati. Ma più io non tacerò, anzi dirò agli avversari, che questo nuovo pensiero di non volere, che la superficie della tavoletta si bagni può destare nelle terze persone concetto di scarsità di difesa, per la parte loro, posciachè tal bagnamento, sul principio della nostra questione non dava lor fastidio, e non ne facevano caso alcuno, avvegnachè l' origine della disputa fusse il galleggiar delle falde di ghiaccio, le quali troppo semplice cosa sarebbe il contender, che fosser di superficie asciutta: oltrechè, o asciutta, o bagnata, che sia, sempre galleggian le falde di ghiaccio, e pur per detto degli avversari, per cagion della figura.

Potrebbe per avventura ricorrere alcuno al dire, che bagnandosi l' assicella d' ebano, anche nella superficie superiore, ella fusse, benchè per se stessa inabile a fendere, e penetrar l' acqua, sospinta al basso se non dal peso dell' acqua aggiuntale, almeno da quel desiderio, e inclinazione, che hanno le parti superiori dell' acqua, al ricongiugnersi, e riunirsi: dal movimento delle quali parti essa tavoletta venisse in un certo modo spinta al basso.

Tal

Tal deboliſſimo refugio verrà levato via, ſe ſi conſidererà, che quanta è la inclinazion delle parti ſuperiori dell' acqua al riunirſi, tanta è la ripugnanza delle inferiori all' eſſer diſunite: nè ſi potendo riunir le ſuperiori, ſenza ſpignere in giù l' aſſicella, nè potendo ella abbaſſarſi ſenza diſunir le parti dell' acqua ſottopoſta, ne ſeguita in neceſſaria conſeguenza, che per ſimili riſpetti ella non debba diſcendere. Oltrechè lo ſteſſo, che vien detto delle parti ſuperiori dell' acqua, può, con altrettanta ragione, dirſi delle inferiori, cioè, che deſiderando di riunirſi, ſpigneranno la medeſima aſſicella in ſu.

Forſe alcuno di quei Signori, che diſſentono da me, ſi maraviglierà, che io affermi, che l' aria contigua ſuperiore ſia potente a ſoſtener quella laminetta di rame, o d' argento, che ſu l' acqua ſi trattiene: come che io voglia in un certo modo dare una quaſi virtù di calamita all' aria di ſoſtenere i corpi gravi, co' quali ella è contigua. Io per ſoddisfare, per quanto m' è permeſſo, a tutte le difficultà, ſono andato penſando di dimoſtrare, con qualche altra ſenſata eſperienza, come veramente quella poca d' aria contigua, e ſuperiore ſoſtien que' ſolidi, che eſſendo per natura atti a diſcendere al fondo, poſti leggiermente ſu l' acqua non ſi ſommergono, ſe prima non ſi bagnano interamente, e ho trovato, che ſceſo, che ſia un di tali corpi al fondo, col mandargli, ſenza altramente toccarlo, un poco d' aria, la quale colla ſommità di quello ſi congiunga, ella è baſtante non ſolo, come prima faceva, a ſoſtenerlo, ma a ſollevarlo, e ricondurlo ad alto: dove nella ſteſſa maniera ſi ferma, e reſta, fin che l' aiuto dell' aria congiuntali non gli vien manco. E a queſto effetto ho fatto una palla di cera, e fattala con un poco di piombo tanto grave, che lentamente diſcende al fondo, facendo di più la ſua ſuperficie ben terſa, e pulita, e queſta, poſata pian piano nell' acqua ſi ſommerge quaſi tutta, reſtando ſolamente un poco di ſommità ſcoperta, la quale, fin che ſtarà congiunta con l' aria, tratterrà la palla in alto, ma tolta la contiguità dell' aria col bagnarla, diſcenderà in fondo, e quivi reſterà. Ora per farla (V.) in virtù dell' aria medeſima, che dianzi la ſoſteneva, ritornare ad alto, e fermarviſi appreſſo; ſpingaſi nell' acqua un bicchiere rivolto; cioè colla bocca in giù, il quale porterà ſeco l' aria da lui contenuta, e queſto ſi muova verſo la palla, abbaſſandolo tanto, che ſi vegga, per la traſparenza del vetro, che l' aria contenuta dentro arrivi alla ſommità della palla: dipoi ritiriſi in ſu lentamente il bicchiere, e vedraſſi la palla riſorgere, e reſtare anche dipoi ad alto, ſe con diligenza ſi ſeparerà il bicchiere dall' acqua, ſicchè ella non ſi commova, e agiti di ſoverchio. E' dunque tra l' aria, e gli altri corpi, una certa affinità, la quale gli tiene uniti, ſicchè, non ſenza qualche poco di violenza ſi ſeparano. Lo ſteſſo parimente ſi vede nell' acqua, perchè ſe tufferemo in

essa qualche corpo, sicchè si bagni intieramente, nel tirarlo poi fuor pian piano vedremo l'acqua seguitarlo, e sollevarsi notabilmente sopra la sua superficie, avanti, che da quello si separi. I corpi solidi ancora, se saranno di superficie in tutto simili, sicchè esquisitamente si combagino insieme, nè tra di loro resti aria, che si distragga nella separazione, e ceda, finchè l'ambiente succeda a riempier lo spazio, saldissimamente stanno congiunti, nè senza gran forza si separano: ma perchè l'aria, l'acqua, e gli altri liquidi molto speditamente si figurano al contatto de' corpi solidi, sicchè la superficie loro esquisitamente s'adatta a quella de' solidi, senza che altro resti tra loro; però più manifestamente, e frequentemente si riconosce in loro l'effetto di questa copula, e aderenza, che ne' corpi duri, le cui superficie di rado congruentemente si congiungono. Questa è dunque quella virtù calamitica, la quale con salda copula congiunge tutti i corpi, che senza interposizione di fluidi cedenti si toccano; e chi sa, che un tal contatto, quando sia esquisitissimo, non sia bastante cagione dell'unione, e continuità delle parti del corpo naturale?

Ora seguitando il mio proposito, dico, che non occorre, che ricorriamo alla tenacità, che abbiano le parti dell'acqua tra di loro, per la quale contrastino, e resistano alla divisione, distrazione, e separazione, perchè tale coerenza, e repugnanza alla divisione non vi è, perchè, se ella vi fosse, sarebbe non meno nelle parti interne, che nelle più vicine alla superficie superiore, talchè la medesima tavoletta, trovando sempre lo stesso contrasto, e renitenza, non men si fermerebbe a mezzo l'acqua, che circa la superficie, il che è falso. In oltre qual resistenza si potrà porre nella continuazion dell'acqua, se noi veggiamo essere impossibil cosa il ritrovar corpo alcuno di qualunque materia, figura, e grandezza, il quale, posto nell'acqua, resti dalla tenacità delle parti tra di loro di essa acqua, impedito, sicchè egli non si muova in su, o in giù, secondo, che porta la cagion del lor movimento? E qual maggiore esperienza di ciò ricercheremo noi, di quella, che tutto il giorno veggiamo nell'acque torbide, le quali riposte in vasi ad uso di bere, ed essendo dopo la deposizione d'alcune ore ancora, come diciamo noi, albicce, finalmente, dopo il quarto, o'l sesto giorno, depongono il tutto, restando pure, e limpide: nè può la loro resistenza alla penetrazione fermare quegli impalpabili, e insensibili atomi di rena, che per la loro minimissima forza, consumano sei giorni a discendere lo spazio di mezzo braccio.

Nè sia chi dica, assai chiaro argomento della resistenza dell'acqua all'esser divisa esser il veder noi così sottili corpicelli consumar sei giorni a scender per sì breve spazio; perchè questo non è repugnare alla divisione, ma ritardare un moto, e sarebbe semplicità il dire, che una cosa repugni alla di-

visione, e che in tanto si lasci dividere, nè basta introdur per gli avversari cause ritardanti di moto, essendo bisognosi di cosa, che totalmente lo vieti, ed apporti la quiete: bisogna dunque ritrovar corpi, che si fermino nell' acqua, chi vuol mostrar la sua repugnanza alla divisione, e non che solamente vi si muovano con tardità.

Qual dunque è questa crassizie dell' acqua, colla quale ella repugna alla divisione? quale per nostra fè sarà ella, se noi (pur come ho anche detto di sopra) con ogni diligenza tentando di ridurre una materia tanto simile in gravità all' acqua, che formandola anche in una larghissima falda, resti sospesa, come diciamo, tra le due acque, è impossibile il conseguirlo, benchè ci conduciamo a tal similitudine d' equiponderanza, che tanto piombo, quanto è la quarta parte d' un grano di miglio, aggiunto a detta larghissima falda, che in aria peserà quattro, o sei libbre, la conduce al fondo, e detratto, ella viene alla superficie dell' acqua? Io non so vedere (se è vero quanto io dico, siccome è verissimo) qual minima virtù, o forza s' abbia a poter ritrovare, o immaginare, della quale la renitenza dell' acqua all' esser divisa, e distratta, non sia minore, dal che, per necessità, si conclude, che ella sia nulla: perchè se ella fosse di qualche sensibil potere, qualche larga falda si potrebbe ritrovare, o comporre di materia simile in gravità all' acqua, la quale non solamente si fermasse tra le due acque, ma non si potesse, senza notabil forza, abbassare, e sollevare. Potremmo parimente la stessa verità raccorre da un' altra esperienza, mostrando come l' acqua nello stesso modo cede anche alla division trasversale, perchè, se nell' acqua ferma, e stagnante locheremo qualunque grandissima mole, la quale non vada al fondo, tirandola con un solo capello di donna, la condurremo di luogo in luogo, senza contrasto alcuno, e sia pur la sua figura qual' esser si voglia, sicchè ella abbracci grande spazio d' acqua, come sarebbe una gran trave, mossa per traverso. Forse alcuno mi si potrebbe opporre, dicendo, che se la resistenza dell' acqua all' esser divisa, fusse come affermo io, nulla, non doverieno i navili aver bisogno di tanta forza di remi, o di vele, per esser nel mar tranquillo, o negli stagnanti laghi di luogo in luogo sospinti. A chi facesse tali opposizioni io risponderei, che l' acqua non contrasta, o repugna semplicemente all' esser divisa, ma si bene all' esser divisa velocemente, e con tanta maggior renitenza, quanta la velocità è maggiore: e la cagione di tal resistenza non dipende da crassizie, o altro, che assolutamente contrasti alla divisione; ma perchè le parti divise dell' acqua nel dar luogo a quel solido, che in essa si muove, bisogna, che esse ancora localmente si muovano, parte a destra, parte a sinistra, e parte ancora all' ingiù: e ciò conviene, che facciano non meno l' acque antecedenti al navilio, o altro corpo che per

l' acqua difcorra, quanto le pofteriori, e fuffeguenti; perchè procedendo avanti il navilio per farfi luogo capace per ricever la fua groffezza, è forza, che colla prora fofpinga tanto a deftra, quanto a finiftra le proffime parti dell' acqua, e che trafverfalmente le muova per tanto fpazio, quanto è la metà della fua groffezza, e altrettanto viaggio debbano far l' acque, che fuccedendo alla poppa, fcorrono dalle parti efterne della nave, verfo quelle di mezzo, a riempir fucceffivamente i luoghi, che il navilio nell' avanzarfi avanti va lafciando voti di fe. Ora, perchè tutti i movimenti fi fanno con tempo, e i più lunghi in maggior tempo: ed effendo, di più, vero, che quei corpi, che dentro a qualche tempo fon moffi da qualche potenza per tanto fpazio, non faranno per lo medefimo fpazio, e in tempo più breve, moffi, fe non da maggior potenza: però i navili più larghi, più lentamente fi muovono, che i più ftretti fpinti da forze eguali: e 'l medefimo vafcello tanto maggior forza di vento, o di remi richiede, quanto più velocemente dee effere fpinto.

Ma non è già che qualfivoglia gran mole, che galleggi nell' acqua ftagnante, non poffa effer moffa da qualunque minima forza, e folo è vero, che minor forza più lentamente la muove: ma quando la refiftenza dell' acqua all' effer divifa foffe in alcun modo fenfibile, converrebbe, che detta mole a qualche fenfibil forza reftaffe al tutto immobile, il che non avviene. Anzi dirò di più, che quando noi ci tiraffimo a più interna contemplazione della natura dell' acqua, e degli altri fluidi, forfe fcorgeremmo la coftituzione delle parti loro effer tale, che non folamente non contrafti alla divifione, ma che niente vi fia, che a divider s' abbia, ficchè la refiftenza, che fi fente nel muoverfi per l' acqua, fia fimile a quella, che proviamo nel camminare avanti per una gran calca di perfone, dove fentiamo impedimento, e non per difficoltà, che fi abbia nel dividere, non fi dividendo alcuno di quelli, onde la calca è compofta, ma folamente nel muover lateralmente le perfone già divife, e non congiunte, e così proviamo refiftenza nel cacciare un legno in un monte di rena, non perchè parte alcuna della rena fi abbia a fegare, ma folamente a muovere, e follevare. Due maniere pertanto di penetrare ci rapprefentano, una ne' corpi, le cui parti foffero continue, e quì par neceffaria la divifione, l' altra negli aggregati di parti non continue, ma contigue folamente, e quì non fa bifogno di dividere, ma di muovere folamente; ora io non fon ben rifoluto fe l' acqua, e gli altri fluidi fi debbano ftimar di parti continue, o contigue folamente, fento ben inclinarmi al crederle più presto contigue, (quando non fia in natura altra maniera di aggregare, che coll' unione, o col toccamento degli eftremi) e a ciò m' induce il veder gran differenza tra la copula delle parti di un corpo duro, e la copula delle medefime parti, quando l' iftesso corpo farà fatto liquido, e fluido; perchè, fe per efemplo, io piglierò una maffa d' ar-

gento,

gento, o altro metallo freddo, e duro, sentirò nel dividerlo in due parti non solo la resistenza, che si sentirebbe al muoverle solamente, ma un' altra incomparabilmente maggiore, dependente da quella virtù, qualunque ella sia, che le tiene attaccate, e così se vorremo dividere ancora le dette due parti in altre due, e successivamente in altre, ed altre, troveremo continuamente simili resistenze, ma sempre minori, quanto più le parti da dividersi saranno piccole; ma quando finalmente, adoprando sottilissimi, e acutissimi strumenti, quali sono le più tenui parti del fuoco, lo solveremo, forse nell' ultime, e minime sue particelle, non resterà in loro più, non solo la resistenza alla divisione, ma ne anco il poter più esser divise, e massime da strumenti più grossi degli aculei del fuoco: e qual sega, o coltello, che si metta nell' argento ben fuso, troverà da dividere cosa, che sia avanzata al partimento del fuoco? certo nessuna, perchè o 'l tutto sarà già stato ridotto alle sottilissime, e ultime divisioni, o se pure vi restassero parti capaci ancora di altre suddivisioni, non potriano riceverle, se non da divisori più acuti del fuoco; ma tale non è un' assicella, o una verga di ferro, che si movesse per lo metallo fuso. Di costituzione, e positura simile stimo esser le parti dell' acqua, e degli altri fluidi, cioè, incapaci di esser divise per la loro tenuità; o se pur non in tutto indivisibili almeno certo non divisibili da una tavola, o da altro corpo solido trattabile dalle nostre mani, dovendo la sega esser più sottile del solido da segarsi. Muovono dunque solamente, e non dividono i corpi solidi, che si pongono nell' acqua, le cui parti essendo già divise fino a i minimi, e perciò potendo esserne mosse molte insieme, e poche, e pochissime, dan subito luogo ad ogni piccolo corpuscolo, che in essa discenda, perchè per minimo, e leggiero, che sia, scendendo nell' aria, e arrivando alla superficie dell' acqua, trova particelle di acqua più piccole, e di resistenza minore all' esser mosse, e scacciate, che non è la forza sua propria premente, e scacciante, onde e' si tuffa, e ne muove quella porzione, che è proporzionata alla sua possanza. Non è dunque resistenza alcuna nell' acqua all' esser divisa, anzi non vi son parti, che a divider s' abbiano. Soggiungo appresso, che quando pure vi si trovasse qualche minima resistenza (il che assolutamente è falsissimo) forse nel voler con un capello muover una grandissima macchina notante, o nel voler colla giunta di un minimo grano di piombo far discendere al fondo, o colla sottrazione far salire alla superficie una gran falda di materia simil ssima in gravità all' acqua; (il che parimente non accaderà, quando si operi destramente) notisi, che una cotal resistenza è cosa diversissima da quella, che gli avversari producono per causa del galleggiar le falde di piombo; o l' assicelle d' ebano perchè si potrà fare una tavola d' ebano, che posata su l' acqua galleggi, nè sia bastante anco la giunta di cento grani di piombo posativi sopra, a sommergerla, che poi bagnata, non solo descenderà levati i detti piombi, ma non basteranno alcuni

cuni

cuni sugheri, o altri corpi leggieri attaccatile, a ritenerla dallo scender fino al fondo. Or vedasi, se dato anche, che nella sustanza dell' acqua si trovasse qualche minima resistenza alla divisione, questa ha che far nulla con quella causa, che sostien l' assicella sopra l' acqua con resistenza cento mila volte maggiore di quella, che altri potesse ritrovar nelle parti dell' acqua: nè mi si dica, che la superficie solamente dell' acqua ha tal resistenza, ma non le parti interne, o veramente, che tal resistenza si trova grandissima nel cominciare a fendere, come anco par, che nel cominciare il moto si trovi maggior contrasto, che nel continuarlo; perchè prima io permetterò, che l' acqua si agiti, e si confondano le parti supreme colle medie, e coll' infime, ovvero, che si levino totalmente via quelle di sopra, e si adoprino quelle di mezzo; tuttavia si vedrà far l' effetto stesso; di più, quel capello, che tira una trave per l' acqua ha pur a divider le parti supreme, e ha anco a cominciare il moto, e pur lo comincia, e pur lo divide; e finalmente mettasi l' assicella a mezz' acqua, e quivi si tenga sospesa un pezzo, e ferma, e poi lascisi in libertà, che ella subito comincerà il moto, e lo continuerà fino al fondo; ma di più la tavoletta quando si ferma sopra l' acqua ha già non pur cominciato a muoversi, e a dividere, ma per buono spazio si è affondata.

Ricevasi dunque per vera, e indubitata conclusione, che l' acqua non ha renitenza alcuna alla semplice divisione, e che non è possibile il ritrovar corpo solido alcuno, di qualunque figura esser si voglia, al quale, messo nell' acqua, resti dalla crassizie di quella proibito, e tolto il muoversi in su, o in giù, secondochè egli supera o sarà superato dall' acqua in gravità, ancorchè l' eccesso, e differenza sia insensibile. Quando dunque noi vediamo la falda d' ebano, o d' altra materia più grave dell' acqua, trattenersi a' confini dell' acqua, e dell' aria senza sommergersi, ad altro fonte bisogna, che ricorriamo, per investigar la cagion di cotale effetto, che alla larghezza della figura impotente a superar la renitenza, colla quale l' acqua contrasta alla divisione, giacchè tal resistenza non è; e da quello, che non è, non si dee attendere azione alcuna. Resta dunque, come già s' è detto, verissimo ciò avvenire, perchè quello, che si posa in tal modo su l' acqua, non è il medesimo corpo, che quello, che si mette nell' acqua; perchè questo, che si mette nell' acqua, è la pura falda d' ebano, che per esser più grave dell' acqua, va al fondo, e quello, che si posa su l' acqua, è un composto d' ebano, e di tanta aria, che tra ambedue sono in ispecie men gravi dell' acqua, e però non discendono.

Confermo ancor più questo, ch' io dico. Già, SS. Avversari, noi convenghiamo, che la gravità del solido maggiore, o minore della gravità dell' acqua, è vera, e propriissima cagione dell' andare, o non andare al fondo. Or se voi volete mostrare, che oltre alla detta cagione, ve ne

ve ne ſia un' altra, la qual ſia così potente, che poſſa impedire, e rimuovere l' andare al fondo a quei ſolidi medeſimi, che per loro gravità vi vanno, e queſta dite, che è l' ampiezza della figura, voi ſiete in obbligo, qualunque volta vogliate moſtrare una tale eſperienza, di render prima i circoſtanti ſicuri, che quel ſolido, che voi ponete nell' acqua, non ſia men grave in iſpecie di eſſa, perchè quando voi ciò non faceſte, ciaſcuno potrebbe con ragion dire, che non la figura, ma la leggierezza foſſe cagione di tal galleggiare. Ma io vi dico, che quando voi moſtrate di metter nell' acqua l' aſſicella d' ebano, non vi ponete altrimenti un ſolido più grave in iſpecie dell' acqua, ma un più leggiere, perchè oltr' all' ebano è in acqua una mole d' aria, unita coll' aſſicella, e tanta, e così leggiera, che d' amendue ſi fa un compoſto men grave dell' acqua: rimovete per tanto l' aria, e ponete nell' acqua l' ebano ſolo, che così vi porrete un ſolido più grave dell' acqua, e ſe queſto non anderà in fondo, voi bene avrete filoſofato, e io male.

Ora, poichè s' è ritrovata la vera cagione del galleggiare di quei corpi, che per altro, come più gravi dell' acqua, dovrieno diſcendere in fondo, parmi, che per intera, e diſtinta cognizion di queſta materia, ſia bene l' andar dimoſtrativamente ſcoprendo quei particolari accidenti, che accaggiono intorno a cotali effetti, inveſtigando quali proporzioni debbano aver diverſe figure di differenti materie, colla gravità dell' acqua, per potere in virtù dell' aria contigua, ſoſtenerſi a galla.

Sia dunque, per chiara intelligenza, il vaſo (*Fig.* 17. *Tav. II.*) D F N E, nel quale ſia contenuta l' acqua, e ſia una lamina, o tavoletta, la cui groſſezza venga compreſa tra le linee I C, O S, e ſia di materia più grave dell' acqua, ſicchè poſta ſu l' acqua s' avvalli, e abbaſſi ſotto il livello di eſſa acqua, laſciando gli arginetti A I, B C, li quali ſien della maſſima altezza, che eſſer poſſano, in modo, che ſe la lamina I S s' abbaſſaſſe ancora per qualſivoglia minimo ſpazio, gli arginetti non più conſiſteſſero, ma ſcacciando l' aria A I C B ſi diffondeſſero ſopra la ſuperficie I C, e ſommergeſſero la lamina. E' dunque l' altezza A I B C la maſſima profondità, che ammettono gli arginetti dell' acqua. Ora io dico, che da queſta, e dalla proporzione, che avrà in gravità la materia della lamina all' acqua, noi potremo agevolmente ritrovar di quanta groſſezza, al più ſi poſſano fare le dette lamine, acciò ſi ſoſtengano ſu l' acqua: imperocchè ſe la materia della lamina I S ſarà v. gr. il doppio più grave dell' acqua, una lamina di tal materia potrà eſſer groſſa al più, quanto è l' altezza A I, il che dimoſtreremo così. Sia il ſolido I S di gravità doppia alla gravità dell' acqua, e ſia o priſma, o cilindro retto, cioè, che abbia le due ſuperficie piane ſuperiore, e inferiore ſimili, ed eguali, e a ſquadra coll' altre ſuperficie laterali, e ſia la ſua groſ-

grossezza I O eguale all' altezza massima degli argini dell' acqua, dico, che posto su l' acqua non si sommergerà, imperocchè essendo l' altezza A I eguale all' altezza I O, sarà la mole dell' aria A B C I eguale alla mole del solido C I O S, e tutta la mole A O S B doppia della mole I S; e avvegnachè la mole dell' aria A C non cresca, o diminuisca la gravità della mole I S, e 'l solido I S si pone doppio in gravità all' acqua, adunque tant' acqua, quanta è la mole sommersa A O S B composta dell' aria A I C B, e del solido I O S C pesa appunto quanto essa mole sommersa A O S B. Ma quando tanta mole d' acqua, quanta è la parte sommersa del solido, pesa quanto lo stesso solido, esso non discende più, ma si ferma, come da Archimede, e sopra da noi, è stato dimostrato, adunque I S non discenderà più, ma si fermerà. E se il solido I S sarà in gravità sesquialtero all' acqua, resterà a galla, sempre che la sua grossezza non sia più, che 'l doppio dell' altezza massima dell' argine, cioè di A I. Imperocchè essendo I S sesquialtero in gravità all' acqua, ed essendo l' altezza I O doppia della I A, sarà ancora il solido sommerso A O S B sesquialtero in mole al solido I S. E perchè l' aria A C non cresce, o scema il peso del solido I S, adunque tanta acqua, quanta è la mole sommersa A O S B, pesa quanto essa mole sommersa: adunque tal mole si fermerà. E insomma universalmente, ogni volta che l' eccesso della gravità del solido sopra la gravità dell' acqua alla gravità dell' acqua, avrà la medesima proporzione, che l' altezza dell' arginetto alla grossezza del solido, tal solido non andrà al fondo, ma d' ogni maggior grossezza andrebbe.

Sia il solido I S più grave dell' acqua, e di grossezza tale, che tal proporzione abbia l' altezza dell' argine A I alla grossezza del solido I O, quale ha l' eccesso della gravità di esso solido I S sopra la gravità d' una mole d' acqua eguale alla mole I S alla gravità della mole d' acqua eguale alla mole I S, dico, che il solido I S non si sommergerà, ma d' ogni maggior grossezza andrà al fondo. Imperocchè essendo come A I ad I O, così l' eccesso della gravità del solido I S sopra la gravità d' una mole d' acqua eguale alla mole I S alla gravità della medesima mole d' acqua, sarà componendo come A O ad O I così la gravità del solido I S alla gravità d' una mole d' acqua eguale alla mole I S, e convertendo come I O ad O A, così la gravità d' una mole d' acqua eguale alla mole I S alla gravità del solido I S; ma come I O ad O A, così una mole d' acqua I S ad una mole d' acqua eguale alla mole A B S O, e la gravità d' una mole d' acqua I S alla gravità d' una mole d' acqua A S; adunque come la gravità d' una mole d' acqua eguale alla mole I S alla gravità del solido I S, così la medesima gravità d' una mole d' acqua I S alla gravità d' una mole d' acqua A S: adunque la gra-

vità

vità del solido I S è eguale alla gravità d' una mole d' acqua eguale alla mole A S; ma la gravità del solido I S è la medesima, che la gravità del solido A S composto dal solido I S, e dell' aria A B C I, adunque tanto pesa tutto il solido composto A O S B, quanto pesa l' acqua, che si conterrebbe nel luogo di esso composto A O S B. e però si farà l' equilibrio, e la quiete, nè più si profonderà esso solido I O S C, ma se la sua grossezza I O si crescesse, bisognerebbe crescere ancora l' altezza dell' argine A I per mantener la debita proporzione: ma per lo supposto l' altezza dell' argine A I è la massima, che la natura dell' acqua, e dell' aria permettono, senza che l' acqua scacci l' aria aderente alla superficie del solido I C, e ingombri lo spazio A I C B; adunque un solido di maggior grossezza, che I O, e della medesima materia del solido I S, non resterà senza sommergersi, ma discenderà al fondo, che è quello, che bisognava dimostrare. In conseguenza di questo, che s' è dimostrato, molte, e varie conclusioni si posson raccorre, dalle qual più, e più sempre venga confermata la verità della mia principal proposizione, e scoperto quanto imperfettamente sia stato sin' ora filosofato circa la presente quistione.

E prima raccogliesi dalle cose dimostrate, che tutte le materie, ancorchè gravissime, possono sostenersi su l' acqua, fino allo stesso oro grave più d' ogn' altro corpo conosciuto da noi: perchè considerata la sua gravità esser quasi venti volte maggiore di quella dell' acqua, e più determinata l' altezza massima dell' argine, che può far l' acqua, senza rompere il ritegno dell' aria aderente alla superficie del solido, che si posa su l' acqua, se noi faremo una lamina d' oro così sottile, che non ecceda in grossezza la diciannovesima parte dell' altezza del detto arginetto, questa posata leggiermente su l' acqua, resterà senza andare in fondo: e se l' ebano, per caso sarà in proporzione sesquisettima più grave dell' acqua, la massima grossezza, che si possa dare ad una tavoletta d' ebano, sicchè ella possa sostenersi senza sommergersi, sarà sette volte più che l' altezza dell' arginetto. Lo stagno v. gr. otto volte più grave dell' acqua galleggerà, ogni volta, che la grossezza della sua lamina non ecceda la settima parte dell' altezza dell' arginetto.

E già non voglio passare sotto silenzio di notare, come un secondo corollario dependente dalle cose dimostrate, che l' ampiezza della figura non solamente non è cagion del galleggiar quei corpi gravi, che per altro si sommergono, ma nè anche da lei dipende il determinare, quali sieno quelle falde d' ebano, di ferro, o d' oro, che possono stare a galla, anzi tal determinazione, dalla sola grossezza di esse figure d' ebano, o d' oro si dee attendere, escludendo totalmente la considerazione della lunghezza, e della larghezza, come quelle, che in verun conto non hanno parte in questo effetto. Già

Già si è fatto manifesto, come cagione del galleggiare le dette falde, ne è solamente il ridursi ad esser men gravi dell' acqua, mercè dell' accoppiamento di quell' aria, che insieme con loro discende, e occupa luogo nell' acqua, il quale luogo occupato, se avanti, che l' acqua circonfusa si sparga ad ingombrarlo, sarà capace di tant' acqua, che pesasse quanto la falda, resta la falda sospesa su l' acqua, nè più si sommerge.

Or vedasi da quale delle tre dimensioni del solido dependa il determinare quale, e quanta debba esser la mole di quello, acciocchè l' aiuto dell' aria, che se gli accoppierà, possa esser bastante a renderlo men grave in ispecie dell' acqua, ond' egli resti senza sommergersi; troverassi, senz' alcun dubbio, che la lunghezza, o larghezza, non hanno, che fare in simil determinazione, ma solamente l' altezza, o vogliam dir la grossezza: imperocchè se si piglierà una falda, o tavoletta, per esemplo, d' ebano, la cui altezza, alla massima possibile altezza dell' arginetto abbia la proporzione dichiarata di sopra, il perchè ella soprannuoti sì, ma non già, se accresce punto la sua grossezza; dico, che servata la sua grossezza, e crescendo due, quattro, e dieci volte la sua superficie, o scemandola col dividerla in quattro, o sei, o venti, e cento parti, sempre resterà nel medesimo modo a galla: ma se si crescerà solo un capello, la sua grossezza sempre si profonderà, quando bene la superficie si multiplicasse per cento, e cento volte. Ora conciossiacosachè quella sia cagione la qual posta si pon l' effetto, e tolta si toglie; e per crescere, o diminuire in qualunque modo la larghezza, e lunghezza, non si pone, o rimuove l' effetto d' andare, o non andare a fondo; adunque l' ampiezza, e piccolezza della superficie non hanno azione alcuna circa l' andare, o non andare al fondo. E che, posta la proporzione dell' altezza dell' argine all' altezza del solido nel modo di sopra detto, la grandezza, o piccolezza della superficie non faccia variazione alcuna, è manifesto da quello, che di sopra si è dimostrato, e da questo; che i prismi, e i cilindri, che hanno la medesima base, son fra di loro, come l' altezze; onde i cilindri, o prismi, cioè le tavolette grandi, o piccole ch' elle sieno, purchè tutte sien d' egual grossezza, hanno la medesima proporzione all' aria sua conterminale, che ha per base la medesima superficie della tavoletta, e per altezza l' arginetto dell' acqua, sicchè sempre di tale aria, e della tavoletta si compongono i solidi, che in gravità pareggiano una mole d' acqua eguale alla mole di essi solidi composti dell' aria, e della tavoletta: perlochè tutti i detti solidi restano nel medesimo modo a galla.

Raccoglieremo nel terzo luogo, come ogni sorta di figura, di qualsivoglia materia, benchè più grave dell' acqua, può, per beneficio dell'

dell' arginetto, non solamente sostenersi senza andare al fondo: ma alcune figure, benchè di materia gravissima, restare anche tutte sopra l' acqua non si bagnando, se non la superficie inferiore, che tocca l' acqua; e queste saranno tutte le figure, le quali dalla base inferiore in su si vanno assottigliando, il che noi esemplificheremo per ora nelle piramidi, o coni, delle quali figure le passioni son comuni. Dimostreremo dunque, come è possibile formare una piramide, o cono di qualsivoglia materia proposta, il quale, posato colla base sopra l' acqua, resti non solo senza sommergersi, ma senza bagnarsi, altro che la base, per la cui esplicazione fa di bisogno prima, di dimostrare il seguente lemma, cioè; che:

I solidi, de' quali le moli in proporzione rispondono contrariamente alle lor gravità in ispecie, son di gravità assoluta eguali. *Fig.* 18. *Tav. II.*

Sieno due solidi A C, e B, e sia la mole A C alla mole B come la gravità in ispecie del solido B alla gravità in ispecie del solido A C. Dico i solidi A C, e B esser di peso assoluto eguali, cioè egualmente gravi. Imperocchè se la mole A C sia eguale alla mole B, sarà per l' assunto la gravità in ispecie di B, eguale alla gravità in ispecie di A C, ed essendo eguali in mole, e della medesima gravità in ispecie, peseranno anche assolutamente tanto l' uno, come l' altro. Ma se le lor moli saranno diseguali, sia la mole A C maggiore, ed in essa prendasi la parte C eguale alla mole B. E perchè le moli B, C sono eguali, la medesima proporzione avrà il peso assoluto di B al peso assoluto di C, che ha la gravità in ispecie di B alla gravità in ispecie di C, ovvero di C A, che in ispecie è la medesima: ma qual proporzione ha la gravità in ispecie di B alla gravità in ispecie di C A, tale, per lo dato, ha la mole C A, alla mole B, cioè alla mole C, adunque il peso assoluto di B al peso assoluto di C è come la mole A C alla mole C; ma come la mole A C alla mole C, così è il peso assoluto di A C al peso assoluto di C, adunque il peso assoluto di B al peso assoluto di C ha la medesima proporzione, che 'l peso assoluto di A C al medesimo peso assoluto di C; adunque due solidi A C, e B pesano di peso assoluto egualmente; che è quello, che bisognava dimostrare. Avendo dimostrato questo, dico, che

E' possibile di qualsivoglia materia proposta formare una piramide, o cono sopra qualsivoglia base, il quale posato su l' acqua, non si sommerga, nè bagni altro che la base. Sia la massima (*Fig.* 19. *Tav. II.*) possibile altezza dell' argine la linea D B, e 'l diametro della base del cono da farsi di qualunque materia assegnata, sia la linea B C ad angolo retto con D B, e la proporzione, che ha la gravità in ispecie della materia della piramide, o cono da farsi, alla gravità in ispecie dell' acqua,

acqua, la medesima abbia l' altezza dell' argine D B alla terza parte dell' altezza della piramide, o cono A B C fatto su la base, il cui diametro sia B C. Dico, che detto cono A B C, e ogni altro più basso di lui, resterà sopra la superficie dell'acqua BC senza sommergersi. Tirisi la D F parallela alla B C, e intendasi il prisma, o cilindro E C, il quale sarà triplo al cono A B C. E perchè il cilindro D C al cilindro C E ha la medesima proporzione, che l' altezza D B all' altezza B E; ma il cilindro C E al cono A B C è come l' altezza E B alla terza parte dell' altezza del cono, adunque, per la proporzione eguale, il cilindro D C al cono A B C è come D B alla terza parte dell' altezza B E; ma come D B alla terza parte di B E, così è la gravità in ispecie del cono A B C alla gravità in ispecie dell' acqua; adunque come la mole del solido D C alla mole del cono A B C, così la gravità in ispecie di esso cono alla gravità in ispecie dell' acqua: adunque per lo lemma precedente il cono A B C pesa assolutamente, come una mole d' acqua eguale alla mole D C, ma l' acqua, che per la imposizione del cono A B C viene scacciata del suo luogo, è quanta capirebbe precisamente nel luogo D C, ed è in peso eguale al cono, che la scaccia: adunque si farà l' equilibrio, e 'l cono resterà senza più profondarsi. Ed è manifesto, che facendosi sopra la medesima base un cono meno alto, sarà anche men grave, e tanto più resterà senza sommergersi.

E' manifesto ancora, come si possono far coni, e piramidi di qualsivoglia materia più grave dell' acqua, li quali posti nell' acqua, colla sommità o punta in giù, restino senza andare in fondo: perchè se ripiglieremo quello, che di sopra fu dimostrato de' prismi, e cilindri, e che in base eguali a quelle di essi cilindri formeremo coni della medesima materia, e tre volte più alti de' cilindri, quelli resteranno a galla, perchè saranno in mole, e peso eguali ad essi cilindri, e per aver le lor basi eguali a quelle de' cilindri, lasceranno sopra eguali moli d' aria, contenuta dentro agli arginetti. Questo, che per modo d' esemplo, s' è dimostrato de' prismi, cilindri, coni, e piramidi, si potrebbe dimostrare di tutte l' altre figure solide, ma bisognerebbe, tanta è la moltitudine, e la varietà de' lor sintomi, e accidenti, formare un volume intero, volendo comprendere le particolari dimostrazioni di tutti, e de' loro segmenti: ma voglio, per non estendere il presente discorso in infinito, contentarmi, che da quanto ho dichiarato, ognuno di mediocre intelligenza possa comprendere, come non è materia alcuna così grave, insino all' oro stesso, della quale non si possono formar tutte le sorte di figure, le quali, in virtù dell' aria superiore ad esse aderente, e non per resistenza dell' acqua alla penetrazione, restino sostenute, sì che non discendano al fondo: anzi di più mostrerò per rimuovere un

tale errore, come una piramide, o cono posto nell' acqua colla punta in giù, resterà senza andare a fondo, e 'l medesimo, posto colla base in giù, andrà in fondo, e sarà impossibile di farlo soprannotare: e pur tutto l' opposito accader dovrebbe, se la difficultà del fender l' acqua fusse quella, che impedisse la scesa, conciossiacosachè il medesimo cono è molto più accomodato a fender, e penetrare colla punta acutissima, che colla base larga, e spaziosa. E sia, per dimostrar questo, il cono (*Fig.* 20. *Tav. II.*) A B C due volte grave quanto l' acqua, e sia la sua altezza tripla all' altezza dell' arginetto D A E C, dico primieramente, che posto nell' acqua leggermente con la punta in giù non discenderà al fondo; imperocchè il cilindro aereo, contenuto tra gli argini D A C E, in mole è eguale al cono A B C, tal che tutta la mole del solido composto dell' aria D A C E, e del cono A B C sarà doppia del cono A C B, e perchè il cono A B C si pone di materia il doppio più grave dell' acqua, adunque tant' acqua, quant' è tutta la mole D A B C E locata sotto 'l livello dell' acqua, pesa quanto il cono A B C, e però si farà l' equilibrio, e 'l cono A B C non calerà più a basso. Dico ora di più, che, il medesimo cono, posato colla base all' ingiù, calerà al fondo: ed essere impossibile, che egli in modo alcuno resti a galla.

Sia dunque (*Fig.* 21. *Tav. II.*) il cono A B D doppio in gravità all' acqua, e sia la sua altezza tripla dell' altezza dell' argine L B, è già manifesto, che tutto fuori dell' acqua non resterà, perchè essendo il cilindro compreso dentro agli argini L B D P eguale al cono A B D, ed essendo la materia del cono doppia in gravità all' acqua, è manifesto, che il peso di esso cono sarà doppio al peso della mole d' acqua eguale al cilindro L B D P; adunque non resterà in questo stato, ma discenderà.

Dico in oltre, che molto meno si fermerà sommergendone una parte, il che s' intenderà, comparando con l' acqua tanto la parte, che si sommergerà, quanto l' altra, che avanzerà fuori: sommergasi dunque del cono A B D la parte N T O S, e avanzi la punta N S F, sarà l' altezza del cono F N S, o più che la metà di tutta l' altezza del cono F T O, ovvero non sarà più; se sarà più che la metà, il cono F N S sarà più che la metà del cilindro E N S C, imperocchè l' altezza del cono F N S sarà più che sesquialtera dell' altezza del cilindro E N S C. E perchè si pone, che la materia del cono sia in ispecie il doppio più grave dell' acqua, l' acqua che si conterrebbe dentro all' arginetto E N S C, sarebbe assolutamente men grave del cono E N S, onde il cono solo E N S non può esser sostenuto dall' arginetto: ma la parte sommersa N T O S per esser in ispecie più grave il doppio dell' acqua, tenderà al fondo; adunque tutto il cono F T O tanto rispetto alla parte sommersa, quanto all' eminente, discenderà al fondo. Ma se l' altezza

della punta F N S sarà la metà di tutta l' altezza del cono F T O, sarà la medesima altezza di esso cono F N S sesquialtera all' altezza E N, e però E N S C sarà doppio del cono F N S, e tanta acqua in mole, quanto è il cilindro E N S C peserebbe quanto la parte del cono F N S, ma perchè l' altra parte sommersa N T O S è in gravità doppia all' acqua, tanta mole d' acqua, quanta è quella, che si compone del cilindro E N S C, e del solido N T O S peserà manco del cono F T O, tanto quanto è il peso d' una mole d' acqua eguale al solido N T O S; adunque il cono discenderà ancora: anzi perchè il solido N T O S è settuplo al cono F N S, del quale il cilindro E S è doppio, sarà la proporzione del solido N T O S al cilindro E N S C come di 7. a 2. adunque tutto il solido composto del cilindro E N S C, e del solido N T O S è molto meno, che doppio del solido N T O S, adunque il solido solo N T O S è molto più grave, che una mole d' acqua eguale al composto del cilindro E N S C, e N T O S: dal che ne segue, che quando anche si rimovesse, e togliesse via la parte del cono F N S, il restante solo N T O S andrebbe al fondo. E se più si profonderà il cono F T O tanto più sarà impossibile, che si sostenga a galla, crescendo sempre la parte sommersa N T O S, e scemando la mole dell' aria contenuta dentro all' arginetto, il quale si fa sempre minore, quanto più il cono si sommerge. Tal cono dunque, che colla base in sù, e la cuspide in giù, si sostiene senza andare al fondo, posto colla base in giù, è impossibile, che non si sommerga. Lungi dal vero adunque hanno filosofato coloro, che hanno attribuito la cagion del soprannotare alla resistenza dell' acqua in esser divisa, come a principio passivo, e alla larghezza della figura di chi l' ha da dividere come efficiente.

Vengo nel quarto luogo a raccogliere, e concludere la ragione di quello, che io proposi agli avversari, cioè:

Che è possibile formar corpi solidi di qualsivoglia figura, e di qualsivoglia grandezza, li quali per sua natura vadano a fondo, ma con l' aiuto dell' aria, contenuta nell' arginetto, restino senza sommergersi. La verità di questa proposizione è assai manifesta in tutte quelle figure solide, le quali terminano nella lor più alta parte in una superficie piana: perchè formandosi tali figure di qualche materia grave in ispecie, come l' acqua, mettendole nell' acqua, sì che tutta la mole si ricuopra, è manifesto, che si fermeranno in tutt' i luoghi, dato però, che tal materia di peso eguale all' acqua si potesse a capello aggiustare, e resteranno anche in conseguenza al pelo dell' acqua, senza farsi arginetto alcuno. Se dunque, rispetto alla materia, tali figure sono atte a restar senza sommergersi, benchè prive dell' aiuto dell' arginetto, chiara cosa è, ch' elle si potranno far tanto crescer di gravezza, senza crescer

scer

ſcer la lor mole, quanto è il peſo di tanta acqua, quanta ſi conterrebbe dentro all' arginetto, che ſi faceſſe intorno alla lor piana ſuperficie ſuperiore, dal cui aiuto ſoſtenute, reſteranno a galla, ma bagnate, andranno al fondo, eſſendo ſtate fatte più gravi dell' acqua. Nelle figure dunque, che terminano di ſopra in un piano, chiaramente ſi comprende, come l' arginetto poſto, o tolto, può vietare, o permettere la ſceſa: ma in quelle, che ſi vanno verſo la ſommità attenuando, potrà qualcuno, e non ſenza molto apparente cagione, dubitare, ſe queſte poſſano far lo ſteſſo, e maſſimamente quelle, che vanno a terminare in una acutiſſima punta, come ſono i coni, e le piramidi ſottili. Di queſte dunque, come più dubbio, e di tutte l' altre, cercherò di dimoſtrare, come eſſe ancora ſoggiacciono al medeſimo accidente d' andare, e non andare al fondo le medeſime, e ſieno di qualſivoglia grandezza. Sia dunque (*Fig.* 22. *Tav. II.*) il cono A B D fatto di materia grave in iſpecie, come l' acqua; è manifeſto che meſſo tutto ſott' acqua, reſterà in tutt' i luoghi (intendaſi ſempre quando eſquiſitamente peſaſſe quanto l' acqua, il che è quaſi impoſſibile a effettuarſi) e che, ogni piccola gravità, che ſe gli aggiunga, andrà al fondo: ma ſe ſi calerà a baſſo leggiermente, dico che ſi farà l' arginetto E S T O, e che reſterà fuori dell' acqua la punta A S T d' altezza tripla all' altezza dell' argine E S, il che ſi fa manifeſto; imperocchè, peſando la materia del cono egualmente come l' acqua, la parte ſommerſa S B D T reſta indifferente al muoverſi in giù, o in sù, e 'l cono A S T eſſendo uguale in mole all' acqua, che ſi conterrebbe dentro all' arginetto E S T O, gli ſarà anche eguale in gravità: e però ſarà in tutto fatto l' equilibrio, e in conſeguenza la quiete. Naſce ora il dubbio, ſe ſi poſſa far più grave il cono A B D tanto che, quando ſia meſſo tutto ſott' acqua, vada al fondo, ma non già tanto che ſi levi all' arginetto la facultà del poter ſoſtenerlo ſenza ſommergerſi: e la ragione del dubitare è queſta: che ſebbene quando il cono A B D è in iſpecie grave come l' acqua, l' arginetto E S T O lo ſoſtiene, non ſolamente quando la punta A S T è tripla in altezza all' altezza dell' argine E S, ma più ancora, quando minor parte ne reſtaſſe fuori dell' acqua: perchè ſebbene, nel diſcender che fa il cono, la punta A S T ſcema, e ſcema altresì l' arginetto E S T O, nientedimeno con maggior proporzione ſcema la punta, che l' argine, la quale ſi diminuiſce ſecondo tutte le tre dimenſioni: ma l' argine ſecondo due ſolamente, reſtando ſempre l' altezza la medeſima, o vogliam dire, perchè il cono A S T va ſcemando ſecondo la proporzione de' cubi delle linee, che di mano in mano ſi fanno diametri delle baſi de' coni emergenti, e gli arginetti ſcemando ſecondo la proporzion de' quadrati delle medeſime linee: onde le proporzioni delle punte ſon ſempre ſeſqui-

altere delle proporzioni de' cilindri contenuti dentro agli arginetti. Onde se, per esemplo, l'altezza della punta emergente fosse doppia, o eguale all' altezza dell' argine, in questi casi il cilindro, contenuto dentro all' argine, sarebbe assai maggiore della detta punta, perchè sarebbe sesquialtero, o triplo; il perchè ci avanzerebbe forza per sostener tutto il cono, già che la parte sommersa non graverebbe più niente; tuttavia, quando venga aggiunta alcuna gravità a tutta la mole del cono, sì che anche la parte sommersa non resti senza qualche eccesso di gravità sopra la gravità dell' acqua, non resta chiaro se 'l cilindro, contenuto dentro all' arginetto, nel calar che farà il cono, potrà ridursi a tal proporzione colla punta emergente, e a tale eccesso di mole sopra la mole di essa, che possa ristorar l' eccesso della gravità in ispecie del cono, sopra la gravità dell' acqua: e la dubitazione procede, perchè sebbene nell' abbassarsi che fa il cono, la punta emergente A S T si diminuisce, per la qual cosa scema ancor l' eccesso della gravità del cono sopra la gravità dell' acqua, il punto sta, che l' argine ancora si ristringe, e 'l cilindro contenuto da esso si diminuisce. Tuttavia si dimostrerà, come essendo il cono A B D di qualsivoglia grandezza, e fatto in prima di materia in gravità similissima all' acqua, se gli possa aggiugner qualche peso, per lo quale ei possa discendere al fondo, quando sia posto sott' acqua, e possa anche in virtù dell' arginetto, fermarsi senza sommergersi.

Sia dunque il cono A B D di qualsivoglia grandezza, e di gravità simile in ispecie all' acqua. E' manifesto, che, messo leggiermente nell' acqua, resterà senza sommergersi, e fuor dell' acqua avanzerà la punta A S T d' altezza tripla all' altezza dell' argine E S; intendasi (*Fig. 23. Tav. II.*) ora esser il cono A B D abbassato più, sì che avanzi solamente fuor dell' acqua la punta A I R alta per la metà della punta A S T con l' arginetto attorno C I R N. E perchè il cono A S T al cono A I R è come il cubo della linea S T al cubo della linea I R, ma il cilindro E S T O al cilindro C I R N è come il quadrato di S T al quadrato I R, sarà il cono A S T ottuplo al cono A I R, e 'l cilindro E S T O quadruplo al cilindro C I R N; ma il cono A S T è eguale al cilindro E S T O, adunque il cilindro C I R N sarà doppio del cono A I R, e l' acqua, che si conterrebbe dentro all' arginetto C I R N doppia in mole, e in peso al cono A I R, e però potente a sostenere il doppio del peso del cono A I R; adunque se a tutto 'l cono A B D s' accrescerà tanto peso, quanto è la gravità del cono A I R, cioè quant' è l' ottava parte del peso del cono A S T, potrà bene ancora esser sostenuto dall' arginetto C I R N, ma senza quello andrà al fondo, essendosi per l' aggiunta del peso eguale all' ottava parte del peso del cono

no A S T renduto il cono A B D più grave in ispecie dell' acqua. Ma se l' altezza del cono A I R fusse due terzi dell' altezza del cono A S T, sarebbe il cono A S T al cono A I R come 27. a 8. e 'l cilindro E S T O al cilindro C I R N come 9. a 4. cioè come 27. a 12. e però il cilindro C I R N al cono A I R, come 12. a 8. e l' eccesso del cilindro C I R N sopra 'l cono A I R al cono A S T come 4. a 27. adunque se al cono A B D s' aggiugnerà tanta gravità quant' è li 4. ventisettesimi del peso del cono A S T, che è un poco più della sua settima parte, resterà ancora a galla, e l' altezza della punta emergente sarà doppia dell' altezza dell' arginetto. Questo che s' è dimostrato ne' coni, accade precisamente nelle piramidi, ancorchè e gli uni, e l' altre fossero acutissime, dal che si conclude, che il medesimo accidente accaderà tanto più agevolmente in tutte l' altre figure, quanto in meno acute sommità vanno a terminare, venendo aiutate da argini più spaziosi.

Tutte le figure adunque, di qualunque grandezza, possono andare, e non andare al fondo, secondo che le lor sommità si bagneranno, o non si bagneranno: ed essendo questo accidente comune a tutte le sorte di figure, senza eccettuarne pur una, adunque la figura non ha parte alcuna nella produzion di quest' effetto dell' andare alcuna volta al fondo, e alcun' altra nò, ma solamente l' essere ora congiunte con l' aria sopreminente, e ora separate: la qual cagione in fine, chi rettamente, e, come si dice, con amendue gli occhi considererà questo negozio, conoscerà, che si riduce, anzi che realmente è la stessa vera, naturale, e primaria cagione del soprannotare, o andare al fondo, cioè l' eccesso, o mancamento della gravità dell' acqua verso la gravità di quella mole corporea, che si mette nell' acqua: perchè siccome una falda di piombo grossa, come una costola di coltello, che per se sola, messa nell' acqua, va al fondo, se sopra se le ne attaccherà una di suvero grossa quattro dita, resta a galla, perchè ora il solido, che si pone in acqua, non è altramente, come prima, più grave dell' acqua, ma meno: così la tavoletta d' ebano per sua natura più grave dell' acqua, e però discendente in fondo quando per se sola sia posta in acqua, se si poserà sopra l' acqua, congiunta con un suolo d' aria, la quale insieme coll' ebano vada abbassandosi, e che sia tanta, che con quello faccia un composto men grave di tanta acqua in mole, quanta è la mole già abbassata, e sommersa sotto il livello della superficie dell' acqua, non andrà altramente, ma si fermerà, non per altra cagione, che per l' universale, e comunissima, che è, che le moli corporee men gravi in ispecie, che l' acqua, non vanno al fondo.

Onde chi pigliasse una piastra di piombo grossa, per esemplo, un dito, e larga un palmo per ogni verso, e tentasse di farla restare a gal-

galla, col posarla leggiermente, perderebbe ogni fatica, perchè quando si fosse profondata un capello più, che la possibile altezza degli arginetti dell' acqua, si ricoprirebbe, e profonderebbe: ma se mentre ella si va abbassando alcuno le andasse fabbricando intorno intorno alcune sponde, che ritenessero lo spargimento dell' acqua sopra essa piastra, le quali sponde si alzassero tanto, che dentro di loro potesse capir tant' acqua, che pesasse quanto la detta piastra, ella senz' alcun dubbio non si profonderebbe più, ma resterebbe sostenuta in virtù dell' aria contenuta dentro alle già dette sponde, ed insomma si sarebbe formato un vaso col fondo di piombo. Ma se la sottigliezza del piombo sarà tale, che pochissima altezza di sponde bastasse per circondar tant' aria, che potesse mantenerlo a galla, e' resterà anche senza le sponde, ma non già senza l' aria, perchè l' aria da per se stessa si fa sponde bastanti, per piccola altezza, a ritener lo 'ngombramento dell' acqua: onde quello, che 'n questo caso galleggia, è pure un vaso ripieno d' aria, in virtù della quale resta senza sommergersi.

Voglio per ultimo, con un altra esperienza, tentar di rimuovere ogni difficultà, se pur restasse ancora appresso qualcuno dubbio, circa l' operazione di questa continuazion dell' aria colla sottil falda, che galleggia, e poi por fine a questa parte del mio discorso.

Io mi fingo di essere in questione con alcuno degli avversari,

Se la figura abbia azione alcuna circa l' accrescere, o diminuire la resistenza in alcun peso all' essere alzato nell' aria, e pongo di voler sostener la parte affermativa: affermando, che una mole di piombo, ridotto in figura d' una palla, con manco forza s' alzerà, che se il medesimo fosse fatto in una sottilissima, e larghissima falda come quello, che, in questa figura spaziosa ha da fender gran quantità d' aria, e in quella più ristretta, e raccolta, pochissima: e per mostrar, come tal mio parere sia vero, sospendo a un sottil filo prima la palla, e quella pongo nell' acqua, legando il filo, che la regge ad un de' bracci della bilancia, la quale tengo in aria, e all' altra lance vo aggiungendo tanto peso, che finalmente sollevi la palla del piombo, e l' estragga fuor dell' acqua, perchè fare vi bisognano v. gr. 30. once di peso; riduco poi il medesimo piombo in una falda piana, o sottile, la qual pongo parimente nell' acqua sospesa con tre fili, li quali la sostengano parallela alla superficie dell' acqua, e aggiungendo nello stesso modo pesi nell' altra lance, finchè la falda venga alzata, ed estratta fuori dell' acqua, mostro, che once 36. non son bastanti di separarla dall' acqua, e sollevarla per aria: e sopra tale esperienza fondato, affermo d' aver pienamente dimostrata la verità della mia proposizione. Si fa l' avversario innanzi, e facendomi abbassare alquanto la testa, mi fa veder cosa, della quale io

non

non m' era prima accorto, e mi mostra, che nell' uscir, che fa la falda fuor dell' acqua, ella si tira dietro un altra falda d' acqua, la quale avanti, che si divida, e separi dalla inferior superficie della falda di piombo, si eleva sopra il livello dell' altr' acqua più che una costola di coltello. Torna poi a rifar l' esperienza colla palla, e mi fa veder, che pochissima quantità d' acqua è quella, che s' attacca alla sua figura, stretta, e raccolta: mi soggiugne poi, che non è maraviglia, se nel separar la sottile, e larghissima falda dell' acqua, si senta molto maggior resistenza, che nel separar la palla, poichè insieme colla falda si ha da alzar gran quantità d' acqua, il che non accade nella palla; fammi oltr' a ciò avvertito, come la nostra questione è, se la resistenza all' esser sollevato si ritrova maggiore in una spaziosa falda di piombo, con gran quantità d' acqua, che in una palla con pochissima acqua. Mostrami in fine, che il por prima la falda, e la palla in acqua, per far prova poi delle loro resistenze in aria, è fuor del caso nostro, li quali trattiamo del sollevare in aria, e cose locate in aria, e non della resistenza, che si fa ne' confini dell' aria, e dell' acqua, e di cose, che sieno parte in aria, e parte in acqua; e finalmente mi fa toccar con mano, che quando la sottil falda è in aria, e libera dal pelo dell' acqua, colla stessa forza a capello si solleva, che la palla. Io vedute, e intese queste cose, non so che fare, se non chiamarmi persuaso, e ringraziar l' amico d' avermi fatto capace di quello, di che per l' addietro non mi era accorto: e, da tale accidente avvertito, dire agli avversari, che la nostra quistione è, se egualmente vada al fondo nell' acqua una palla, e una tavola d' ebano, e non una palla d' ebano, e una tavola d' ebano congiunta con un altra tavola d' aria: poichè noi parliamo dell' andare, e non andare al fondo nell' acqua, e non di quello, che accaggia ne' confini dell' acqua, e dell' aria a i corpi, che sieno parte in aria, e parte in acqua, nè meno trattiamo della maggiore, o minor forza, che si ricerchi nel separar questo, o quel corpo dall' aria; non tacendo loro in ultimo, che tanto per appunto resiste, e per così dire pesa l' aria all' ingiù nell' acqua, quanto pesi, e resista l' acqua all' insù nell' aria, e che la stessa fatica ci vuole a mandar sott' acqua un otre pien d' aria, che ad alzarlo in aria pien d' acqua, rimossa però la considerazion del peso della pelle, e considerando l' acqua, e l' aria solamente. E parimente è vero, che la stessa fatica si ricerca, per mandare spingendo a basso un bicchiere, e simil vaso sotto l' acqua mentre è pieno d' aria, che a sollevarlo sopra la superficie dell' acqua tenendolo colla bocca in giù, mentre egli sia pieno d' acqua, la quale nello stesso modo è costretta a seguitare il bicchiere, che la contiene, e alzarsi sopra l' altr' acqua nella region dell' aria; che vien forzata l' aria a seguire il mede-

ſimo vaſo, ſotto a' confini dell' acqua, ſin che in queſto caſo l' acqua, ſopraffacendo gli orli del bicchiere, vi precipita dentro, ſcacciandone l' aria; e in quello, uſcendo il medeſimo orlo fuori dell' acqua, e pervenendo a' confini dell' aria, l' acqua caſca a baſſo, e l' aria ſottentra a riempire la cavità del vaſo: al che ne ſeguita, che non meno trapaſſi i limiti delle convenzioni quello, che produce una tavola congiunta con molta aria, per vedere ſe diſcende al fondo nell' acqua, che quello, che fa prova della reſiſtenza all' eſſer ſollevato in aria, con una falda di piombo, congiunta con altrettanta acqua.

Ho detto quanto m' è venuto in mente per moſtrar la verità della parte, che ho preſo a ſoſtenere. Reſtami da conſiderar ciò, che in tale materia ſcrive Ariſtotile nel fine de' libri del Cielo, nel qual particolare io noterò due coſe: l' una, che eſſendo vero, come s' è dimoſtrato, che la figura non ha che fare circa 'l ſemplicemente muoverſi, o non muoverſi in sù, o in giù, pare, che Ariſtotile nel primo ingreſſo di queſta ſpeculazione abbia avuto la medeſima opinione, ſiccome dall' eſaminar le ſue parole, parmi, che ſi poſſa raccorre. Bene è vero, che nel voler poi render la ragione di tal' effetto, come quegli, che non l' ha, per quant' io ſtimo, bene incontrata, il che nel ſecondo luogo andrò eſaminando, par che ſi riduca ad ammetter l' ampiezza della figura a parte di queſt' operazione.

Quanto al primo punto, ecco le parole preciſe d' Ariſtotile.

Le figure non ſon cauſe del muoverſi ſemplicemente in giù, o in sù, ma del muoverſi più tardo, o più veloce, e per quali cagioni ciò accaggia, non è difficile il vederlo.

Quì primieramente io noto, che eſſendo quattro i termini, che caſcano nella preſente conſiderazione, cioè moto, quiete, tardo, e veloce, e nominando Ariſtotile le figure come cauſe del tardo, e del veloce, eſcludendole dall' eſſer cauſa del moto aſſoluto, e ſemplice, par neceſſario, che egli l' eſcluda altresì dall' eſſer cauſe di quiete, ſicchè la mente ſua ſia ſtata il dire: Le figure non ſon cauſe del muoverſi aſſolutamente, o non muoverſi, ma del tardo, e del veloce: imperocchè ſe alcuno diceſſe: la mente d' Ariſtotile eſſer d' eſcluder ben le figure dall' eſſer cauſe di moto, ma non già dall' eſſer cauſe di quiete, ſicchè il ſenſo foſſe di rimuovere dalle figure l' eſſer cauſe del muoverſi ſemplicemente, ma non già l' eſſer cauſe del quietarſi, io domanderei, ſe ſi dee con Ariſtotile intendere, che tutte le figure univerſalmente ſieno in qualche modo cauſe della quiete in quei corpi, che per altro ſi moverebbono, o pure alcune particolari ſolamente, come, per eſemplo, le figure larghe, e ſottili; ſe tutte indifferentemente, adunque ogni corpo quieterà, perchè ogni corpo ha qualche figura, il che è falſo: ma ſe alcune particolari ſolamente potranno

eſſere

essere in qualche modo causa di quiete, come v. gr. le larghe, adunque le altre saranno in qualche modo causa di muoversi: perchè se dal vedere alcuni corpi di figura raccolta muoversi, che poi, dilatati in falde, si fermano, posso inferir l'ampiezza della figura essere a parte nella causa di tal quiete; così dal veder simil falde quietare, che poi raccolte si muovono, potrò con pari ragione affermare, la figura unita, e raccolta aver parte nel cagionare 'l moto, come rimovente di chi l'impediva: il che è poi dirittamente opposto a quello, che dice Aristotile, cioè, che le figure non son cause del muoversi. In oltre se Aristotile avesse ammesse, e non esclusе le figure all'esser cause del non muoversi in alcuni corpi, che figurati d'altra figura si moverebbono, male a proposito avrebbe nelle parole, immediatamente seguenti, proposto con modo dubitativo, onde avvenga, che le falde larghe, e sottili di ferro, o di piombo si fermino sopra l'acqua, giacchè la causa era in pronto, cioè l'ampiezza della figura. Concludasi dunque, che 'l concetto d' Aristotile, in questo luogo, sia d'affermare, che le figure non sien cause del muoversi, assolutamente, o non muoversi, ma solamente del muoversi velocemente, o tardamente: il che si dee tanto più credere, quanto che in effetto è sentenza, e concetto verissimo. Ora essendo tale la mente di Aristotile, e apparendo in conseguenza più presto contraria nel primo aspetto, che favorevole al detto degli avversari, è forza, che l'interpretazion loro non sia precisamente tale, ma quale in parte intesi da alcun di essi, e in parte da altri fu referito: e agevolmente si può stimare esser così essendo esplicazione conforme al senso d' interpreti celebri, ed è, che l'avverbio, *semplicemente*, o *assolutamente*, posto nel testo, non si debba congiungere col verbo, *muoversi*, ma col nome, *cause*: sicchè il sentimento delle parole d'Aristotile sia l'affermare, che le figure non son cause assolutamente del muoversi, o non muoversi, ma son ben canse *secundum quid*, cioè in qualche modo: perlochè vengono nominate cause ajutatrici, e concomitanti: e tal proposizione vien ricevuta, e posta per vera dal Sig. Buonamico nel lib. 5. cap. 28. dove egli scrive così. Sono altre cause concomitanti, per le quali alcune cose galleggiano, e altre si sommergono, tra le quali il primo luogo ottengon le figure de' corpi, ec.

Intorno a tal'esperienze mi nascon diversi dubbi, e difficultà, per le quali mi par, che le parole d'Aristotile non sien capaci di simil costruzione, e sentimento, e le difficultà son queste.

Prima nell'ordine, e disposizion delle parole d'Aristotile, la particola *simpliciter*, o vogliamo dire *absolute*, è attaccata col verbo *si muovono*, e separata dalla parola *cause*, il che è gran presunzione a favor mio, poichè, la scrittura, e'l testo dice: Le figure non son cause del muoversi

versi semplicemente in su, o in giù, ma sì bene pel più tardo, o più veloce: e non dice: Le figure non sono semplicemente cause del muoversi in su, o in giù; e quando le parole d'un testo ricevono, trasposte, senso differente da quello, ch'elle suonano portate con l'ordine, in che l'autor le dispose, non conviene il permutarle. E chi vorrà affermare, che Aristotile, volendo scrivere una proposizione, disponesse le parole in modo, ch'elle importassero un sentimento diversissimo, anzi contrario? contrario dico, perchè intese, com'elle sono scritte, dicono, che le figure non son cause del muoversi; ma trasposte dicono le figure esser causa del muoversi, ec.

Di più: se la 'ntenzione d'Aristotile fusse stata di dire, che le figure non son semplicemente cause del muoversi in su, o in giù, ma solamente cause *secundum quid*; non occorreva che soggiungesse quelle parole: ma son cause del più veloce, o più tardo; anzi il soggiugner questo sarebbe stato non solo superfluo, ma falso, conciossiachè tutto il corso della proposizione importerebbe questo: Le figure non son causa assoluta del muoversi in su, o in giù, ma son ben causa assoluta del tardo, o del veloce, il che non è vero: perchè le cause primarie del più, o men veloce vengon da Aristotile nel 4. della Fisica al testo 71. attribuite alla maggiore, o minor gravità de' mobili paragonati tra di loro, e alla maggiore, o minor resistenza de' mezzi dependenti dalla lor maggiore, o minor crassizie, e queste vengon poste da Aristotile come cause primarie, e queste due sole vengono in quel luogo nominate: e la figura vien poi considerata al t. 74. più presto, come causa strumentaria della forza della gravità, la qual divide, o colla figura, o coll'impeto: e veramente la figura, per se stessa senza la forza della gravità, o leggierezza, non opererebbe niente.

Aggiungo, che se Aristotile avesse avuto concetto, che la figura fusse stata in qualche modo causa del muoversi, o non muoversi, il cercare ch'e' fa immediatamente in forma di dubitare, onde avvenga, che una falda di piombo soprannuoti, sarebbe stato a sproposito, perchè se allora egli aveva detto, che la figura era in certo modo causa del muoversi, e non muoversi, non occorreva volgere in dubbio, per qual cagion la falda di piombo galleggi, attribuendone poi la causa alla figura, e formando un discorso in questa maniera: La figura è causa *secundum quid* del non andare al fondo, ma ora si dubita per qual cagione una sottil falda di piombo non vada al fondo; si risponde, ciò provenire dalla figura; discorso che sarebbe indecente ad un fanciullo, non che ad Aristotile: e dove è la occasione di dubitare? E chi non vede, che quando Aristotile avesse stimato, che la figura fosse in qualche modo causa del soprannotare, avrebbe senza la forma di dubitare scritto: La figura

gura è causa in certo modo del soprannotare, e però la falda di piombo, rispetto alla sua figura spasa, e larga, soprannuota: ma se noi prenderemo la proposizione d'Aristotile, come dico io, e come è scritta, e come in effetto è vera, il progresso suo cammina benissimo, sì nell'introduzione del veloce, e del tardo, come nella dubitazione, la qual molto al proposito ci cade, e dirà così:

Le figure non son cause del muoversi, o non muoversi semplicemente in su, o in giù, ma sì bene del muoversi più veloce, o più tardo. Ma se così è, si dubita della causa onde avvenga, che una falda larga, e sottile di ferro, o di piombo soprannuoti, ec. e l'occasione del dubitare è in pronto, perchè pare al primo aspetto, che di questo soprannotare ne sia causa la figura, poichè lo stesso piombo, o minor quantità, ma d'altra figura, va al fondo: e noi già abbiamo affermato, che la figura non ha azione in questo effetto.

Finalmente se l'intenzion d'Aristotile in questo luogo fusse stata di dire, che le figure, benchè non assolutamente, sieno almanco in qualche modo cagion del muoversi, o non muoversi; io metto in considerazione, che egli nomina non meno il movimento all'insù, che l'altro all'ingiù; e perchè nell'esemplificarlo poi non si produce altr'esperienza, che d'una falda di piombo, e d'una tavoletta d'ebano, materie che per lor natura vanno in fondo, ma in virtù (come essi dicono) della figura restano a galla; converrebbe che chi che sia producesse alcun'altra esperienza di quelle materie, che per lor natura vengono a galla; ma ritenute dalla figura restano in fondo. Ma giacchè quest'è impossibile a farsi, concludiamo, che Aristotile in questo luogo non ha voluto attribuire azione alcuna alla figura del semplicemente muoversi, o non muoversi.

Che poi egli abbia esquisitamente filosofato nell'investigar le soluzion de' dubbi, ch'ei propone, non torrei io già a sostenere, anzi varie difficultà, che mi si rappresentano, mi danno occasione di dubitare ch'ei non ci abbia interamente spiegata la vera cagion della presente conclusione: le quali difficultà io andrò movendo, pronto a mutar credenza, qualunque volta mi sia mostrato, altra da quel ch'io dico esser la verità, alla confession della quale son molto più accinto, che alla contradizione.

Proposta che ha Aristotile la quistione: Onde avvenga, che le falde larghe di ferro, di piombo soprannuotino; soggiugne (quasi fortificando l'occasion del dubitare) conciossiachè altre cose minori, e manco gravi se saranno rotonde, o lunghe, come sarebbe un ago, vanno al fondo. Or quì dubito, anzi pur son certo, che un ago posato leggermente su l'acqua resti a galla, non meno che le sottili falde di ferro, e di piombo. Io non posso credere, ancorchè stato mi sia referito, che alcuno per difendere Aristotile dicesse, che egli intende d'un ago messo

non

non per lo lungo, ma eretto, e per punta; tuttavia per non lasciare anche tal refugio, benchè debolissimo, e quale anche Aristotile medesimo, per mio credere, ricuserebbe, dico che si dee intender, che l'ago sia posato secondo la dimensione, che viene nominata da Aristotile, che è la lunghezza: perchè se altra dimensione, che la nominata prender si potesse, e dovesse, io direi, che anche le falde di ferro, e di piombo vanno al fondo, se altri le metterà per taglio, e non per piano. Ma perchè Aristotile dice, le figure larghe non vanno al fondo, si dee intender posate per lo largo: e però quando dice, le figure lunghe come un ago, benchè leggeri, non restano a galla, si dee intender posate per lo lungo.

Di più il dir che Aristotile intese dell' ago messo per punta è un fargli dire una sciocchezza grande, perchè in questo luogo dice, che piccole particelle di piombo, o ferro, se saranno rotonde, o lunghe come un ago, vanno in fondo, tal che anco per suo credere un granello di ferro non può restare a galla; e se egli così credette, qual semplicità sarebbe stata il soggiugnere, che nè anco un ago messo eretto vi sta? e che altro è un ago tale, che molti sì fatti grani posti l' un sopra l' altro? troppo indegno di tant' uomo era il dire che un sol grano di ferro non può galleggiare, e che nè anco galleggerebbe a porgliene cento altri addosso.

Finalmente, o Aristotile credeva, che un ago posato su l' acqua per lo lungo restasse a galla, o credeva ch' e' non restasse: s' ei credeva ch' e' non restasse, ha ben potuto anche dirlo, come veramente l' ha detto; ma s' e' credeva, e sapeva ch' e' soprannuotasse, per qual cagione insieme col problema dubitativo del galleggiar le figure larghe, benchè di materia grave, non ha egli anche introdotta la dubitazione, ond' avvenga che anche le figure lunghe, e sottili, benchè di ferro, o di piombo, soprannuotino? e massimamente, che l' occasion del dubitare par maggiore nelle figure lunghe, e strette, che nelle larghe, e sottili, siccome dal non aver dubitato Aristotile si fa manifesto.

Non minore sproposito addosserebbe ad Aristotile chi per difenderlo dicesse che egli intese di un ago assai grosso, e non di un sottile, perchè io pur domanderò, ciò ch' e' credette d' un ago sottile? e bisognerà risponder, ch' e' credesse, ch' e' galleggiasse; ed io di nuovo l' accuserò dell' avere sfuggito un problema più maraviglioso, e difficile, e introdotto il più facile, e di maraviglia minore.

Diciamo dunque pur liberamente, che Aristotile ha creduto, che le figure larghe solamente stessero a galla, ma le lunghe, e sottili, come un ago, no. Il che tuttavia è falso, come falso è ancor de' corpi rotondi, perchè come dalle cose di sopra dimostrate si può raccorre, piccoli globetti di ferro, e anche di piombo, nello stesso modo galleggiano.

Pro-

Propone poi un'altra conclusione, che similmente par diversa dal vero, ed è, che alcune cose per la lor piccolezza nuotano nell' aria, come la minutissima polvere di terra, e le sottili foglie dell' oro battuto: ma a me pare, che la sperienza ci mostri ciò non accadere, non solamente nell' aria, ma nè anche nell' acqua, nella quale discendono fino a quelle particole di terra, che la 'ntorbidano, la cui piccolezza è tale, che non si veggiono, se non quando son molte centinaja insieme. La polvere dunque di terra, e l' oro battuto, non si sostiene altramente in aria, ma discende al basso, e solamente vi va vagando, quando venti gagliardi la sollevano, o altra agitazione di aria la commuove: il che anche avviene nella commozione dell' acqua, per la quale si solleva la sua deposizione dal fondo, e s' intorbida. Ma Aristotile non può intender di questo impedimento della commozione, del quale egli non fa menzione, nè nomina altro, che la leggerezza di tali minimi, e la resistenza della crassizie dell' acqua, e dell' aria: dal che si vede, che egli tratta dell' aria quieta, e non agitata, e commossa: ma in tal caso nè oro, nè terra per minutissimi che sieno, si sostengono, anzi speditamente discendono.

Passa poi a confutar Democrito, il qual per sua testimonianza voleva, che alcuni atomi ignei, li quali continuamente ascendono per l' acqua, spignessero in su, e sostenessero quei corpi gravi, che fossero molto larghi, e che gli stretti scendessero al basso, perchè poca quantità de' detti atomi contrasta loro, e repugna.

Confuta dico Aristotile questa posizione dicendo, che ciò dovrebbe molto più accader nell' aria, siccome il medesimo Democrito insta contro di se; ma dopo aver mossa l' instanza, la scioglie lievemente con dire, che quei corpuscoli, che ascendono in aria, fanno impeto non unitamente. Quì io non dirò, che la cagione addotta da Democrito sia vera, ma dirò solo parermi, che non interamente venga confutata da Aristotile, mentr' egli dice, che se fusse vero, che gli atomi calidi, che ascendono, sostenessero i corpi gravi, ma assai larghi, ciò dovrieno far molto più nell' aria, che nell' acqua, perchè forse, per opinion d' Aristotile, i medesimi corpuscoli calidi con maggior forza, e velocità formontano per l' aria, che per l' acqua. E se questa è, siccome io credo, l' istanza d' Aristotile, parmi d' aver cagione di dubitar, ch' e' possa essersi ingannato in più d' un conto: prima perchè que' calidi, o sieno corpuscoli ignei, o sieno esalazioni, o in somma sieno qualunque materia, che anche in aria ascenda in su, non è credibile, che più velocemente salgano per l' aria, che per l' acqua: anzi all' incontro per avventura più impetuosamente si muovono per l' acqua, che per l' aria, come in parte di sopra ho dimostrato. E quì non so scorger la cagione per la quale Aristotile vedendo, che il moto all' ingiù dello stesso mobile è più velo-

ce

ce nell'aria, che nell'acqua, non ci abbia fatti cauti, che del moto contrario dee accader l'oppoſito di neceſſità, cioè ch'e' ſia più veloce nell' acqua, che nell'aria: perchè avvenga che'l mobile, che diſcende, più velocemente ſi muove per l'aria, che per l'acqua, ſe noi c' immaginaremo, che la ſua gravità ſi vada gradatamente diminuendo, egli prima diverrà tale, che ſcendendo velocemente nell'aria, tardiſſimamente ſcenderà nell'acqua: dipoi potrà eſſer tale, che ſcendendo pure ancora per l'aria, aſcenda nell'acqua, e fatto ancora men grave, aſcenderà velocemente per l'acqua, e pur diſcenderà ancora per l'aria: e in ſomma avanti ch'ei cominci a potere aſcendere, benchè tardiſſimamente per l'aria, velociſſimamente ſormonterà per l'acqua. Come dunque è vero, che quel che ſi muove all'insù, più velocemente ſi muova per l'aria, che per l'acqua?

Quel ch'ha fatto credere ad Ariſtotile il moto in ſu farſi più velocemente in aria, che in acqua, è ſtato prima l'aver riferite le cauſe del tardo, e del veloce, tanto del moto in ſu, quanto dello in giù, ſolamente alla diverſità delle figure del mobile, e alla maggiore, o minor reſiſtenza della maggior, o minor craſſizie, o ſottilità del mezzo, non curando la comparazion degli eceſſi delle gravità de' mobili, e de' mezzi: la qual tuttavia è il punto principaliſſimo in queſta materia: che ſe l'incremento, e 'l decremento della tardità, o velocità non aveſſero altro riſpetto, che alla groſſezza, e ſottilità de' mezzi, ogni mobile, che ſcendeſſe per l'aria, ſcenderebbe anche per l'acqua, perchè qualunque differenza ſi ritrovi tra la craſſizie dell'acqua, e quella dell'aria, può beniſſimo ritrovarſi tra la velocità dello ſteſſo mobile nell'aria, e qualche altra velocità: e queſta doverebbe eſſer ſua propria nell'acqua: il che tuttavia è falſiſſimo. L'altra occaſione è, che egli ha creduto, che ſiccome c'è una qualità poſitiva, e intrinſeca, per la quale i corpi elementari hanno propenſione di muoverſi verſo il centro della terra, così ce ne ſia un'altra, pure intrinſeca, per la quale alcuni di tali corpi abbiano impeto di ſuggire il centro, e muoverſi all'in ſu: in virtù del qual principio intrinſeco, detto da lui leggerezza, i mobili di tal moto più agevolmente fendono i mezzi più ſottili, che i più craſſi, ma tal propoſizione moſtra parimente di non eſſer ſicura, come di ſopra accennai in parte, e come con ragioni, ed eſperienze potrei moſtrare, ſe l'occaſion preſente n'aveſſe maggior neceſſità, o ſe con poche parole poteſſi ſpedirmi.

L'inſtanza dunque d'Ariſtotile contro a Democrito mentre dice, che ſe gli atomi ignei aſcendenti ſoſteneſſero i corpi gravi, ma di figura larga, ciò dovrebbe avvenire maggiormente nell'aria, che nell'acqua, perchè tali corpuſcoli più velocemente ſi muovono in quella, che in queſta, non è buona, anzi dee appunto accader l'oppoſito, perchè più lenta-

tamente ascendono per l'aria, e oltre al muoversi lentamente, non vanno uniti insieme, come nell'acqua, ma si discontinuano, e, come diciamo noi, si sparpagliano: e però, come ben risponde Democrito risolvendo l'instanza, non vanno a urtare, e fare impeto unitamente.

S' inganna secondariamente Aristotile, mentre e' vuole, che detti corpi gravi più agevolmente fossero da' calidi ascendenti sostenuti nell' aria, che nell'acqua: non avvertendo, che i medesimi corpi sono molto più gravi in quella, che in questa, e che tal corpo peserà dieci libbre in aria, che nell' acqua non peserà mezz' oncia; come dunque potrà essere più agevole il sostenerlo nell' aria, che nell' acqua? Concludasi pertanto, che Democrito in questo particolare ha meglio filosofato, che Aristotile. Ma non però voglio io affermare, che Democrito abbia rettamente filosofato, anzi pure dirò io, che v'è esperienza manifesta, che distrugge la sua ragione, e questa è, che s' e' fosse vero, che atomi caldi ascendenti nell' acqua sostenessero un corpo, che senza 'l loro ostacolo anderebbe al fondo, ne seguirebbe, che noi potessimo trovare una materia pochissimo superiore in gravità all' acqua, la quale ridotta in una palla, o altra figura raccolta, andasse al fondo, come quella che incontrasse pochi atomi ignei, e che distesa poi in una ampla, e sottil falda venisse sospinta in alto dalle impulsioni di gran moltitudine de' medesimi corpuscoli, e poi trattenuta al pelo della superficie dell' acqua: il che non si vede accadere, mostrandoci l' esperienza, che un corpo di figura v. gr. sferica, il quale appena, e con grandissima tardità va al fondo, vi resterà, e vi discenderà ancora ridotto in qualunque altra larghissima figura. Bisogna dunque dire, o che nell' acqua non sieno tali atomi ignei ascendenti, o se vi sono, che non sieno potenti a sollevare, e spignere in su alcuna falda di materia, che senza loro andasse al fondo: delle quali due posizioni io stimo, che la seconda sia vera, intendendo dell' acqua constituita nella sua natural freddezza. Ma se noi piglieremo un vaso di vetro, o di rame, o di qualsivoglia altra materia dura, pieno d' acqua fredda, dentro la quale si ponga un solido di figura piana, o concava, ma che in gravità ecceda l' acqua così poco, che lentamente si conduca al fondo, dico che mettendo alquanti carboni accesi sotto il detto vaso, come prima i nuovi corpuscoli ignei, penetrata la sustanza del vaso, ascenderanno per quella dell' acqua, senza dubbio, urtando nel solido sopraddetto lo spigneranno fino alla superficie, e quivi lo tratterranno sin che dureranno le incursioni de' detti corpuscoli, le quali cessando, dopo la sottrazion del fuoco, tornerà il solido al fondo, abbandonato da' suoi puntelli.

Ma noti Democrito, che questa causa non ha luogo, se non quando si tratti d' alzare, e sostenere falde di materie poco più gravi dell' acqua,

acqua, ovvero sommamente sottili: ma in materie gravissime, e di qualche grossezza, come falde di piombo, o d' altri metalli, cessa totalmente un tale effetto: in testimonio di che notisi, che tali falde sollevate dagli atomi ignei, ascendono per tutta la profondità dell' acqua, e si fermano al confin dell' aria, restando però sott' acqua: ma le falde degli avversari non si fermano, se non quando hanno la superficie superiore asciutta, nè vi è mezzo d' operare, che quando sono dentr' all' acqua, non calino al fondo. Altra dunque è la causa del soprannuotare le cose, delle quali parla Democrito, e altra quella delle cose, delle quali parliamo noi. Ma tornando ad Aristotile, parmi, che egli assai più freddamente confuti Democrito, che lo stesso Democrito non fa, per detto d' Aristotile, l' instanze, che egli si muove contro: e l' oppugnarlo, con dire, che se i calidi ascendenti fossero quelli, che sollevassero le sottili falde, molto più dovrebbe un tal solido esser sospinto, e sollevato per aria, mostra in Aristotile la voglia d' atterrar Democrito superiore all' esquisitezza del saldo filosofare; il qual desiderio in altre occasioni si scuopre, e senza molto discostarsi da questo luogo, nel testo precedente a questo capitolo, che abbiamo per le mani, dov' ei tenta pur di confutare il medesimo Democrito, perchè egli, non si contentando del nome solo, aveva voluto più particolarmente dichiarare, che cosa fusse la gravità, e la leggerezza, cioè la causa dell' andare in giù, e dell' ascendere, e aveva introdotto il pieno, e 'l vacuo, dando questo al fuoco, per lo quale si movesse in su, e quello alla terra, per lo quale ella discendesse, attribuendo poi all' aria più del fuoco, e all' acqua più della terra. Ma Aristotile volendo anche del moto all' in su una causa positiva, e non come Platone, o questi altri, una semplice negazione, o privazione, qual sarebbe il vacuo referito al pieno, argomenta contro a Democrito, e dice: Se è vero quanto tu supponi, adunque sarà una mole d' acqua, la quale avrà più di fuoco, che una piccola mole d' aria; e una grande d' aria, che avrà più terra, che una piccola d' acqua; il perchè bisognerebbe, che una gran mole d' aria venisse più velocemente a basso, che una piccola quantità d' acqua: ma ciò non si vede mai in alcun modo: adunque Democrito erroneamente discorre.

Ma per mia opinione, la dottrina di Democrito non resta per tale instanza abbattuta, anzi, s' io non erro, la maniera di dedurre d' Aristotile, o non conclude, o se è concludente, altrettanto si potrà ritorcer contro di lui. Concederà Democrito ad Aristotile, che si possa pigliare una gran mole d' aria, la quale contenga più di terra, che una quantità d' acqua, ma ben negherà, che tal mole d' aria sia per andar più velocemente a basso, che una poca d' acqua, e questo per più ragioni. Prima perchè se la maggior quantità di terra, contenuta nella gran

gran mole d' aria, dovesse esser cagione di velocità maggiore, che minor quantità di terra, contenuta nella piccola mole d' acqua, bisognerebbe prima, che fusse vero, che una maggior mole di terra semplice si movesse più velocemente, che una minore; ma quest' è falso, benchè Aristotile in più luoghi l' affermi per vero, perchè non la maggior gravità assoluta, ma la maggior gravità in ispecie è cagione di velocità maggiore: nè più velocemente discende una palla di legno, che pesi dieci libbre, che una che pesi dieci once, e sia della stessa materia: ma ben discende più velocemente una palla di piombo di quattro once, che una di legno di venti libbre, perchè il piombo è in ispecie più grave del legno; adunque non è necessario, che una gran mole d' aria, per la molta terra contenuta in essa, discenda più velocemente, che piccola mole d' acqua: anzi per l' opposito qualunque mole d' acqua dovrà muoversi più veloce di qualunque altra d' aria, per esser la participazion della parte terrea in ispecie maggior nell' acqua, che nell' aria. Notisi nel secondo luogo, come nel multiplicar la mole dell' aria non si multiplica solamente quello, che vi è di terreo, ma il suo fuoco ancora: onde non meno se le cresce la causa dell' andare in su, in virtù del fuoco, che quella del venire all' ingiù, per conto della sua terra multiplicata. Bisognava nel crescer la grandezza dell' aria multiplicar quello, che ella ha di terreo solamente, lasciando il suo primo fuoco nel suo stato, che allora superando il terreo dell' aria augumentata la parte terrea della piccola quantità dell' acqua, si sarebbe potuto più verisimilmente pretender, che con impeto maggiore dovesse scender la molta quantità dell' aria, che la poca acqua.

E' dunque la fallacia più nel discorso d' Aristotile, che in quello di Democrito; il quale con altrettanta ragione potrebbe impugnare Aristotile, e dire: Se è vero, che gli estremi elementi sieno l' uno semplicemente grave, e l' altro semplicemente lieve, che i medj partecipino dell' una, e dell' altra natura, ma l' aria più della leggerezza, e l' acqua più della gravità, adunque sarà una gran mole d' aria, la cui gravità supererà la gravità d' una piccola quantità d' acqua, e però tal mole d' aria discenderà più velocemente, che quella poca acqua. Ma ciò non si vede mai accadere, adunque non è vero, che gli elementi di mezzo sieno partecipi dell' una, e dell' altra qualità. Simile argomento è fallace, non meno che l' altro contr' a Democrito.

Ultimamente avendo Aristotile detto, che se la posizion di Democrito fusse vera, bisognerebbe, che una gran mole d' aria si movesse più velocemente, che una piccola d' acqua, e poi soggiunto, che ciò non si vede mai in alcun modo; parmi, che altri possa restar con desiderio d' intender da lui in qual luogo dovrebbe accader questo, ch' e' deduce

contro a Democrito, e quale esperienza ne insegni, ch' e' non v' accaggia. Il creder di vederlo nell' elemento dell' acqua, e in quel dell' aria, è vano, perchè nè l' acqua per acqua, nè l' aria per aria si muovono, o moverebbon giammai, per qualunque participazione altri assegni loro di terra, o di fuoco; la terra, per non essere corpo fluido, e cedente alla mobilità d' altri corpi, è luogo, e mezzo inettissimo a simile esperienza: il vacuo per detto d' Aristotile medesimo non si dà, e benchè si desse, nulla si moverebbe in lui: resta la region del fuoco, ma essendo per tanto spazio distante da noi, quale esperienza potrà assicurarci, o avere accertato Aristotile in maniera, ch' e' si debba, come di cosa notissima al senso, affermare quanto e' produce in confutazion di Democrito, cioè, che non più velocemente si muova una gran mole d' aria, che una piccola d' acqua? Ma io non voglio più lungamente dimorare in questa materia, dove sarebbe, che dire assai: lasciato anche Democrito da una banda, torno al testo d' Aristotile, nel quale egli si va accingendo per render le vere cause, onde avvenga, che se le sottili falde di ferro, o di piombo soprannuotino all' acqua, e più l' oro stesso assottigliato in tenuissime foglie, e la minuta polvere, non pure nell' acqua, ma nell' aria ancora vadano notando. E pone, che de' continui, altri sieno agevolmente divisibili, e altri no: e che degli agevolmente divisibili alcuni sien più, e altri meno tali: e queste afferma dovere stimarsi, che sien le cagioni. Soggiunge poi, quello essere agevolmente divisibile, che ben si termina, e più quello che più, e tale esser più l' aria, che l' acqua; l' acqua, che la terra. E ultimamente suppone, che in ciascun genere più agevolmente si divide, e si distrae la minor quantitade, che la maggiore.

Quì io noto, che le conclusioni d' Aristotile in genere son tutte vere, ma parmi, che egli le applichi a' particolari, ne' quali esse non hanno luogo, come bene lo hanno in altri, come v. gr. la cera è più agevolmente divisibile, che il piombo, e il piombo che l' argento, siccome la cera più agevolmente riceve tutt' i termini, che 'l piombo, e 'l piombo, che l' argento. E' vero in oltre, che più agevolmente si divide poca quantità d' argento, che una gran massa: e tutte queste proposizioni son vere, perchè vero è, che nell' argento, nel piombo, e nella cera è semplicemente resistenza all' esser diviso, e dov' è l' assoluto, è anche il respettivo. Ma se tanto nell' acqua, quanto nell' aria non è renitenza alcuna alla semplice divisione; come potremo dire, che più difficilmente dividasi l' acqua, che l' aria? Noi non ci sappiamo staccar dall' equivocazione: onde io torno a replicare, che altra cosa è resistere alla divisione assoluta, altra il resistere alla division fatta con tanta, tanta velocità. Ma per far la quiete, e ostare al moto è necessaria l

resi-

resistenza alla divisione assoluta; e la resistenza alla presta divisione cagiona, non la quiete, ma la tardità del moto. Ma che tanto nell' aria, quanto nell' acqua la resistenza alla semplice divisione non vi sia, è manifesto, perchè niun corpo solido si trova, il quale non divida l' aria, e l' acqua ancora: e che l' oro battuto, o la minuta polvere non sieno potenti a superar la renitenza dell' aria, è contrario a quello, che l' esperienza ci mostra, vedendosi, e l' oro, e la polvere andar vagando per l' aria, e finalmente discendere al basso, e fare anche lo stesso nell' acqua, se vi saranno locati dentro, e separati dall' aria. E perchè, come io dico, nè l' acqua, nè l' aria resistono punto alla semplice divisione, non si può dir, che l' acqua resista più che l' aria: nè sia chi m' opponga, l' esemplo di corpi leggerissimi, come d' una penna, o d' un poco di midolla di fagginale, o di canna palustre, che fende l' aria, e l' acqua no, e che da questo voglia poi inferire l' aria esser più agevolmente divisibile, che l' acqua, perchè io gli dirò, che s' egli ben' osserverà, vedrà il medesimo solido dividere ancora la continuità dell' acqua, e sommergersi una parte di lui, e parte tale, che altrettanta acqua in mole peserebbe quanto tutto lui: e se pure egli persistesse nel dubitare, che tal solido non si profondasse, per impotenza di divider l' acqua, io tornerò a dirgli, ch' e' lo spinga sotto acqua, e vedrallo poi, messo ch' e' l' abbia in sua libertà, divider l' acqua, ascendendo non men prontamente, ch' e' si dividesse l' aria discendendo: sicchè il dire questo tal solido scende nell' aria, ma giunto all' acqua cessa di muoversi, e però l' acqua più difficilmente si divide, non conclude niente: perchè io all' incontro gli proporrò un legno, o un pezzo di cera, il quale dal fondo dell' acqua si eleva, e agevolmente divide la sua resistenza, che poi arrivato all' aria, si ferma, e appena la intacca: onde io potrò con altrettanta ragione dire, che l' acqua più agevolmente si divide, che l' aria.

Io non voglio in questo proposito restar d' avvertire un' altra fallacia di questi pure, che attribuiscon la cagion dell' andare, o non andare al fondo, alla minore, o maggior resistenza della crassizie dell' acqua all' esser divisa, servendosi dell' esemplo d' un uovo, il quale nell' acqua dolce va al fondo; ma nella salsa galleggia: e adducendo per cagion di ciò la poca resistenza dell' acqua dolce all' esser divisa, e la molta dell' acqua salsa. Ma s' io non erro, dalla stessa esperienza si può non meno dedurre anche tutto l' opposito, cioè, che l' acqua dolce sia più crassa, e la salsa più tenue, e più sottile, poichè un uovo dal fondo dell' acqua salsa speditamente ascende al sommo, e divide la sua resistenza, il che non può egli fare nella dolce, nel cui fondo resta senza poter sollevarsi ad alto. A simili angustie conducono i falsi principj: ma chi rettamente filosofando riconoscerà per cagioni di tali effetti gli eccessi della gra-

 vità

vità de' mobili, e de' mezzi, dirà, che l' uovo va al fondo nell' acqua dolce, perchè è più grave di lei, e viene a galla nella salsa, perchè è men grave di quella, e senza intoppo alcuno molto saldamente stabilirà le sue conclusioni.

Cessa dunque totalmente la ragione, che Aristotile soggiugne nel testo dicendo: Le cose dunque, che hanno gran larghezza, restano sopra, perchè comprendono assai, e quello, che è maggiore, non agevolmente si divide; cessa dico tal discorso, perchè non è vero, che nell' acqua, o nell' aria sia resistenza alcuna alla divisione, oltrechè la falda di piombo, quando si ferma, ha già divisa, e penetrata la crassizie dell' acqua, e profondatasi dieci, e dodici volte più, che non è la sua propria grossezza: oltrechè tal resistenza all' esser divisa, quando pur fusse nell' acqua, sarebbe semplicità il dire, che ella fusse più nelle parti superiori, che nelle medie, e più basse, anzi se differenza vi dovesse essere, dovrieno le più crasse esser le inferiori, sicchè la falda non meno dovrebbe essere inabile a penetrare le parti più basse, che le superiori dell' acqua, tuttavia noi veggiamo, che non prima si bagna la superficie superiore della lamina, che ella precipitosamente, e senza alcun ritegno discende sino al fondo.

Io non credo già, che alcuno (stimando forse di potere in tal guisa difendere Aristotile) dicesse, che, essendo vero, che la molta acqua resiste più, che la poca, la detta lamina fatta più bassa discenda, perchè minor mole d' acqua le resti da dividere: perchè se dopo l' aver veduta la medesima falda galleggiare in un palmo d' acqua, e anche poi nella medesima sommergersi, e' tenterà la stessa esperienza sopra una profondità di dieci, o venti braccia, vedrà seguirne il medesimo effetto per appunto. E quì torno a ricordare, per rimuovere un errore assai comune, che quella nave, o altro qualsivoglia corpo, che sopra la profondità di cento, o di mille braccia galleggia col tuffar solamente sei braccia della propria altezza, galleggerà nello stesso modo appunto nell' acqua, che non abbia maggior profondità di sei braccia, e un mezzo dito. Nè credo altresì, che si possa dir le parti superiori dell' acqua esser le più crasse, benchè gravissimo Autore abbia stimato, nel mare l' acque superiori esser tali, pigliandone argomento dal ritrovarsi più salate, che quelle del fondo: ma io dubiterei dell' esperienza, se già nell' estrar l' acqua del fondo non s' incontrasse qualche polla d' acqua dolce, che quì scaturisse: ma ben veggiamo all' incontro l' acque dolci de' fiumi dilatarsi anche per alcune miglia, oltre alle lor foci, sopra l' acqua salsa del mare, senza discendere in quella, o con essa confondersi, se già non accade qualche commozione, e turbamento de' venti.

Ma tornando ad Aristotile gli dico, che la larghezza della figura non

non ha che fare in questo negozio, nè punto, nè poco, perchè la stessa falda di piombo, o d' altra materia, fattone strisce, quanto si voglia strette, soprannuota nè più, nè meno: e lo stesso faranno le medesime strisce di nuovo tagliate in piccoli quadretti, perchè non la larghezza, ma la grossezza è quella, che opera in questo fatto. Dicogli di più, che quando ben fusse vero, che la renitenza alla divisione fusse la propria cagione del galleggiare, molto, e molto meglio galleggerebbono le figure più strette, e più corte, che le più spaziose, e larghe, sicchè crescendo l' ampiezza della figura, si diminuirebbe l' agevolezza del soprannuotare, e scemando quella si crescerebbe questa. (VI.)

E per dichiarazione di quanto io dico, metto in considerazione, che quando una sottil falda di piombo discende, dividendo l' acqua, la divisione, e discontinuazione si fa tra le parti dell' acqua, che sono intorno intorno al perimetro, e circonferenza di essa falda, e secondo la grandezza maggiore, o minore di tal circuito ha da dividere maggiore, o minor quantità d' acqua, sicchè se il circuito v. gr. d' una tavola sarà dieci braccia, nel profondarla per piano, si ha da far la separazione, e divisione, e per così dire, un taglio su dieci braccia di lunghezza d' acqua, e similmente una falda minore, che abbia quattro braccia di perimetro, dee fare un taglio di quattro braccia. Stante questo, chi avrà un po'di Geometria, comprenderà non solamente, che una tavola segata in molte strisce assai meglio soprannuoterà, che quando era intera, ma che tutte le figure, quanto più saranno corte, e strette, tanto meglio dovranno stare a galla. Sia (*Fig. 24. Tav. II.*) la tavola ABDC lunga, per esemplo, otto palmi, e larga cinque, sarà il suo ambito palmi venzei, e venzei palmi sarà la lunghezza del taglio, ch' ella dee far nell' acqua per discendervi: ma se noi la segheremo v. gr. in otto tavolette, secondo le linee EF, GH ec. facendo sette segamenti, verremo ad aggiugnere alli venzei palmi del circuito della tavola intera altri settanta di più; onde le otto tavolette così segate, e separate, avranno a tagliare novanzei palmi d' acqua: e se di più segheremo ciascuna delle dette tavolette in cinque parti, riducendole in quadrati, alli circuiti di palmi novanzei, con quattro tagli d' otto palmi l' uno, n' aggiugneremo ancora palmi 64. onde i detti quadrati per discender nell' acqua doveranno dividere censessanta palmi d' acqua, ma la resistenza è assai maggiore, che quella di venzei; adunque a quanto minori superficie noi ci condurremo, tanto vedremo, che più agevolmente galleggerebbono; e lo stesso interverrà di tutte l' altre figure, le cui superficie tanto sieno fra di loro simili, ma differenti in grandezza, perchè diminuite, e cresciute quanto si voglia le dette superficie, sempre con subdupla proporzione scemano, o crescono i loro perimetri, cioè le resistenze ch' e' trovano

in

in fender l'acqua, adunque più agevolmente galleggeranno di mano in mano le falde, e tavolette, secondo ch' elle saranno di minore ampiezza.

Ciò è manifesto, perchè mantenendosi sempre la medesima altezza del solido, colla medesima proporzione, che si cresce, o scema la base, cresce ancora, o scema l'istesso solido, onde scemando più 'l solido, che 'l circuito, più scema la causa dell' andare in fondo, che la causa del galleggiare, e all' incontro crescendo più 'l solido, che 'l circuito, più cresce la causa dell' andar' in fondo, e meno quella del restar a galla.

E questo tutto seguirebbe in dottrina d' Aristotile contr' alla sua medesima dottrina.

Finalmente, a quel che si legge nell' ultima parte del testo, cioè, che si dee comparar la gravità del mobile colla resistenza del mezzo alla divisione, perchè se la virtù della gravità eccederà la resistenza del mezzo, il mobile discenderà, se no, soprannuoterà; non occorre risponder altro, che quel che già s' è detto, cioè, che non la resistenza alla divisione assoluta, la quale non è nell' acqua, o nell' aria, ma la gravità del mezzo si dee chiamare in paragone colla gravità del mobile, la qual, se sarà maggior del mezzo, il mobile non vi discenderà, nè meno vi si tufferà tutto, ma una parte solamente: perchè nel luogo, ch' egli occuperebbe nell' acqua, non vi dee dimorar corpo, che pesi manco d' altrettant' acqua: ma se 'l mobile sarà egli più grave, discenderà al fondo, ed occuperà un luogo dove è più conforme alla natura, che vi dimori egli, che altro corpo men grave. E questa è la sola, vera, propria, e assoluta cagione del soprannuotare, o andare al fondo, sicchè altra non ve n' ha parte: e la tavoletta degli avversari soprannuota, quando è accoppiata con tanta d' aria, che insieme con essa forma un corpo men grave di tanta acqua, quanto andrebbe a riempiere il luogo da tal composto occupato nell' acqua: ma quando si metterà nell' acqua il semplice ebano, conforme al tenor della nostra quistione, andrà sempre al fondo, benchè fosse sottile come una carta.

NOTE

N O T E

Estratte dalla raccolta dell' opere del Galileo sopra il discorso dello stesso

Delle cose che stanno sull' Acqua, o che in quella si muovono.

(I) L' Occasione di scrivere il presente Trattato nacque dalla quistione insorta fra il Galileo, e alcuni Filosofi intorno alla natura del diaccio, mentre questi affermavano essere il diaccio acqua condensata, e all' incontro il Galileo dal vederlo galleggiare sosteneva a gran ragione essere il medesimo un' acqua piuttosto rarefatta. Un moderno Scrittore ha preteso di scuoprire nel discorso del nostro Autore un equivoco, e dopo avere addotte molte esperienze intorno agli agghiacciamenti, finalmente conclude, che il diaccio non è altrimenti acqua rarefatta, ma dilatata. Non istaremo quì a sminuzzare i nomi di rarefazione, e dilatazione, perchè ciò nulla rileva, e non s' oppone al sentimento del Galileo, il quale vedendo, che la stessa mole di acqua agghiacciata rigonfia notabilmente, ed occupa maggior luogo, potè chiamarla rarefatta, lasciando a chi che sia la libertà di sottilizzare sopra i nomi, e nominare rarefazione una tal cosa, che forse non fu mai fra l' operazioni della Natura, ma solamente nell' immaginazione di chi l' inventò: avvertiremo per tanto, che il fondamento di questo contradittore, e il motivo di sostenere contro l' evidenza, che l' acqua nel congelarsi non si rarefà, ma si condensa, facilmente s' abbatte coll' esperienza. Chiama egli il ricrescimento in mole di un qualche corpo dilatazione, e non rarefazione, quando a quella nel crescer di mole s' intramischia qualch' altro corpo, onde vedendosi tramischiata nell' acqua mentre s' agghiaccia una gran quantità d' aria, ovvero di spiriti sottili, sarà l' agghiacciamento non rarefazione, ma dilatazione di quel liquido.

Che al ghiaccio sia tramischiata l' aria, o altra sottile materia simile a lei, non v' ha dubbio veruno. Imperocchè per tralasciare l' esperienze fatte nell' aria aperta, nelle quali potrebbe alcuno sofisticare, che quelle bolle, o gallozzole, le quali s' osservano uscire dall' acqua nell' agghiacciarsi, le fossero allora somministrate dall' ambiente in qualche strana e occulta maniera, è manifesto, che una tal' aria non trapela nel ghiaccio, allorchè si forma, ma era di prima nell' acqua per l' esperienze fatte ben mille volte nel voto. Quivi mentre l' acqua si và agghiacciando si veggiono uscire dalla medesima innumerabili bolle, o gallozzole d' aria, le quali non cessano mai di farsi vedere, e sormontare verso la superficie, fino a tanto, che l' acqua non è tutta rappresa, e assodata. Questo accade non solo nell' acqua, che si pone la prima volta nel voto, ma eziandio in quella, che tenutavi lungo tempo ha potuto agiatamente mandar fuora tutta quell' aria, la quale ordinariamente n' esce in forma di bolle. Fra le molte esperienze fatte in Pisa nella macchina Boiliana, fu sperimentato, che dopo aver bollito, come suole, ed essersi spurgata l' acqua tenuta lungo tempo a bella posta nel voto, sicchè trattane fuora, e poi rimessavi non solo non bolliva, ma non dava nè pur segno di mandar fuora una sola bollicella d' aria; se quella stessa veniva circondata di ghiaccio, mentre si disponeva a rappigliarsi, n' uscivano gallozzole innumerabili, le quali duravano tutto il tempo, che l' acqua in qualche parte era liquida, e formatosene il ghiaccio riusciva spesso più cavernoso dell' ordinario. L' acqua dunque nell' agghiacciarsi non riceve aria straniera, ma bensì ne manda fuori gran parte di quella, che dentro sè racchiudeva, e perciò non può il ricrescimento di mole della medesima attribuirsi all' aria, che nuovamente vi penetri dentro, e la dilati. Può dunque chiamarsi con ragione il ghiaccio acqua rarefatta, come chiamollo il Galileo, finchè non venga dimostrato il contrario da più saldi argomenti. E se pure alcuno vuole tuttavia chiamare questa operazione della natura non rarefazione, ma dilatazione, ciò gli sia permesso, purchè convinto dall' esperienza confessi, che la stessa materia poco anzi liquida, e discorrente, nell' aggelarsi, e indurire ricresce notabilmente di mole, senza che le sopraggiunga o aria, o altra materia da lei diversa, e manifesta a' nostri sensi.

(II) „ Che la mole dell' acqua, la quale s' alza nell' immersione del solido in un vaso, o „ che si abbassa nell' estrarlo, sia sempre minore di tutta la mole del solido, che si trova demersa, o estratta, egli è evidente, mentre possa l' acqua alzarsi intorno al solido, come quì si suppone; ma potrebbe nascere una difficoltà, la

quale

quale merita d' essere avvertita. Questa è, che essendo la mole dell' acqua alzata dal solido sempre minore di lui tutto, ed essendo la velocità della medesima, che sale, talvolta eguale alla velocità del solido, che scende, e talvolta anche minore, pare, che possa darsi il caso, che fra l' acqua, e un solido men grave in ispezie di lei, non segua l' equilibrio, ma il solido si sommerga, poichè se fusse la mole dell' acqua minore della mole del solido, ed avesse anche minore velocità, non potrebbe contrastare con quello in ogni caso, e contrappesarlo. Per lo scioglimento di questo dubbio dee avvertirsi, come nota il Padre Deschales, che la parte del solido tuffata sotto il primo livello dell' acqua, non solamente contrasta coll' acqua, da esso discacciata dal luogo, ch' egli occupa, ma resiste eziandio ad un' altra mole d' acqua, la quale non s' è mossa, cioè a quella, la quale avanti l' immersione del solido equilibrava l' acqua da lui poscia discacciata, e alzata; poichè avendo egli occupato il luogo di questa, dee provare l' istesso contrasto, che le faceva l' acqua, da cui veniva contrappesata. Questo è evidente ne' Laghi, e nel Mare, dove l' acqua discacciata dalla parte del solido, che si sommerge, s' alza insensibilmente intorno al medesimo, onde tutta la resistenza, ch' ei prova, e gli vieta il più profondarsi, nasce dalla resistenza, e dalla forza di quell' acqua, che gli sta all' intorno, la quale cagiona l' equilibrio, e ciò più chiaramente si prova in un vaso pieno, e colmo d' acqua talmente, che tutta quella quantità, che viene dal solido in tuffarsi discacciata, si versi dal vaso, e non possa alzarseli intorno: in questo caso la parte sommersa del solido sarebbe eguale alla mole dell' acqua alzata, e scacciata da esso nel sommergersi, e questa non avrebbe parte veruna nel sostenere il solido, il quale galleggerebbe non ostante per la forza di quell' acqua, che contrastava per avanti colla mole discacciata dal vaso, e di poi contrasta col solido, che in luogo di quella è succeduto.

(III) La dimostrazione portata in questo luogo dal Galileo, benchè verissima, e chiara, è stata impugnata dal F. G. F. V. in un libretto del momento de' gravi. Pretende questo Autore, che l' Analogia perturbata, da cui il nostro Autore deduce la sua conclusione, sia disposta con un termine di più del dovere, contenendo sette termini diversi, laddove secondo Euclide dovrebbero essere sei soli per concludere legittimamente. Questi pretesi sette termini annoverati coll' ordine medesimo, con cui sono disposti nella dimostrazione del Galileo, sono i seguenti. *Fig. 14. Tav. II.*

I. L' alzamento del solido M nel vaso angusto S E.

II. L' abbassamento dell' acqua E N S F in detto vaso.

III. La superficie di quest' acqua circonfusa al solido.

IV. La base del solido M.

V. La superficie dell' acqua nel vaso più amplo D B.

VI. L' abbassamento dell' acqua A B C D in detto vaso.

VII. L' alzamento del solido M nel vaso più amplo D B.

Dall' essere il primo termine al secondo, come il terzo al quarto, e dall' essere il quarto al quinto, come il sesto al settimo, non si può per l' analogia perturbata inferire, che il sesto stia al secondo, come il terzo al quinto, che è la conclusione tirata dal Galileo. Ma a questa risponde il sottilissimo Filosofo, Matematico P. Abate D. Guido Grandi, che svanisce affatto cotal difficoltà, osservando, che il settimo termine non è diverso dal primo, e non è stato erroneamente confuso l' uno coll' altro nel discorso del nostro Autore, ma bensì senza ragione distinto questo da quello nell' opposizione del P. V. Imperocchè quando scrive il Galileo, *nel sollevarsi il solido M, l' alzamento suo ec.* intende nel sollevarsi, che farebbe detto solido tanto in questo vaso, che in quello a qualsivoglia altezza, che ad arbitrio venga assegnata. Sia adunque quest' altezza per esempio di un dito: allora l' acqua del vaso più angusto si abbasserà in tal proporzione, quale ha la superficie di detta acqua alla base del solido, ma al medesimo alzamento del solido per l' altezza d' un dito nel vaso più amplo corrisponderebbe un tal' altro abbassamento dell' acqua in esso contenuta, quale ha la superficie di questa alla detta base del solido: per tanto corre benissimo la proporzione dedotta dal Galileo per l' analogia perturbata, come può vedersi nella seguente disposizione, in cui i termini proporzionati con simil segno collegati si mostrano.

VI. L' abbassamento dell' acqua A B C D.

I. e VII. L' alzamento del solido ad una determinata altezza.

II. L' abbassamento dell' acqua E N S F.

III. La superficie dell' acqua E N S F.

IV. La base del solido.

V. La superficie dell' acqua A B C D.

Molto più gagliarda in apparenza è l' opposizione, che potrebbe farsi alla dimostrazione del nostro Autore registrata in questo luogo p. 32. per dimostrare la necessità dello equilibrarsi, e stare alla medesima altezza due moli d' acqua disugualissime, come segue in due vasi comunicanti, uno de' quali sia larghissimo, e l' altro angustissimo. Imperocchè quantunque corra benissimo la dimostrazione dell' Autore, mentre si suppone la figura di ambidue i vasi cilindrica, o altra simile, tutta-

volta

volta (*Fig.* 1. *Tav. III.*) se il vaso E I D F, e il cannello C A B Z, fussero di figure differenti, sarebbe falso, che per essere la mole G H O Q, uguale alla mole B A L X, esser debba la superficie G H alla superficie L X, come reciprocamente l'altezza A L alla altezza G Q, e molto meno ne seguirebbe essere le moli ugualmente alte G I D H, C L X Z, proporzionate alle dette basi G H, L X, cioè alle pretese altezze A L, G Q, o sia alle velocità, colle quali si moverebbero le parti del fluido contenute in questi canali, della qual cosa per esser facile la dimostrazione, non sia necessario l' apportarla. Non pare adunque dimostrata generalmente la necessità, e la cagione dell' equilibrio de' fluidi della medesima spezie ne' vasi comunicanti, poichè non ostante la diversità delle loro moli, e non essendo ancora fra le loro gravità assolute la proporzione reciproca delle velocità, come accade ne' vasi cilindrici, o prismatici, vediamo nondimeno stare in equilibrio, e livellarsi nel medesimo piano orizzontale l'acqua in due vasi di qualsivoglia figura anche irregolarissima, e perciò pare, che debba ricorrersi ad altra cagione.

Per rispondere a cotale istanza immaginiamoci (dice il P. Abate Grandi,) fra le sezioni G H, Q O, una sezione di mezzo, che sia media aritmetica fra l' estreme, e sia questa M N, dimodochè il cilindro, o prisma fatto con essa, e coll' altezza G Q della porzione G H O Q, sia uguale a detta porzione, e sia tal cilindro, o prisma l'espresso nella figura G Q P R; similmente si concepisca la sezione K T, media aritmetica fra le due A B, L X, onde ancora il cilindro, o prisma A S V L, sia uguale alla porzione A B X L, e in conseguenza pareggi altresì l'altro cilindro, o prisma G Q P R; allora sarà la superficie M N, alla K T, come reciprocamente l'altezza A L all' altezza G Q, ed è evidente, che supponendosi muovere il livello dell' acqua G H, ed alzarsi conseguentemente il livello L X, per qualunque minima altezza, sempre sarà la sezione media aritmetica tra il primo livello, e l' abbassamento alla sezione media aritmetica tra il primo livello, e l' alzamento, come l'altezza dell' alzamento all' altezza dell' abbassamento, cioè come reciprocamente le velocità esercitate dal fluido in ambi i canali. Ma le dette sezioni medie aritmetiche, cioè M N, e K T, si accostano in infinito alle prime G H, L X, e da esse tanto meno differiscono, quanto minore è lo spazio L A, O G Q, per cui si suppone fatto il moto, dimanierachè sul principio delle mosse, cioè nel primo istante, in cui ci figurassimo abbassarsi il livello da una banda, e alzarsi dall' altra, non ne differirebbero punto: adunque le stesse superficie G H, L X, sono reciproche all' altezze, o velocità A L, G Q, colle quali dette superficie sono disposte a muoversi nel bel principio del moto, e però ne segue ottimamente, che facciano equilibrio, imperocchè nell' equilibrarsi (*Fig.* 2. *Tav. III.*) due potenze A, B, intorno al punto C della libra D E non si debbe avere in considerazione altra velocità, che quella con cui sarebbero disposte a muoversi nel primo istante, e non quella, con cui in progresso di tempo accaderebbe, che si muovessero per le circostanze della macchina: onde sebbene il globo, che pende perpendicolarmente, avesse contigua a se una superficie curva I K L, per cui sarebbe obbligato a continuare il moto cambiando in ogni punto di essa la velocità, siccome movendosi l'altro globo A, potrebbe essere obbligato a scorrere pel piano inclinato F G, in cui avrebbe velocità minore, che nel perpendicolo in ragione di H F, ad F G; tuttavolta si considerano detti globi avere le velocità libere, quali eserciterebbero nel perpendicolo, e solo diversificate dalle braccia della libra, e proporzionali ad esse braccia, perchè sul principio del moto si partirebbero affetti dalle dette velocità, quantunque poscia le variassero con qualunque proporzione secondo i piani, ne' quali s' obbligassero a scorrere. Essendo adunque le prime velocità esercitate dal fluido in ambi i canali comunicanti, reciprocamente proporzionali alle superficie loro nelle prime mosse, quando si considera l'abbassamento dell' una, e l' alzamento dell' altra parte per un' altezza infinitamente piccola, in cui si verifica, che i tronchi conici delle porzioni G Q O H, A B X L, non differiscono da' cilindri della stessa base, e altezza, se non d' una differenza incomparabilmente minore di essi, ne segue, che le velocità, colle quali detti fluidi sono disposti a muoversi, debbano stimarsi come proporzionali alle superficie del loro primo livello prese reciprocamente, sebbene nel progresso del moto cotal proporzione non sussisterebbe per lungo tempo, ma prestissimo si vedrebbe alterata: così pare sciolta l' opposizione quanto al primo capo.

Quanto poscia al secondo s' intenda l' altezza d' ambi i canali divisa in quante si voglia parti egualmente alte, e infinitamente piccole, e condotti per i termini di esse tanti piani paralleli al livello superiore, rimarranno divisi i fluidi contenuti in altrettante porzioni, ciascuna delle quali, per le cose dette di sopra, si potrà considerare come cilindrica, o prismatica per la differenza insensibile, che ciascuna porzioncella averebbe coll' iscritto, o circoscritto cilindro, o pure per l' incomparabile differenza della sezione media aritmetica di esse porzioni da ciascuna delle estreme loro basi; ed essendo così qualunque porzione contenuta nel canale G D, in equilibrio colla collaterale, che le corrisponde nel canale L Z, facilmente si concluderà l' equilibrio altresì di tutte quelle, che sono nell' uno con tutte le contenute nell' altro, il che si dovea dimostrare.

La soluzione di questo dubbio è sottilissima, e degna del P. Abate Grandi. Agevole però alquanto più ad intendersi riescirebbe la ragione di questo effetto, se si ammettesse per vera l' opinione di quei Mattematici, i quali hanno creduto, che mentre l'acqua sia all'altezza medesima, tanto sia premuto il fondo di un largo vaso, la cui cavità sia per tutto uniforme, quanto se poco sopra al fondo medesimo sia ristretto il vaso, talmente che da lì in su non sia altro che un cannello strettissimo. Di questo paradosso ve n' ha la dimostrazione di Varignone celebre Mattematico, riferita nelle memorie dell' Accademia Reale delle scienze di Parigi dell' Anno 1692. E benchè si trovi portata da un buono Autore alcuna esperienza non in tutto favorevole a questa sentenza, pare nondimeno, che ella venga molto favorita dall' esperienza di Mariotte, referita ancora dal Du-hamel nella Filosofia vecchia, e nuova. Dimostrò quell' Autore, come piena una botte d' acqua, e messa in piedi, sicchè dal fondo superiore sporgeva in alto a perpendicolo un cannello lungo circa dodici piedi, l'acqua infusa in quello cannello, la quale non pesava più di quattro, o cinque libbre, non solo sforzò il fondo, cui forava, sicchè lo fece rigonfiare infuora, ma alzò anche sensibilmente un peso di 500. e più libbre postovi sopra. Questa violenza patita dal fondo superiore, quasi per riflesso, fu certamente esercitata contro il fondo di sotto, onde s' accorda con questa osservazione, quanto si pretese di stabilire colla ragione dal Varignone, Se dunque tutte le moli d'acqua, benchè disuguali, facessero l' istessa forza all' ingiù, mentre fossero della stessa altezza, non sarebbe necessario ricercare altra cagione dell' effetto mentovato, vedendosi chiara la cagione dell'equilibrio per l'egualità delle forze.

Alcuni Filosofi, e Mattematici di grido non a' acqu etando intieramente alle dimostrazioni addotte, e discorrendola più fisicamente, hanno assegnata un'altra ragione di questo effetto. Per tanto si son fatti a credere, che l' acqua contenuta nell' angustissima canna, (*Fig. 15. Tav II.*) qual'è A B C I, continuata al vaso larghissimo E I D F, non contrasti con tutta la gran mole dell'acqua G H I D; ma solamente con quella porzione di essa, colla quale, per così dire, s' affronta all' imboccatura della canna, e dove appunto comincia la comunicazione, e l' incontro delle due acque, come sarebbe in I D, dimodochè la mole contenuta in L C I, resista ad una mole d'acqua, la quale precisamente l' agguagli non altrimenti, che se fussero canne piene di liquido di mole, e d' altezza eguali. Tutto, ciò, che è di più nella gran mole d'acqua contenuta nel vaso più largo, vogliono questi, che venga sostenuto dal fondo, e da' lati di esso, e perciò non trasfonda parte veruna della sua gravità in quella, che contrasta, e si equilibra coll' acqua della canna, benchè la prema, e stringa lateralmente per ogni verso, come richiede la natura del liquido.

(IV.) Pone qui il Galileo una proposizione principale di questo trattato: *Che la diversità di figura data a questo, e a quel solido non può esser cagione in modo alcuno dell' andar egli, o non andare assolutamente al fondo, o a galla.*

Questa proposizione viene dimostrata con tali ragioni, che non ammettono replica, supposta la natura del corpo liquido, o fluido, quale comunemente viene concepita da molti Filosofi, che figurano il fluido composto di parti sciolte a tal segno, che non vi abbia legame, o coerenza veruna, che le renda poco, o molto restie all' esser separate, e divise, talchè sieno solamente contigue senza veruna altra resistenza, che quella comunissima a tutti i corpi, di resistere sempre all' esser mossi. Se veramente sia tale in fatto la natura de' fluidi corpi, e spezialmente dell' acqua, non è così certa, come la credette il nostro Autore, il quale avvegnachè in questo trattato, e nel primo dialogo delle due nuove scienze acutamente al suo solito abbia preteso dimostrare, che le parti dell'acqua sono divise fino a' minimi componenti, e però non hanno resistenza benchè minima all' esser penetrate, ciò non ostante il dottissimo Gio Alfonso Borelli nel libro de i Movimenti naturali dependenti dalla gravità, volle dimostrare nelle parti di questo liquido una qualche coerenza, e resistenza alla divisione. Fra gli altri argomenti uno ve n' ha, cui pare accennato dall' istesso Galileo in questo trattato ove scrive: *bisogna ritrovare corpi, che si fermino nell' acqua, chi vuol mostrare la sua repugnanza alla divisione.*

I metalli (ripiglia il Borelli prop. 158. de mot. nat. a grav pendent.) *i sali, e l' aria ridotti in granella minutissime, riposano immobilmente nel mezzo dell' acqua. e quivi si trattengono: adunque è falso, che l' acqua sia priva totalmente di glutine, e non resista niente affatto alla penetrazione.* Questa conclusione fu poi con varietà di argomenti, e d' esperienze dimostrata dal chiarissimo Sig. Giuseppe del Papa nel suo trattato erudittissimo dell' umido, e del secco. Il Sig Jacopo Piacentino nella dissertazione sopra il barometro ha ripreso la difesa dell' opinione del Galileo, e sciogliendo le ragioni principali degli Autori mentovati, ha preteso con nuovi argomenti di escludere dalle parti dell'acqua, e degli altri liquidi corpi ogni coerenza, o resistenza alla divisione. Non ha potuto negare il Sig Piacentini una qualche viscosità, e lentore nell'acqua, e negli altri fluidi, ma come Filosofo perspicacissimo, e pratico di tutti i Sistemi della più salda filosofia, ne attribuisce la cagione alla forza dell' Etere, o d' altra sottile ma-

te-

teria, che non potendo agevolmente penetrare per entro a i liquidi stessi, li prema d'ogni intorno, e stringa insieme le parti loro in tal guisa, che ne risulti questa debole apparente viscosità, a cui contribuisca ancora qualche cosa la grandezza, la figura, e la disposizione delle parti medesime senza che fra esse vi sia legame, attaccatura, o coerenza veruna. Non è qui luogo da esaminare minutamente questa quistione, per lo che fare s'abbisognerebbe un troppo lungo discorso, onde basti avere accennato quanto sopra d'essa è stato determinato da i più rinomati Filosofi de' nostri tempi, dovendo ancora scriverne alcuna cosa nelle note seguenti.

Molti effetti attribuì all'aria il Galileo in questo trattato, perchè non ebbe la sorte di vedere, quanto fu dopo osservato col mezzo della macchina inventata dal Boile, poichè levata l'aria dalla cavità di un vaso, o recipiente, sotto cui si ponga l'acqua, quivi si osserva lo essa l'istessa viscosità, che mostra nell'aria libera, siccome la dimostrano chiaramente il salire ne' cannellini strettissimi, l'attaccarsi tenacemente ad alcuni corpi, il formarsi in pallottole, e altri simili accidenti. Il Galileo con occhio veramente linceo scoperse la cagione del non sommergersi una lamina di materia più grave in ispezie dell'acqua posata destramente sopra la di lei superficie, avendo osservato, che detta lamina, o tavoletta s'abbassa sotto il livello dell'acqua, la quale s'avvalla, dimodochè intorno alla tavoletta si formano alcuni arginetti; che comprendono una porzione d'aria, facendo lo certo modo una spezie di vaso avente la tavoletta per fondo, e gli arginetti per lati, che formino la cavità, restando la superficie dell'acqua all'intorno superiore alla tavoletta, quant'è l'altezza di detti arginetti; ma si vuole avvertire, che quest'aria compresa nella cavità formata dagli argini, non ha alcuna parte in sostenere la lamina, se non forse col mantenerla asciutta: che se in questo spazio non vi fusse quell'aria, e potesse restare affatto voto, ciò non ostante quella lamina galleggerebbe come prima, anzi meglio. Imperocchè essendo l'aria un corpo grave, aggiunge anch'essa qualche peso benchè minimo al corpo, a cui sta attaccata. Un vaso, che pieno d'aria galleggia nell'acqua, galleggerebbe certamente più facilo, se fusse tutto voto, perchè la mole dell'aria, che lo riempie, pesa qualche cosa, e l'ajuta tanto, o quanto a profondarsi. Questi stessi arginetti hanno somministrato un argomento non debole della coerenza di parti nell'acqua, sembrando eglino fatti da una certa materia viscosa, che ella contenga mescolata colle parti più sciolte, onde ne venga tessuta una membrana, o sfoglia sottilissima, simile a quella, che racchiude l'aria allora quando veggonsi bolle, o gallozzole formarsi nell'acqua, come accade sovente. Quindi avviene, che profondandosi la tavoletta oltre a quel termine, a cui possono stendersi senza rottura le fila di cotali membrane, queste si strappano, e l'acqua, toltole un tale ostacolo, scorre subito nello spazio compreso fra gli argini, il che succede parimente, se questi si rompono col bagnare la tavoletta medesima, scorrendo l'acqua con somma facilità sopra le cose bagnate, per la somiglianza delle parti sue componenti, le quali perciò fra di loro si uniscono agevolmente. Queste quasi membrane si osservano ancora, quando in un bicchiere l'acqua infusa appoco appoco s'alza, e fa il colmo sopra l'orlo di quello: ma chi vuole appieno restare informato della natura di queste membrane, e delle cagioni di tanti effetti naturali, che dependono dalla viscosità de' liquidi, legga il mentovato trattato del Sig. Giuseppe del Papa, che con saldezza di rara dottrina, e con eleganza di purissimo stile n'ha scritto diffusamente.

(V) Speciosa è l'esperienza addotta dal Galileo del bicchiere, il quale rivolto colla bocca all'ingiù, ed abbassato sotto l'acqua fino a tanto, che l'aria in esso contenuta tocchi la palla di cera posta nel fondo di un vaso, mentre vien ritirato all'insù lentamente tira seco, e solleva la palla medesima; questo però non prova, che ciò accada, perchè l'aria col suo contatto regga, e sollevi un corpo disposto all'sodare in fondo per la sua gravità. La cagione di quest'effetto è agevole a rintracciarsi per le cose stesse insegnateci dal nostro Autore. Imperocchè mentre la palla giace nel fondo del vaso, vien premuta dall'acqua, che la circonda, e da quella, che le sta sopra a perpendicolo, ed esercita sopra di lei lo sforzo del suo peso. Quando poi si profonda il bicchiere sopra di essa, allora s'impedisce, che non le graviti sopra la colonna d'acqua, che le sovrastava, e sebbene in luogo dell'acqua v'è l'aria compressa, e rinchiusa nel bicchiere, nel ritirare poi questo verso la superficie dell'acqua, non resta più aggravata la palla, onde si dà luogo all'acqua laterale di mettere a leva la palla medesima, e spignerla in alto. Se sopra l'istessa palla, o altro corpo poco più grave in ispezie dell'acqua, si pone il bicchiere non già pieno d'aria, ma pieno d'acqua, come è il rimanente del vaso, nel ritirare quello all'insù velocemente s'alzerà similmente la palla salendo fino alla superficie del liquido, non già perchè l'acqua del bicchiere l'attragga, e la sollevi, ma bensì per la forza, e compressione dell'acqua circonfusa. Il Boile faceva vedere un pezzo di bronzo massiccio galleggiare nell'acqua, mentre posandovi sopra una canna, che lo toccasse, impediva, che non piombasse sopra quel metallo l'acqua, la quale stava sollevata intorno alla canna ad una altezza proporzionata, e premeva sì forte l'acqua sottoposta al bronzo, che questa lo reggeva, e gl'impediva lo scendere,

dere. Non si nega perciò, che l'aria, qualunque volta s'attacchi ad un corpo posto sott'acqua, non possa esser cagione, ch'egli si sollevi, e venga a galla. Nell'esperienze fatte in Pisa, son già 14. anni, fu osservato, che posto un uovo sotto l'acqua, e collocato il vaso nella macchina del Boile, all'estrarne l'aria, si ricopriva l'uovo talmente di quell'aria, che da esso in grandissima copia suole uscire, che per tenerlo in fondo era necessario legare ad esso un piombo, o in altra maniera impedirlo, che velocemente non formontasse, e stesse a galla, il che accade alle frutta, e a molti altri corpi, i quali nel voto, benchè posti sotto l'acqua mandan fuori l'aria in gran copia. Opera questa nel sollevarli quell'istesso, che farebbe il sughero, e qualunque altro corpo più leggero dell'acqua, che a quei corpi s'attaccasse, ma non v'ha luogo l'attrazione.

(VI) „ Con un discorso, e progresso simile a „ quello, che quivi apporta il Galileo per provare, „ che più agevolmente galleggeranno di mano in „ mano le falde, e tavolette secondo che elle saranno di minor ampiezza, il Sig Guglielmini nella sua ingegnosissima dissertazione de' sali ha dimostrato, che supposta la viscosità, o coerenza delle parti nell'acqua, le particelle de'sali, e d'altri corpi possono concepirsi ridotte a tal picciolezza, che non discendano per quel liquido, ma quiete vi si reggano dentro.

Conciossiachè essendo le moli de' solidi simili in ragione triplicata, e le loro superficie in ragione solamente duplicata de i lati omologhi; nello sminuire un corpo colla divisione, scema sempre più la mole, che non la superficie, e per conseguenza scema più anche il peso, che sempre alla mole corrisponde. Ma il peso è la cagione dello scendere, e la superficie si è la cagione del trattenersi, adunque scema sempre più la cagione della scesa, che non iscema la repugnanza, o resistenza alla medesima. Moltiplicando adunque le divisioni di un corpo, le quali possono moltiplicarsi in infinito, finalmente la cosa si ridurrà a tale, che queste proporzioni, delle quali una scema sempre più dell'altra, si ridurranno all'egualità, onde eguali parimente saranno la forza per iscendere, e la resistenza alla scesa, e ne seguirà la quiete di quei piccolissimi corpiccioli. A questa dimostrazione risponde acutamente il prefato Sig. Piacentini nel mentovato trattato, ed il suo sentimento viene appoggiato gagliardamente da alcune esperienze registrate nel libro del Sig. Hauksbee.

Prese l'Hauksbee un pezzo di lamina d'ottone d'un dito quadro in grandezza, e di peso giustamente grani 482. Dipoi tagliò altrettante dita quadre d'orpello, che pesavano tutte insieme quanto l'altro da se solo, cioè 482. grani, e questi pezzetti erano numero 255. Per cagione di una così gran differenza di superficie aspettava di vedere qualche differenza molto considerabile di peso nel pesare questi materiali nell'acqua, ma con suo gran stupore fra il pezzo intero di ottone, e l'aggregato de' piccoli pezzi d'orpello non ritrovò differenza se non di due grani, la quale nè pure merita di essere accennata, potendo essere cagionata da qualche piccola bolla d'aria attaccata all'orpello, o da altra causa accidentale non avvertita. Con questa esperienza concordò pure un'altra fatta dall'istesso Autore colla polvere di cristallo di pietra focaja, che fra tutti i cristalli è il più schietto, e senza vescichette. Di questa polvere passata per staccio di tela presene un'oncia, e presa una simile quantità di cristallo sodo pesò ambidue nell'acqua, e trovò sì poco divario fra il peso del cristallo sodo, e il peso della polvere, che non merita, che in conto alcuno se ne faccia menzione.

Da queste esperienze conclude l'Autore, che fa d'uopo trovare un'altra causa, con cui sciogliere questo fenomeno, poichè la sproporzione, che è fra la superficie, e la mole, o peso delle materie non è sufficiente a farlo. Non si nega, che questo effetto non possa attribuirsi ad altre cagioni, ma queste esperienze non sembrano così concludenti, come le crede l'Autore. Imperocchè la bilancia mostra solamente il peso, cioè il momento, la propensione, ovvero lo sforzo, che fa un corpo grave per muoversi all'ingiù, benchè attualmente non si muova, ma le difficoltà cagionate dagl'intoppi, che se gli attraversan fra via, e se gli oppongono, quand'egli attualmente discende, queste non le mostra la bilancia, perche non nascono se non dopo che è libero, e allorchè già la scesa è cominciata. Un riscontro evidente di ciò ne porge l'esperienza continova, osservandosi una differenza notabile fra le velocità de' corpi della medesima spezie, disuguali di mole, la qual differenza, al parere del Galileo, e di tutti i buoni Filosofi, non può da altro derivare, che dall'impedimento cagionato dalla superficie sempre maggiore ne' corpi minori. Tuttavia questa difficoltà non si scorge nella bilancia, nè si vede scemar di peso un corpo per dividerlo solamente, e sminuzzarlo in moltissime particelle. Non può negarsi, che quei pezzetti d'orpello, e quella polvere di cristallo discendano per l'acqua assai più lentamente, che non il pezzo d'ottone, o di cristallo sodo. Siccome dunque la bilancia non iscuopre l'impedimento, che è la cagione di tale maggiore tardità, così potrà avvenire, che non ne scuopra anche un altro cagionato dalla viscosità, quando anche ei vi sia. Potrebbesi eziandio avvertire, che stritolandosi un corpo, può talvolta accadere, che i minuzzoli pesati nell'acqua s'aumentino qualche poco di peso, il che seguirebbe, se avendo il corpo solido dentro di se molti spazi voti, o ripie-

vipieni di materia più leggera dell'acqua, quegli si togliessero via, o tal materia ne uscisse, sicchè l'aggregato, o il cumulo delle particelle occupasse spazio minore, come succede, allorchè il diacci si scioglie, e divien liquido; onde l'accrescimento di peso per una cagione potrebbe occultare lo scemamento, che accadesse per un'altra; ma basti l'avere accennato, che l'esperienze mentovate non decidono questa quistione, come pretende l'Haukabee, a cui per altro dobbiamo lo scuoprimento di cose nuove, e ammirande, le quali aprono a i curiosi largo campo di filosofare.

Abbiamo considerato il contrasto fra il solido, e il liquido nell'equilibrarsi, e tutto ciò, che può conferire all'alzarsi, o sommergersi alcun corpo in un liquido, paragonando le loro velocità, e le gravità specifiche. Curiosa sarebbe la digressione sopra le velocità de' solidi, che discendono ne' liquidi, e molte cose degne da sapersi potrebbonsi addurre dimostrate da' moderni Filosofi, e Mattematici. Ma perchè questo sarebbe no troppo allontanarsi dal nostro proposito, ne daremo qui solamente un saggio, portando alcune proposizioni, e speculazioni delle molte, che sopra questa materia ha distese il dottissimo P. Abate Don Guido Grandi, circa il moto de' corpi sodi in un mezzo fluido.

DEFINIZIONI.

I. Chiamisi *peso assoluto* d'un corpo quello, che eserciterebbe in un mezzo del tutto voto, o di niuna resistenza.

II. Quello poi, che attualmente esercita in questo, o in quel mezzo fluido, chiamisi *peso comparativo*, e questo secondo i principj di Archimede, del Galileo, e di tutti gl' Idrostatici non è altro, se non l'eccesso del peso assoluto d'un tal corpo sopra il peso assoluto del mezzo fluido in pari mole.

III. Se un piano talmente sarà inclinato, che raffreni il momento di gravità di un mobile collocato sopra di esso in un mezzo voto, a quella misura appunto, che lo raffrenerebbe un tal mezzo fluido, in cui il detto mobile cadesse perpendicolarmente, chiamerassi quel *piano analogo al suddetto fluido*.

Per esempio, supponiamo, che pesato il mobile A nella Fig. 3 Tav. III. ed altrettanta mole del fluido B G nel voto, il peso dell'uno al peso dell'altro sia come M G a G F: queste linee esprimeranno i pesi assoluti loro, cioè M G l'assoluto peso del mobile A, e G F l'assoluto peso del fluido in pari mole, ed esprimeranno altresì le gravità specifiche di essi: ma il peso comparativo del mobile A in un tale fluido verrà espresso dalla M F, che è la differenza de' suddetti pesi assoluti, o gravità specifiche del mobile, e del fluido. E se immagineremo un piano M H talmente inclinato, che il mobile A posto sopra di esso dovesse nel voto discendere con pari momento a quello, con cui di fatto viene determinato a scendere perpendicolarmente nel fluido, si dirà M H piano analogo al detto fluido B G.

PROPOSIZIONE I.

Tirata l'orizzontale F H, e sopra di essa dal punto M inclinata la retta M H uguale alla M G, sarà il piano M H analogo al fluido B G, cioè il momento, con cui il mobile A scenderebbe per l'inclinata M H nel voto, uguaglierà il momento, con cui è disposto il mobile A a scendere di fatto perpendicolarmente nel fluido B G.

Imperocchè, la forza, con cui scende il grave A pel fluido B G, o sia il momento da esser ivi esercitato, si misura (secondo Archimede, ed il Galileo) dall'eccesso M F, con cui il peso assoluto del mobile M G supera il peso assoluto G F del fluido, che è quanto dire dal peso comparativo di esso mobile; e però sta alla forza, o sia al momento, con cui scenderebbe il medesimo corpo perpendicolarmente nel voto, come M F ad M G, cioè all'uguale M H; ma altresì, come M F, ovvero H O ad M H, così sta il momento di scendere per l'inclinata M H nel voto, allo stesso momento di scendere perpendicolarmente nel voto (come ha dimostrato il Galileo); dunque il momento, che averebbe il mobile A per iscendere perpendicolarmente nel mezzo fluido B G, è uguale al momento, che eserciterebbe per l'inclinata M H discendendo nel voto; e però il piano M H è analogo al suddetto fluido; il che dovea dimostrarsi.

Corollario. Quindi è chiaro, che in tempi uguali passerà il mobile A uguali spazj, o cadendo perpendicolarmente nel fluido, o scendendo per l'inclinata M H, la cui lunghezza sta all'altezza perpendicolare H O, come il peso assoluto al peso comparativo del mobile; e che nell'uno, e nell'altro caso con pari passo anderassi accelerando, ed acquisterà in tempi eguali uguale velocità.

PROPOSIZIONE II.

La velocità acquistata nel fine di qualsivoglia tempo dal mobile A nello scendere perpendicolarmente pel fluido B G, sta a quella, che in altrettanto tempo si farebbe acquistata cadendo perpendicolarmente nel voto, come il peso comparativo al peso assoluto del mobile.

Imperocchè, fatto sopra il diametro F M il mezzo cerchio segante l'analogo piano M H in I, c'insegna il Galileo, che nello stesso tempo si farebbero nel voto li due spazj F M, ed I M; ma nello stesso tempo, in cui si passa l'inclinata I M nel voto, si farebbe nel fluido B G uno spazio perpendicolare uguale alla medesima I M, pel corollario della precedente, e si acquisterebbe lo stesso grado di velocità; dunque la velocità acquistata dal mobile nel fluido B G, alla velocità, che nello stesso tempo si

H si-

farebbe acquiſtata nel voto, cadendo per ambedue i mezzi perpendicolarmente, ſta come la velocità corriſpondente alla ſceſa nel voto per l'inclinata I M, alla velocità, che corriſponde alla ſceſa perpendicolare F M altresì fatta nel voto, o pure diciamo a quella, che ſi acquiſterebbe il mobile diſcendendo per tutta la H M, che per eſſere ugualmente alta fa acquiſtare al mobile lo ſteſſo grado di velocità, ſecondo il Galileo; ma la velocità acquiſtata per la ſceſa I M a quella, che ſi acquiſterebbe per la ſceſa di tutta la H M, ſta in ragione ſuddupla di quella degli ſpazj I M, H M, ſecondo il Galileo, cioè nella ragione della M F (mezzana proporzionale fra tutte due) alla M H, ovvero alla M G; adunque la velocità acquiſtata nel fine di un dato tempo da un mobile, che ſcenda pel fluido, alla velocità, che ſi farebbe in tanto guadagnata ſcendendo nel voto (poſti ambedue i moti perpendicolari) è come il peſo comparativo M F all' aſſoluto peſo M G del medeſimo mobile; il che, ec.

PROPOSIZIONE III.

Se due mobili A, *a*, (*Fig.* 4. *Tav. III*) averanno diverſo peſo aſſoluto M G, M *g*, ma lo ſteſſo peſo comparativo M F, movendoſi quello per un fluido, il cui peſo aſſoluto F G, l' altro per un fluido, il cui peſo aſſoluto F *g*; dico, che le velocità V, *u*, acquiſtate da eſſi nel fine di tempi eguali della loro ſceſa perpendicolare, ſaranno reciprocamente come i peſi aſſoluti M *g*, M G.

Sia C la velocità, che nel fine dello ſteſſo tempo ſi acquiſterebbe da' medeſimi mobili cadenti perpendicolarmente nel voto (che ſarà la medeſima in riguardo a tutti e due i mobili quantoſivoglia diverſi di peſo aſſoluto, o ſpecifico, ſecondo che dimoſtra il Galileo) dunque, per la propoſizione precedente, ſarà V a C, come F M ad M G, e per la ſteſſa ragione, convertendo, ſarà C ad *u*, come *g* M, ad F M; adunque, per l' ugualità perturbata, ſtarà V ad *u*, come M *g* ad M G, cioè ſaranno le velocità reciproche de' peſi aſſoluti; il che, ec.

Corollario. Perchè gli ſpazj traſcurſi in tempo eguale da' mobili, ſono proporzionali alle loro velocità, ſaranno detti ſpazj altresì reciprochi de' peſi aſſoluti, dimanierachè ſe in un dato tempo il mobile A fa lo ſpazio *g*M, il mobile *a* farà lo ſpazio G M.

PROPOSIZIONE IV.

Ma ſe foſſe lo ſteſſo peſo aſſoluto (*Fig.* 5. *Tav. III*) de' mobili A, *a*, e diverſo il peſo loro comparativo M F, M *f*, perchè ſcenda quello in un mezzo, e queſto in un altro, eſſendo i peſi aſſoluti di eſſi mezzi rappreſentati dalle G F, G *f*; dico, che le velocità V, *u*, nel fine di un tempo eguale acquiſtate da eſſi, ſaranno proporzionali a' peſi comparativi M F, M *f*.

Perchè eſſendo C la loro comune velocità guadagnata nello ſteſſo tempo cadendo nel voto, ſarà per la prop. 2. V a C, come M F ad M G, e ſimilmente C ad *u*, come M G ad M *f*; dunque per l' ugual proporzione ſarà V ad *u*, come M F, ad M *f*, che è la ragione diretta de' peſi comparativi.

Corollario. Quindi ſe in un tal tempo il mobile A farà uno ſpazio, come M F, l' altro mobile farà uno ſpazio come M *f*, dovendo gli ſpazj eſſere alle velocità proporzionali, e però eſſere in ragione diretta de' peſi comparativi.

PROPOSIZIONE V.

Sia del mobile A nella Fig. 6. Tav. III. il peſo aſſoluto M G, il comparativo M F, e la velocità nel fine d' un dato tempo acquiſtata V, e del mobile *a* ſia il peſo aſſoluto M *g*, il comparativo M *f*, e la velocità nello ſteſſo tempo acquiſtata *u*; dico eſſere V ad *u* nella ragione compoſta della diretta de' peſi comparativi M F, M *f*, e della reciproca degli aſſoluti peſi M *g*, M G.

Suppongaſi un altro mobile I, che abbia lo ſteſſo peſo aſſoluto M G del primo, ma lo ſteſſo peſo comparativo M *f* del ſecondo, e ſi acquiſti nello ſteſſo tempo la velocità C; dunque per l' antecedente ſarà V a C nella ragione diretta de' peſi loro comparativi M F, M *f*, e la velocità C ſarà alla *u*, per la prop. 3., nella ragione reciproca de' peſi aſſoluti M *g*, M G; adunque la proporzione di V a C, e di C ad *u* ſarà compoſta della diretta de' peſi comparativi M F, M *f*, e della reciproca de' peſi aſſoluti M *g*, M G; il che, ec.

Corollario I. Ancora gli ſpazj fatti in tempo uguale di varj mobili cadenti per mezzi diverſi, eſſendo proporzionali alle velocità concepute, ſaranno in ragione compoſta della diretta de' peſi loro comparativi, e della reciproca de' peſi aſſoluti.

Corollario II. Quando il peſo aſſoluto de' mobili eccede aſſai notabilmente l' aſſoluto peſo del mezzo fluido, per cui ſi fa il moto, come per l' aria, allora quantunque diverſo ſia il peſo aſſoluto, o ſpecifico de' mobili, rieſce quaſi uguale la velocità, e lo ſpazio da eſſi fatto in ugual tempo; perchè allora il peſo aſſoluto di ciaſcuno, eſſendo quaſi lo ſteſſo, che il peſo comparativo (giacchè il mezzo di pochiſſima gravità quaſi nulla toglie loro di peſo) avviene, che la ragione compoſta della diretta de' peſi comparativi, e della reciproca de' peſi aſſoluti, diventa quaſi una ragione d' egualità, per eſſere la reciproca quaſi la medeſima, che la diretta. Per eſempio, ſia il peſo aſſoluto d' un braccio cubo d' aria un grano, ed il peſo d' altrettanto legno ſia 700. grani, e di un ſaſſo in pari mole 2000. grani, i peſi loro comparativi ſaranno come 699. a 1999. la qual ragione è quaſi la medeſima, che quella de' peſi aſſoluti 700. e 2000. onde la ragione compoſta di 699. a 1999. e reciprocamente di 2000. a 700. ſarà quaſi come compoſta di 700. a 2000. e di

e di 1000. a 700. onde ne risulta la ragione di ugualità; il che esattamente poi succede ne' corpi dello stesso peso specifico, benchè disugualissimi di mole, mossi per uno stesso fluido, qualunque siasi (purchè si prescinda, come sempre qui si debbe intendere, dalla resistenza particolare, che cagiona la superficie) perchè da' pesi loro assoluti detraendo il mezzo, parti di peso proporzionali a' medesimi mobili, ne rimangono ad essi tali pesi comparativi, che sono altresì proporzionali agli assoluti, onde la ragione inversa di questi, componendosi colla diretta di quelli, darà sempre la ragione di ugualità per gli spazi da corrersi in tempi uguali.

Corollario III. Se il peso assoluto di un mobile, al peso assoluto di un altro sarà come il peso del fluido, in cui il primo ha a discendere, al peso del fluido, in cui debbe scendere il secondo, si moverà ciascuno nel suo mezzo con uguale velocità, passando spazj uguali in tempi uguali; perchè essendo proporzionali gli assoluti pesi de' mobili a quelli de' fluidi, ancora detratti questi da quelli, saranno gli avanzi, cioè i pesi comparativi de' mobili, proporzionali a' pesi loro assoluti, sicchè la ragione inversa di questi composta colla ragione diretta di quelli, dovrà fare la ragione di egualità, come sopra si è detto.

PROPOSIZIONE VI.

Esprimendo G F (*Fig. 6. Tav III.*) la gravità di un fluido, e le G *m*, G M le gravità specifiche, o i pesi assoluti de' mobili *a*, A in pari mole, se la F C rappresenterà quel grado di velocità, che nel voto si acquisterebbero i detti mobili nel fine di un dato tempo, compiuto il rettangolo G F C V, e per F descritta fra gli asintoti G V, V C l' iperbola F L, e condotte alla F C le parallele M P, *mp*, seganti la curva ne' punti L, *l*, saranno l' intercette M L, *m l* respettivamente, come le velocità nello stesso tempo acquistate da' mobili A, *a*, cadenti a traverso del dato fluido.

Imperocchè, secondo la proprietà dell' iperbola fra gli asintoti, sta P V ad V C, come C F, ovvero V G a P L; e per conversione di ragione, come F C, ovvero P M ad M L, così P V a P C, ovvero M G peso assoluto di A, ad M F suo peso comparativo; ma per la prop. 2. così ancora sta appunto la velocità acquistata in un dato tempo dal mobile nel voto alla velocità dal medesimo nello stesso tempo acquistata nel pieno; dunque esprimendo la F C la velocità nel voto, dovrà M L esprimere la velocità frattanto acquistata nel proposto fluido; e similmente *m l*, esprimerà la velocità nel medesimo tempo acquistata dal mobile *a*, e così degli altri; il che, ec.

Corollario I. Quindi ancora si cava, che se la gravità G F del fluido sarà notabilmente minore delle gravità assolute G M, G *m* de' mobili, essi averanno quasi una medesima velocità, e poco differente da quella, che comunemente averebbero nel voto; imperocchè allora i punti M, *m*, saranno lontanissimi dal punto F, e però le due M L, *m l* saranno quasi eguali alle P M, *p m*, ovvero F C, che misura la velocità nel voto.

Corollario II. Se la gravità del mobile fosse come G *μ*, minore della gravità del fluido G F, gli corrisponderebbe una velocità *μ λ* diretta alle bande opposte, cioè da esercitarsi ascendendo per mezzo del fluido medesimo: la quale velocità potrebbe crescere in infinito, a misura che si diminuisse in infinito il peso assoluto G *μ* del mobile, quantunque non così possa crescere in infinito la velocità M L della scesa corrispondente a qualsivoglia gran peso G M cadente nel medesimo fluido, perchè non puote mai esser tanta, che precisamente giunga ad uguagliare la velocità C F, che nello stesso tempo si guadagnerebbe cadendo pel voto.

PROPOSIZIONE VII.

Le forze moventi sono tra di loro, come le velocità acquistate da' mobili in tempi uguali.

Perchè essendo gli effetti proporzionali alle loro cagioni, tanto maggiore si debbe stimare una forza dell' altra, quanto maggiore è il grado di velocità, che in qualsivoglia menoma differenza di tempo, e per così dire, in qualunque istante s' imprime nel mobile da quella forza, che non è il grado similmente impresso nel mobile da questa; e perchè ogni forza in qualunque eguale minima differenza di tempo acquista sempre, ed imprime nel mobile ugual grado di velocità (crescendo la velocità a misura del tempo, secondo il Galileo) perciò gl' interi gradi di velocità, che in fine di un dato tempo, quantunque lunghissimo, restano nell' uno, e nell' altro mobile impressi dalle forze loro, sono come que' menomi gradi elementari di velocità, che da ciascuna forza in qualunque istante puotè generarsi, ed imprimersi al mobile; adunque le velocità in fine di qualunque dato tempo a due mobili impresse, sono fuori d' ogni dubbio, come le forze loro motrici: il che, ec.

Corollario I. Quindi le forze motrici non sono altrimenti proporzionali o a' pesi assoluti de' mobili, o a i loro pesi comparativi, ma sono in ragione composta della ragione de' pesi comparativi direttamente, e di quella de' pesi assoluti reciprocamente considerati, a tenore della prop. 5. ove ciò si è dimostrato delle velocità concepute in tempi uguali.

Corollario II. Ed allora le forze motrici di due mobili saranno uguali, quando la ragione de' pesi assoluti di essi sarà eguale a quella de' pesi comparativi, ovvero quando i detti pesi assoluti de' mobili saranno proporzionali alle gravità de' fluidi, dentro a' quali dee farsi il moto: perchè in tali circostanze, a tenore del coroll. 3. della prop. 5. le velocità da essi acquistate nel fine del medesimo tempo, saranno appunto tra di loro uguali.

PRO-

PROPOSIZIONE VIII.

Le forze moventi sono in ragione dupla di quella, che hanno le velocità acquistate dopo di avere scorso uguali spazj dal principio del moto loro. *Figura* 8. *Tav. III.*

Sieno due piani B A, B E diversamente inclinati, ed in essi dal comune loro concorso B si determinino li due spazj uguali B D, B C, e tirisi l' orizzontale G F. La velocità conceputa in F per la scesa di un mobile cadente nel voto lungo il piano B F, sarà la medesima, che la conceputa in C nel cadere del medesimo mobile nel voto lungo il piano ugualmente alto B C; dunque la velocità conceputa in C nel fine dello spazio B C alla velocità conceputa in D nel fine dell' uguale spazio B D, sta come la velocità conceputa in F, alla velocità conceputa in D; ma il momento, o la forza motrice per B C, al momento, o forza movente per B D, sta (secondo il Galileo) in ragione reciproca delle lunghezze de' piani ugualmente alti, cioè come B F a B C, ovvero a B D; e questi spazj B F, B D, sono (secondo il medesimo Autore) in ragione dupla di quella, che hanno le velocità concepute in F, ed in D, cominciando il moto dal punto D; adunque la forza per B C alla forza per B D ha ragione dupla di quella, che ha la velocità conceputa in F, ovvero in C, dopo fatto lo spazio B C, alla velocità acquistata in D, dopo scorso l' uguale spazio B D; e ciò che si dice di queste forze moventi nel voto lungo i piani B C, B D variamente inclinati, vale altresì delle forze de' mobili cadenti perpendicolarmente per varj mezzi fluidi, a' quali sieno analogi i piani proposti. Adunque generalmente le forze motrici hanno ragione dupla di quella, che hanno le velocità da esse acquistate dopo di avere scorso uguali spazj dal principio del moto; il che, ec.

Corollario I. Quindi le velocità acquistate nel fine di spazj uguali dal principio del moto computati, sono in suddupla ragione delle forze moventi, ovvero (per la prop. 7.) delle velocità acquistate nel fine di tempi uguali dal principio del moto, che sono alle dette forze proporzionali.

Corollario II. Le medesime velocità acquistate nel fine di spazj uguali, come sopra, se saranno i mobili del medesimo peso assoluto, riusciranno in ragione suddupla de' pesi loro comparativi: se saranno i mobili dello stesso peso comparativo, saranno le dette velocità in ragione suddupla de' pesi assoluti presi reciprocamente: ed in somma sempre le dette velocità, acquistate nel fine di spazj uguali, saranno in ragione composta della suddupla de' pesi comparativi direttamente presi, e della suddupla de' pesi assoluti reciprocamente considerati; imperocchè si è veduto essere le dette velocità in ragione suddupla delle forze moventi, o delle velocità acquistate in ugual tempo, le quali, in parità di peso assoluto, hanno l' intera proporzione de' pesi comparativi, per la prop. 4., ed in pari peso comparativo hanno intieramente la ragione reciproca de' pesi assoluti, per la prop. 3., e generalmente sono in ragione composta dell' intera diretta de' pesi comparativi, e dell' intera reciproca ragione de' pesi assoluti, per la prop 5.

PROPOSIZIONE IX.

I tempi, che s' impiegano da varj mobili in varj fluidi a cadere dalla medesima altezza perpendicolarmente, sono in ragione composta della diretta suddupla de' pesi assoluti, e della reciproca parimente suddupla de' pesi loro comparativi.

Ciò è manifesto, per essere i tempi, co' quali si passavano uguali spazj, in ragione reciproca della velocità; onde, siccome le velocità corrispondenti a spazj uguali, per lo coroll. 2. della precedente, sono in ragione composta della suddupla diretta de' pesi comparativi, e della suddupla reciproca de' pesi assoluti, conviene, che la proporzione de' tempi impiegati a scorrere detti spazj uguali, si componga delle medesime ragioni prese a rovescio, e che però riesca composta della diretta suddupla de' pesi assoluti, e della suddupla reciproca de' pesi comparativi; il che, ec.

PROPOSIZIONE X.

Se sarà (*Fig.* 9. *Tav. III.*) una parabola I H *h*, il cui foco F, e la sublimità I G, posta tutta la G F per lo peso assoluto d' un dato fluido, e le G M, G *m* per gli assoluti pesi di varj mobili M, *m*; tirate l' ordinate M H, *m h*, e congiunte le F H, F *h*, saranno queste li piani inclinati omologhi al dato fluido, respettivamente a i mobili proposti M, *m*.

Imperocchè condotta la G D paralella all' ordinate, sopra cui sieno le H D, *h d*, paralelle all' asse, si ha dagli elementi conici essere F H uguale alla G M, ovvero H D, e la F *h* similmente uguale alla G *m*, ovvero *h d*, e così sempre; dunque per la prima proposizione, essendo la lunghezza del piano inclinato F H, all' altezza F M, come G M peso assoluto all' F M peso comparativo, sarà F H piano analogo al fluido G F in riguardo del mobile M; e per la stessa ragione sarà F *h* piano analogo al medesimo fluido, rispetto al mobile *m*; e così sempre; il che, ec.

DELLA

DELLA MISURA DELL' ACQUE CORRENTI DI D. BENEDETTO CASTELLI MONACO CASSINESE.

QUale, e quanta sia la grandezza della considerazione del moto nelle cose naturali, è così manifesto, che il Principe de' Peripatetici pronunziò quella nelle sue scuole oramai trita sentenza: *Ignorato motu, ignoratur natura*. Quindi è, che tanto si sono affaticati i veri filosofi nella contemplazione de i moti celesti, e nella speculazione de i moti degli animali, che sono arrivati a meravigliosa altezza, e sottigliezza d'intendimenti. Viene compreso sotto la medesima scienza del moto tutto quello, che si scrive da' Meccanici delle macchine semoventi, delle macchine spiritali, e di quelle, che servono per muovere con poca forza pesi, e moli immense. Appartiene alla cognizione del moto tutto quello, che è stato scritto delle alterazioni non solo de' corpi, ma delle nostre menti stesse, e in somma tanto si dilata, ed estende quest' ampla materia del moto, che poche cose sono quelle, che caggiono sotto la cognizione dell' uomo, che col movimento non sieno congiunte, o almeno da esso dependenti, ovvero alla scienza di quello indirizzate; e quasi di tutte sono stati fatti, e scritti da sublimi ingegni, dotti tratti, e insegnamenti. E perchè alli anni passati io ebbi occasione per ordine di N. S. PAPA URBANO OTTAVO di applicare il pensiero al movimento dell' acque de' fiumi (materia difficile, importantissima, e poco maneggiata da altri) avendo intorno a quella scoperti alcuni particolari non bene avvertiti, nè considerati finora, ma di gran momento alle cose pubbliche, e private, ho giudicato ben fatto di pubblicarli, acciò i maggiori ingegni abbiano occasione di trattare con più esattezza di quello, che è stato fatto finora, questa tanto necessaria, ed utile materia, e supplire ancora a' mancamenti miei in questo breve, e difficile trattato. Difficile dico, perchè la verità è, che queste notizie, ancorchè di cose prossime a' nostri sensi, sono talvolta più astruse, e recondite, che le cognizioni delle lontane, e molto meglio, e con mag-

giore esquisitezza si conoscono i movimenti de' Pianeti, e periodi delle stelle, che quelli de' fiumi, e de' mari, come saviamente avvertisce il singolar lume della filosofia ne' nostri tempi, e mio Maestro, il Signor Galileo Galilei nel suo Libro che fa delle Macchie solari. E per procedere col dovuto ordine nelle scienze, prenderò alcune supposizioni, e notizie assai chiare; dalle quali anderò poi deducendo le conclusioni principali. Ma acciocchè quello, che nel fine di questo discorso è stato da me con metodo dimostrativo, e geometrico scritto, possa essere inteso ancora da quelli, che non hanno mai applicato il pensiero alli studi di Geometria, mi sono sforzato esplicar il mio concetto con uno esempio, e con la considerazione delle cose stesse naturali per lo medesimo ordine appunto, con il quale io cominciai a dubitare intorno a questa materia. E questo particolare trattato viene da me posto quì nel principio, avvertendo però, che chi desidera più piena, ed assoluta saldezza di ragioni può trapassare questo discorso di proemio, e considerare solo quanto si tratta nelle dimostrazioni, poste verso il fine, e ritornare poi alla considerazione delle cose raccolte ne i Corollari, e nelle Appendici, le quali dimostrazioni però potranno esser tralasciate da chi non avesse veduti almeno i sei primi libri delli Elementi d' Euclide, purchè attenta, e diligentemente intenda quanto segue.

Dico dunque, che avendo io ne' tempi andati con diverse occasioni sentito parlare delle misure dell' acque de' fiumi, e delle fontane, con dire il tal fiume è due mila, o tre mila piedi d' acqua: la tale acqua di fonte è venti, trenta, o quaranta oncè, &c. ancorchè in sì fatta guisa io sentissi trattare da tutti, e in voce, e in scrittura, senza varietà, e come si suol dire, *constanti sermone*, insino da' Periti stessi, ed Ingegneri, quasi che fosse cosa, che non potesse avere dubbio alcuno; in ogni modo io rimaneva sempre involto in una caligine tale, che conosceva benissimo, di non intender niente affatto di quello, che altri pretendeva pienamente, e francamente d' intendere. Ed il mio dubbio nasceva dall' avere frequentemente osservati molti fossi, e canali, che portano acque per fare macinare molini, ne i quali fossi, e canali venendo misurata l' acqua, si trovava assai grossa: ma se era poi misurata la medesima acqua nella cascata, che fa per rivoltar la ruota del Molino, era assai minore, non arrivando ben spesso alla decima, nè talvolta alla ventesima parte, in modo tale, che la stessa acqua corrente veniva ad essere ora più, ora meno di misura in diverse parti del suo alveo: e per tanto questa maniera volgare di misurare le acque correnti, come indeterminata, e vaga, mi cominciò meritamente ad essere sospetta, dovendo la misura essere determinata, ed una. E quì confesso liberamente di avere avuto singolare aiuto per risolvere questa difficoltà dall' esqui-

esquisita, e sottilissima maniera di discorrere, come in tutte le altre materie, così ancora in questa dell' Illustrissimo, e Reverendissimo Monsignor Ciampoli Segretario de' Brevi Segreti di Nostro Signore, il quale di più non perdonando alla spesa stessa, generosamente mi diede occasione alli anni passati di tentare con esatte esperienze quanto passava intorno a questo particolare. E per esplicare con esempio più vivamente il tutto; intendasi un vaso pieno di acqua, come sarebbe una botte, la quale si mantenga piena, ancorchè di continuo esca fuori acqua, ed esca l'acqua per due cannelle eguali di ampiezza, una posta nella parte inferiore del vaso, e l'altra nella parte superiore, è manifesto, che nel tempo, nel quale dalla parte superiore uscirà una determinata misura d'acqua, dalla parte inferiore usciranno quattro, cinque, e assai più delle medesime misure, secondo, che sarà maggior la differenza dell'altezza delle cannelle, e la lontananza della superiore cannella dalla superficie, e livello dell'acqua del vaso, e tutto questo seguirà sempre, ancorchè, come si è detto, le cannelle siano eguali, e l'acqua nell'uscire mantenga sempre piene ambedue le medesime cannelle. Dove prima notisi, che, ancorchè la misura delle cannelle sia eguale, in ogni modo esce da loro, e passa ineguale quantità di acqua in tempi eguali. E se noi più attentamente considereremo questo negozio, ritroveremo, che l'acqua per la cannella inferiore corre, e passa con assai maggiore velocità di quello, che fa per la superiore, qual si sia la cagione. Se dunque vorremo, che tanta copia d'acqua esca dalla parte superiore, quanta dalla parte inferiore in tempi eguali, chi non vede, che bisognerà, ovvero multiplicare le cannelle nella parte superiore in modo, che tante più cannelle in numero si mettino di sopra, che di sotto, quanto la cannella di sotto sarà più veloce di quella di sopra, ovvero fare tanto più grande la cannella di sopra, che quella di sotto, quanto quella di sotto sarà più veloce di quella di sopra; e così allora in tempi uguali uscirà tanta copia d'acqua dalla parte superiore, quanto dalla parte inferiore.

Mi dichiaro con un altro esempio. Se noi c'immagineremo, che vengano cavate da due fori eguali due corde eguali, ma che la prima esca con quadrupla velocità della seconda, è manifesto, che se in un determinato tempo, averemo dal primo foro cavate quattro canne di corda, nel medesimo tempo si sarà cavata dall' altro foro una canna di corda solamente, e se dal primo foro ne saranno cavate dodici canne, allora dal secondo foro saranno uscite solamente tre canne, e in somma qual proporzione averà la velocità alla velocità, tale averà la quantità della corda alla corda. E però volendo noi compensare la tardità della seconda corda, e mantenendo la stessa tardità, cavare dal secondo foro tanta corda, quanta dal primo foro, sarà necessario, che si faccia passa-

re pel secondo foro quattro capi di corda, in modo che la grossezza di tutte le corde pel secondo foro, alla grossezza della corda, che passa sola per il primo foro abbia la medesima proporzione, che ha reciprocamente la velocità della corda per il primo foro alla velocità delle corde pel secondo foro. E così è chiaro, che quando si cavasse da due fori eguale quantità di corde in tempi eguali, ma con ineguali velocità, sarebbe necessario, che la grossezza di tutte le corde più tarde alla grossezza della corda più veloce avesse la medesima proporzione, che ha reciprocamente la velocità della corda più veloce alla velocità delle più tarde. La qual cosa si verifica per l'appunto nell'elemento fluido dell'acqua.

Ed affinchè sia bene inteso questo fondamento principalissimo, voglio ancora notare una certa osservazione fatta da me nell'arte del filare l'oro, l'argento, il rame, ed il ferro stesso, ed è questa, che simili artefici volendo più, e più assottigliare i suddetti metalli, avendo involto intorno a un rocchetto il filo del metallo, accomodano il rocchetto sopra una tavola in un perno fermo, in modo, che il rocchetto possa girare in se stesso, poi facendo passare a forza un capo del filo per una piastra di acciaro traforata con diversi fori maggiori, e minori secondo il bisogno, fermando il detto capo del filo ad un altro rocchetto, ci involgono il filo, il quale passando per un foro minore della grossezza del filo, viene per forza necessitato ad assottigliarsi. Ora quello che si dee considerare attentamente in questo fatto è, che le parti del filo avanti al foro sono di una tale grossezza, ma le parti del medesimo filo passato il foro sono di minore grossezza, e in ogni modo la mole, ed il peso del filo, che si svolge, è sempre eguale alla mole, ed al peso del filo, che s'involge. Ma se noi considereremo bene il negozio, ritroveremo, che quanto il filo avanti il foro è più grosso del filo passato il foro, tanto reciprocamente le parti del filo passato il foro sono costituite in maggiore velocità delle parti avanti il foro: di modo che se v. gr. la grossezza del filo avanti il foro fosse doppia della grossezza dopo il foro, in tal caso la velocità delle parti del filo dopo il foro, sarebbe doppia della velocità delle parti del filo avanti il foro, e così la grossezza viene a compensare la velocità, e scambievolmente la velocità compensa la grossezza. Di modo, che intravviene il medesimo a i solidissimi metalli dell'oro, dell'argento, rame, ferro, &c. che accade ancora al fluido elemento dell'acqua, ed alli altri liquidi, cioè, che qual proporzione ha la grossezza del metallo, ovvero dell'acqua alla grossezza, tale ha reciprocamente la velocità alla velocità.

E per tanto, stante questo discorso, potremo dire, che ogni volta, che due cannelle con diversa velocità getteranno quantità d'acqua eguale in tempi eguali, sarà necessario, che la cannella meno veloce sia tanto

to

to maggiore, e più ampla della cannella più veloce, quanto la più veloce supera di velocità la meno veloce, e per pronunziare la Proposizione in termini più proprii, diremo, che se due cannelle d' ineguale velocità scaricheranno in tempi eguali eguale quantità d'acqua, la grandezza della prima alla grandezza della seconda averà scambievole, e reciproca proporzione della velocità della seconda alla velocità della prima: come per esempio, se la prima cannella sarà veloce dieci volte più della seconda, sarà necessario, che la seconda sia dieci volte più grande, ed ampla della prima; e in tal caso le cannelle scaricheranno sempre eguale quantità d'acqua in tempi eguali: e questo è punto principale, ed importantissimo, che si deve tenere sempre in mente, perchè da esso bene inteso dependono molte cose utilissime, e degne di essere conosciute.

Ora applicando tutto quello, che si è detto più al proposito nostro, considerato, che essendo verissimo, che in diverse parti del medesimo fiume, o alveo di acqua corrente sempre passano eguali quantità d' acqua in tempi eguali (la qual cosa è dimostrata ancora nella prima nostra proposizione) ed essendo ancora vero, che in diverse parti il medesimo fiume può avere varie, e diverse velocità, ne seguirà per necessaria conseguenza, che dove averà il fiume minore velocità, sarà di maggior misura, ed in quelle parti, nelle quali averà maggior velocità, sarà di minor misura, ed in somma le velocità di diverse parti dell' istesso fiume averanno eternamente reciproca, e scambievole proporzione con le loro misure. Stabilito bene questo principio, e fondamento, che l' istessa acqua corrente va mutando la misura, secondo che varia la velocità, cioè minuendo la misura, mentre cresce la velocità, e crescendo la misura quando scema la velocità; passo alla considerazione di diversi particolari accidenti in questa materia maravigliosi, e tutti dependenti da questa sola proposizione, la forza della quale ho replicata più volte, acciò sia bene intesa.

COROLLARIO I.

E prima da questo si conchiude, che le medesime piene di un torrente, cioè quelle piene, che portano eguale quantità di acqua in tempi eguali, non fanno le medesime altezze, o misure nel fiume nel quale entrano, se non quando nell' entrare nel fiume acquistano, o per dir meglio, conservano la medesima velocità, perchè se le velocità acquistate nel fiume saranno diverse, ancora le misure saranno diverse, ed in conseguenza le altezze, come si è dimostrato.

COROLLARIO II.

E perchè di mano in mano, che il fiume si ritrova più, e più pieno,

no, viene ancora per ordinario ad esser constituito in maggiore, e maggiore velocità, di quì è, che le medesime piene del torrente, che entra nel fiume fanno minori, e minori altezze, quanto il fiume si ritrova più, e più pieno, poichè ancora l'acque del torrente, entrate che sono nel fiume, vanno acquistando maggiori, e maggiori velocità, e però scemano di misura, e di altezza.

COROLLARIO III.

Osservasi ancora, che mentre il fiume principale è basso, sopravvenendo una, ancorchè debole pioggia, fa subito notabile crescimento, e alzamento, ma quando il fiume è di già ingrossato, ancorchè di nuovo gli sopravvenga gagliarda pioggia, in ogni modo non cresce tanto, quanto aveva fatto sul principio, e proporzionatamente alla pioggia, che è sopraggiunta: la qual cosa noi possiamo dire, che particolarmente dipende, perchè nel primo caso, mentre il fiume è basso, si ritrova ancora assai tardo, e però la poca acqua, che ci entra, cammina, e passa con poca velocità, e in conseguenza occupa gran misura. Ma quando il fiume è di già ingrossato per nuova acqua, essendo ancora fatto più veloce, fa, che la gran copia d'acqua, che sopravviene, tenga minor misura, e non faccia tant'altezza.

COROLLARIO IV.

Dalle cose dimostrate, è manifesto ancora, che mentre un torrente entra in un fiume in tempo, che il fiume sia basso, allora il torrente si muove con una tal velocità, qual si sia, passando per le ultime sue parti, con le quali comunica col fiume, nelle quali parti, misurato il torrente, averà una tal misura, ma crescendo, ed alzandosi il fiume, ancora le medesime parti del torrente vengono a crescere di grandezza, e misura, ancorchè il torrente in quel punto non metta più acqua di quello, che faceva prima: talchè cresciuto, che sarà il fiume, averemo da considerare due bocche del medesimo torrente, una minore avanti l'alzamento, l'altra maggiore dopo l'alzamento, le quali bocche scaricano eguale copia d'acqua in tempi eguali, adunque la velocità per la minore bocca sarà maggiore, che la velocità per la bocca maggiore, e così il torrente sarà ritardato dal suo corso ordinario.

COROLLARIO V.

Dalla quale operazione della natura procede un altro effetto degno di considerazione, ed è, che ritardandosi il corso dell'acqua, come si è detto in quelle ultime parti del torrente, se accaderà, che il torrente venga torbido, e che la sua acqua sia ritardata a segno, che non possa por-

portar via quelle minutissime particelle terrestri, che compongono la torbidezza, in tal caso il torrente deporrà la torbida, e rialzerà il fondo del proprio alveo nelle ultime parti della sua foce, il qual rialzamento, e posatura sarà poi di nuovo portata via, quando abbassandosi il fiume, il torrente ritornerà a muoversi con la sua primiera velocità.

COROLLARIO VI.

Mentre si è dimostrato, che la stessa acqua corrente ha diverse misure nel suo alveo, secondo, che ha varie le velocità, in modo che sempre è maggiore la misura dell' acqua, dove è minore la velocità, e per lo contrario minore la misura, ov'è maggiore la velocità: di quì possiamo noi elegantemente rendere la ragione del trito proverbio, guardati dall' acque chete: Imperocchè se noi considereremo la medesima acqua di un fiume in quelle parti, nelle quali è men veloce, e però vien detta acqua cheta, sarà per necessità di maggior misura, che in quelle parti, nelle quali è più veloce, e perciò di ordinario sarà ancora più profonda, e pericolosa a' passeggieri; onde ben si dice, guardati dall'acque chete; e questo detto è stato poi trasferito alle cose morali.

COROLLARIO VII.

Similmente dalle cose dimostrate si può concludere, che i venti, che imboccano un fiume, e spirando contro la corrente ritardano il suo corso, e la sua volocità ordinaria, necessariamente ancora amplieranno la misura del medesimo fiume, ed in conseguenza saranno in gran parte cagioni, o vogliamo dire concagioni potenti a fare le straordinarie inondazioni, che sogliono fare i fiumi. Ed è cosa sicurissima, che ogni volta, che un gagliardo, e continuato vento spirasse contro la corrente d'un fiume, e riducesse l'acqua del fiume a tanta tardità di moto, che nel tempo, nel quale faceva prima cinque miglia, non ne facesse se non uno, quel tal fiume crescerebbe cinque volte più di misura, (*a*) ancorchè

(*a*) Lo Zendrini nel Cap. VIII del suo libro *dell' acque correnti* procura di conciliare l' opinioni del Castelli, e del Guglielmini circa l'azione del vento sopra de' fiumi. Ivi non lascia inoltre di determinare con ingegnosi calcoli la quantità della diminuzione di velocità, ed in conseguenza l'elevazione del pelo dell' acqua corrente, cagionata da' venti ne' fiumi, o immediatamente, o mediante le burrasche sollevate nel mare, le quali, facendo argine alle foci de' fiumi tributarj, ne cagionano l' elevazione della superficie ne' tronchi superiori de' loro alvei. Relativamente all' azione immediata de' venti sopra de' fiumi, dal calcolo instituito dallo Zendrini, il ritardo, e l' alzamento nel pelo de' fiumi non risulta che piccolissimo. Suppone egli, che il vento percorra 24. piedi in 1.''; e si cacci inoltre attraverso a tutta la corrente direttamente: che l'acqua percorra nello stesso 1.'' piedi 5. Ciò posto, trova la perdita della velocità, di linee 4. in 1.'', ovvero di mezzo miglio in circa in un giorno. Ma prendendo noi un ipotesi più favorevole ancora all' opinione del Castelli, supponghiamo, che un vento impetuosissimo, valevole ad atterrare ancora le selve, percorra piedi 66. in 1.'' Usando l'istessa formula dello Zendrini, troveremo il ritardo minore di pollici

non gli sopraggiungesse altra copia d' acqua, la qual cosa ha del maraviglioso sì, ma è verissima, imperocchè, qual proporzione ha la velocità dell' acqua avanti il vento alla velocità dopo il vento, tale ha la misura della medesima acqua reciprocamente dopo il vento, alla misura avanti il vento; e perchè si suppone nel caso nostro, che la velocità sia scemata cinque volte più, adunque la misura sarà cresciuta cinque volte più di quello, che era prima.

COROLLARIO VIII.

Abbiamo ancora probabile la cagione dell' inondazioni del Tevere, che seguirono in Roma al tempo di Alessandro Sesto, e di Clemente Settimo, le quali inondazioni vennero in tempo sereno; e senza notabile disfacimento di nevi, che però diedero che dire assai alli ingegni di quei tempi. Ma noi possiamo con molta probabilità affermare, che il fiume arrivasse a tanta altezza, ed escrescenza, per lo ritardamento dell' acque dependente dalli gagliardissimi, e continuati venti, che spirarono in quei tempi, come viene notato nelle memorie.

COROLLARIO IX.

Essendo manifestissimo, che per la gran copia d' acqua possono crescere i torrenti, e questi fare rialzare per se soli esorbitantemente il fiume, ed avendo noi dimostrato che ancora senza nuova acqua, ma solo

col

---

2. e linee 7., ritardo per vero dire, che non produrrebbe alcun sensibile rialzamento, come può ognuno conoscere per mezzo del calcolo, facendo le velocità proporzionali all' altezze, o come le radici di esse. Minore riesce pure il ritardo, e il rialzamento, se il vento spiri obiquo alla corrente: E se riflettasi poi, che e' non par verisimile, che il vento penetri tutta l' intera corrente, ma uno, o due piedi al più solamente sotto la superficie, apparisce chiaramente quanto piccol ritardo, e rialzamento produr si possa da' venti ancor più gagliardi. Instituendo il calcolo anco sopra ipotesi più verosimili, e più certe di quelle stabilite dallo Zendrini, si troverà sempre di poco rilievo l' effetto immediato del vento sopra de' fiumi. La necessità di far tali ricerche sopra principj semplicemente arbitrarj, ci porta a trascurarle, non potendo con queste arrecare un maggiore schiarimento alla questione. Rimettendoseoe all' esperienza, si vede che i venti ne' fiumi non ne increspano che la superficie, nè si vede questa alzarsi di pelo, oè abbassarsi dipoi al cessar del vento: i galleggianti pure quantunque un poco ritardati, nonnemeno proseguono il corso primiero, benchè sembri il fiume in superficie rivolgere indietro il suo corso. Quindi è che saggiamente avverte, come vedrassi a suo luogo, il Guglielmini nel cap. 10. *Per cause delle grandi inondazioni de' fiumi, non ponno accusarsi i venti, se non quanto fanno elevare la superficie del mare, dentro il quale devono avere i fiumi l' ingresso*. Il mare da' venti agitato egli è verissimo, che può tenere in collo i fiumi, che vi hanno lo sbocco, e spingere ancora fino ad un certo termine negli alvei di essi le proprie acque, e cagionar così rialzamento in un fiume già gonfio, ed espansione d' acque conseguentemente nelle campagne adiacenti. Cagioni pure possono essere i venti dell' escrescenze de' fiumi, in quanto che alcuni di essi, calidi, come nel nostro clima lo sono i meridionali, fondono facilmente le nevi. L' inondazioni riportate dal Castelli, mentre vero sia, che nè da liquefazione di nevi, nè da rovinose piogge cadute nell' estensione del paese, che scola in Tevere, fossero allora cagionate, possono essere state prodotte nientedimeno da qualche occulta voragine, o da altro qualunque sconvolgimento de' tanti, che non di rado sogliono sconcertare l' interna tessitura della terra.

col ritardamento notabile il fiume ingrossa, e cresce tanto più di misura, quanto scema la velocità: di qui è manifesto, che essendo ciascheduna di queste cagioni potente per se stessa, e separatamente a fare crescere il fiume; quando venisse il caso, che tutte due le cagioni conspirassero insieme all' augumento del fiume, in tal caso seguiranno grandissime, ed irreparabili inondazioni.

COROLLARIO X.

Da quanto si è dimostrato si può ancora facilmente risolvere la difficoltà, che ha travagliato, e travaglia tuttavia i più diligenti, ma poco avveduti osservatori de' fiumi, i quali misurando i fiumi, e torrenti, ch' entrano in un altro fiume, come sarebbe quelli, che entrano in Po, ovvero quelli, che entrano in Tevere, ed avendo raccolte le somme di queste misure, e conferendo le misure de i fiumi, e torrenti, che entrano nel Tevere con la misura del Tevere, e le misure di quelli, che entrano in Po, con la misura del Po, non le ritrovano eguali, come pare a loro, che debbano essere; e questo perchè non hanno mai avvertito bene al punto importantissimo della variazione della velocità, e come sia potentissima cagione ad alterare maravigliosamente le misure dell' acque correnti, ma noi risolvendo facilissimamente il dubbio, possiamo dire, che queste acque scemano la misura, entrate, che sono nel fiume principale, perchè crescono di velocità.

COROLLARIO XI.

Per non intendere la forza della velocità dell' acqua, nell' alterare la sua misura, e farla maggiore, quando scema la velocità, e minore, quando cresce la velocità; l' Architetto Giovanni Fontana, si ridusse a misurare, e far misurare da un suo Nipote tutti i fossi, e fiumi, i quali scaricarono le loro acque nel Tevere, al tempo dell' inondazione, che seguì in Roma l' anno 1598. e ne stampò un libretto, nel quale, raccolte le misure dell' acqua straordinaria, che entrò nel Tevere, e' fece conto, che fosse cinquecento canne in circa più dell' ordinario, e nel fine di quel trattato conclude, che a levare affato a Roma l' inondazione sarebbe necessario fare due altri alvei eguali a quello di presente, e che meno non basterebbe: e ritrovando poi, che tutta la piena passò sotto il Ponte Quattro capi (il vano del quale è di molto minor misura delle cinquecento canne) conclude, che sotto il detto Ponte passarono cento cinquantuna canna di acqua premuta (ho posto il termine preciso di acqua premuta, scritto dal Fontana) dove io noto diversi errori.

Il primo de' quali è pensare, che le misure di quell' acqua prese nelli alvei di quei fossi, e fiumi, dovessero mantenersi le medesime nel

Te-

Tevere, la qual cosa, con sua pace, è falsissima, ogni volta, che quell' acque ridotte nel Tevere non conservassero la medesima velocità, che avevano nel luogo, nel quale il Fontana, e suo Nipote le misurò: e tutto questo è manifesto dalle cose, che noi abbiamo esplicate di sopra; imperocchè, se l'acque ridotte nel Tevere crescono di velocità, scemano di misura, e se scemano di velocità, crescono di misura.

Secondariamente considero, che le misure di quei fossi, o fiumi, che entrarono nel Tevere al tempo dell'inondazione, non sono le medesime fra di loro realmente, ogni volta che le loro velocità non sieno eguali, ancorchè abbiano i medesimi nomi di canne, e palmi; imperocchè può essere, che una bocca di dieci canne riquadrate (per parlare al modo del Fontana) di uno di quei fossi, portasse nel Tevere, al tempo dell'inondazione quattro, dieci, e venti volte meno acqua, di quello, che portò un altra bocca eguale alla prima di grandezza: il che sarebbe seguito, quando la prima bocca fosse stata quattro, dieci, o venti volte meno veloce della seconda. Laonde, mentre il Fontana raccoglie le canne, e palmi delle misure di quei fossi, e fiumi in una somma; commette l'istesso errore, che sarebbe quello, che raccogliesse in una somma diverse monete di varie valute, e di diversi paesi, ma che avessero il medesimo nome, come sarebbe il dire, che dieci scudi di moneta Romana, quattro scudi d'oro, tredici scudi di Firenze, cinque scudi Veneziani, e otto scudi Mantovani facessero la somma di quaranta scudi d'oro, ovvero quaranta scudi Mantovani.

Terzo, poteva essere il caso, che qualche fiume, o fosso, nelle parti più verso Roma, in quel tempo della piena, non mettesse più acqua del suo ordinario, ed in ogni modo chiara cosa è, che, mentre la piena veniva dalle parti superiori, quel tal fosso, o fiume sarebbe cresciuto di misura nel modo notato da noi al Corollario quarto; di maniera tale, che il Fontana avrebbe incolpato, e notato quel tal fiume, o fosso, come complice dell'inondazione, ancorchè ne fosse innocentissimo.

Di più nel quarto luogo notisi, che poteva nascere caso, che quel tal fiume non solo non fosse colpevole dell'inondazione, ancorchè cresciuto di misura, ma poteva dico avvenire caso, che fosse benemerito di aver scemata l'inondazione, col crescere di misura nel proprio alveo; la qual cosa è assai evidente, imperocchè dato il caso, che quel fiume nel tempo della piena, non avesse avuto per se medesimo, e dalle proprie origini più acqua dell'ordinario, è cosa certa, che crescendo, ed alzandosi l'acqua del Tevere ancora quel tal fiume per livellarsi con l'acqua del Tevere, avrebbe ritenute delle proprie acque nel proprio alveo, senza scaricarle nel Tevere, ovvero ne averebbe ingurgitate, e bevute, per dir così, di quelle del Tevere; ed in tal maniera al tempo dell' inon-

inondazione, minor copia d' acqua sarebbe venuta in Roma, ed in ogni modo la misura di quel fiume sarebbe cresciuta.

Quinto, s' inganna il Fontana, quando conclude, che per levare l' inondazione da Roma, sarebbe necessario fare due altri alvei di fiume, che fossero larghi, quanto quello, che è di presente, e che meno non basterebbe: dico, che s' inganna, e per convincerlo facilmente del suo errore, basta dire, che essendo passata tutta la piena sotto Ponte Quattro capi, come lui medesimo attesta, basterebbe un alveo solo capace quanto è il detto Ponte, ogni volta che l' acqua vi corresse con la stessa velocità, come fece sotto il Ponte al tempo dell' inondazione, ed all' incontro non basterebbero venti alvei della capacità del presente, quando l' acqua vi corresse con minor velocità di quello, che fece al tempo dell' inondazione venti volte.

Sesto, a me pare gran debolezza il dire, che passasse sotto il Ponte Quattro capi cento cinquant' una canna di acqua premuta: imperciocchè non intendo, che l' acqua sia come la bambagia, o lana, le quali materie si possono premere, e calcare, come intravviene ancora all' aria, la quale riceve compressione in modo, che dopo che in qualche determinato luogo sarà ridotta nella sua naturale constituzione una quantità d' aria, ed averà occupato tutto il detto luogo, in ogni modo con forza, e violenza comprimendo la prima aria, si riduce in assai minor luogo, e vi si metterà quattro, e sei volte altrettanta aria di prima, come si vede per esperienza nell' Archibugio a vento, inventato a' nostri tempi da M. Vincenzo Vincenti Urbinate, la quale condizione dell' aria di potere essere condensata si vede ancora nelle Fontane portatili del medesimo M. Vincenzo: le quali fontane schizzano in alto l' acqua a forza di aria compressa, la quale mentre cerca ridursi alla sua naturale constituzione, nel dilatarsi fa quella violenza. Ma l' acqua non si può giammai, che io sappia, calcare, o premere in modo, che se avanti la compressione tiene, ed occupa un luogo, stando nella sua naturale constituzione, non credo, dico, che sia possibile, premendola, e calcandola farla occupare minor luogo, perchè se si potesse comprimere l' acqua, e farle occupar minor luogo, ne seguirebbe, che due vasi di eguali misure, ma di ineguali altezze, fossero d' ineguali capacità, e verrebbe a capire più acqua quello, che fosse più alto, anzi un cilindro, o altro vaso più alto, che largo, capirebbe maggior quantità d' acqua stando eretto, che stando disteso, perchè stando eretto, l' acqua postavi dentro verrebbe ad essere più premuta, e calcata.

E però nel caso nostro, conforme a i nostri principj diremo, che l' acqua di quella piena passò tutta sotto il nominato Ponte di Quattro capi, perchè, essendo ivi velocissima, in conseguenza doveva essere di minor misura. Ve-

Vedasi pertanto in quanti errori si casca per l'ignoranza di un vero, e reale fondamento, il quale poi conosciuto, e bene inteso, leva via ogni caligine di dubbio, e risolve facilissimamente tutte le difficoltà.

COROLLARIO XII.

Per la medesima inavvertenza di non tener conto della variazione della velocità nell' istessa acqua corrente, si commettono bene spesso dagl' Ingegneri, e Periti, errori di gran momento (e ne potrei addurre esempi, ma per degni rispetti li trapasso in silenzio) quando pensano, e propongono, con derivare canali nuovi da fiumi grossi, scemare la misura dell' acqua nel fiume, e scemarla proporzionatamente secondo la misura dell' acqua, che fanno passare per lo canale, come facendo v. gr. un canale largo cinquanta piedi, nel quale abbia da scorrere l' acqua derivata alta dieci piedi, pensano di scemare la misura dell' acqua nel fiume cinquecento piedi, la qual cosa poi non riesce in fatto, e la ragione è in pronto, imperocchè, derivato che è il canale, il rimanente del fiume principale scema di velocità, e però ritiene maggior misura di quello che faceva prima, avanti la derivazione del canale, e di più se il canale derivato che sarà, non conserverà la medesima velocità, che aveva prima nel fiume principale, ma la scemerà, sarà necessario, che abbia maggior misura di quello che aveva prima nel fiume, e però a far bene il conto, non sarà derivata nel canale tanta copia d' acqua, che faccia scemare il fiume, quanta è la misura dell' acqua nel canale, come si pretendeva.

COROLLARIO XIII.

Questa medesima considerazione mi da occasione di scoprire un comunissimo errore, osservato da me nel negozio dell' acque di Ferrara, quando fui in quelle parti al servizio dell' Illustrissimo, e Reverendissimo Monsignor Corsini, il sublime ingegno del quale mi è stato di grandissimo aiuto in queste contemplazioni: è ben vero, che sono stato assai perplesso, se doveva mettere in carta questo punto, o pure trapassarlo in silenzio, perchè ho sempre dubitato, che l' opinione comune, e confermata di più con una apparentissima esperienza, potesse non solo far reputare questo mio pensiero lontano dal vero, ma discreditare ancora appresso il Mondo il restante di questa mia scrittura; tuttavia ho finalmente deliberato di non mancare a me stesso, ed alla verità, in materia per se medesima, e per altre conseguenze importantissima, nè mi pare che convenga in materie difficili, come sono queste, che abbiamo per le mani, rimettersi all' opinione comune, poichè sarebbe gran maraviglia, se la moltitudine in tali casi si apponesse al vero, nè dovrebbe essere

fere

fere tenuta cosa difficile, nella quale ancora l' ignorantissimo volgo conoscesse il vero, ed il buono, oltre che spero ancora di dichiarare il tutto in modo, che le persone di saldo giudizio resteranno persuase a pieno, purchè tengano bene in mente il fondamento principale di tutto questo Trattato; e benchè quello che io proporrò sia un particolare, come ho detto, appartenente solo alli interessi di Ferrara, tuttavia da questa dottrina particolare bene intesa, si potrà fare buon giudizio di altri simili casi in universale.

Dico dunque, per maggiore intelligenza, e chiarezza del tutto, che sopra Ferrara tredici miglia in circa, vicino alla Stellata, diramandosi il Po grande in due parti, con un suo ramo viene alla volta di Ferrara, ritenendo il nome di Po di Ferrara, e quì di nuovo si parte in due altri rami, e quello che continua alla destra si chiama il Po di Argenta, e di Primaro, e quello alla sinistra, Po di Volana. Ma per esser già il letto del Po di Ferrara rialzato, ne segue, che resta privo affatto dell' acque del Po grande, eccetto ne i tempi delle sue maggiori escrescenze, che in tal caso, essendo questo Po di Ferrara intestato con un argine vicino al Bondeno, verrebbe pure a restare ancora nelle escrescenze del Po grande, libero dalle sue acque. Ma sogliono i Signori Ferraresi in tempo, che il Po minaccia di rompere, tagliare quella intestatura, per il quale taglio sgorga tanta furia d' acqua, che si è osservato, che il Po grande, in ispazio di alcune poche ore, scema di altezza un piede in circa, e da tale esperienza mossi tutti quelli, con i quali io ho trattato sinora di queste materie, pensano, che sia di grandissimo benefizio, ed utile mantener pronto questo sfogo, e servirsi di esso in tempo delle piene. E veramente considerata la cosa semplicemente, e nella prima apparenza pare, che non si possa dubitare in contrario: massime che molti più sottilmente esaminando il fatto, misurano quel corpo di acqua, che scorre per lo canale, o alveo del Po di Ferrara, e fanno conto, che il corpo dell' acqua del Po grande sia scemato tanto, quanto è il corpo dell' acqua, che scorre pel Po di Ferrara. Ma se noi riterremo bene in mente, quanto si è detto in principio del trattato, e quanto importi la varietà delle velocità della medesima acqua, e quanto sia necessaria la cognizione di esse per concludere la vera quantità dell' acqua corrente, ritroveremo manifestamente, che il benefizio di questo sfogo è assai minore di quello, che universalmente si pensa, e di più ritroveremo, se non m' inganno, che ne seguono tanti danni, che io inclinerei grandemente a credere, che tornasse più conto il serrarlo affatto, che mantenerlo: tuttavia non mi ritrovo tanto affezionato alla mia opinione, che non sia pronto a mutar sentenza alla forza di ragioni migliori, massime di chi averà prima bene inteso il principio di questa

mia

mia scrittura, la qual cosa replico frequentemente, perchè è assolutamente impossibile senza questo avvertimento trattare di queste materie, e non commettere gravissimi errori.

Metto dunque in considerazione, che, ancorchè sia vero, che mentre le acque del Po grande si ritrovano nelle maggiori altezze, allora tagliato l' argine, e intestatura del Po di Ferrara, ed avendo le acque superiori grandissima cascata nell' alveo di Ferrara, vi precipitano con grandissimo impeto, e velocità, e con la medesima nel principio, o poco minore, corrono verso il Po di Volana, e d' Argenta alla marina; tuttavia dopo lo spazio di alcune poche ore, riempito ch' è il Po di Ferrara, e non ritrovandovi più le acque superiori tanto declive, quanto ebbero al principio del taglio, non vi sgorgano con la velocità di prima, anzi con assai minore, e pertanto molto minore copia d' acqua comincia a uscire dal Po grande; e se noi con diligenza facessimo comparazione della velocità dell' acqua al principio del taglio con la velocità dell' acqua dopo il taglio, e quando il Po di Ferrara sarà di già ripieno d' acqua, ritroverebbamo forse essere quella quindici, o venti volte maggiore di questa, ed in conseguenza, l' acqua che uscirà dal Po grande, passato quel primo impeto sarà solo la quindicesima, o ventesima parte di quella, che usciva nel principio, e però le acque del Po grande ritorneranno in poco tempo quasi alla primiera altezza. E quì voglio pregare quelli, che non restassero totalmente appagati di quanto si è detto, che per amore della verità a benefizio universale si vogliano compiacere di fare diligente osservazione, quando in tempo di piene grandi si taglia il nominato argine, o intestatura al Bondeno, e che in poche ore le acque del Po grande scemano, come si è detto di altezza un piede in circa, si compiacciano, dico, di osservare, se passato un giorno, o due l' acqua nel Po grande ritorna quasi alla sua altezza, di prima, perchè quando questo seguisse, resterebbe assai chiaro, che l' utile, che risulta da questo sfogo, non è tanto grande, quanto universalmente si presume. Dico, che non è tanto quanto si presume, perchè ancorchè si conceda per vero, che le acque del Po grande scemino di altezza sul principio dello sfogo, tuttavia questo benefizio viene ad essere temporaneo, e per poche ore. Se le piene del Po, ed i pericoli di rompere fossero di breve durazione, come d' ordinario intravviene nelle piene dei torrenti, in tal caso l' utile dello sfogo sarebbe di qualche stima: ma perchè le piene del Po durano per trenta, e talvolta quaranta giorni, però il guadagno, che risulta dallo sfogo, viene ad essere di poca considerazione. Restaci ora da considerare i danni notabili, che seguono dal medesimo sfogo, acciò fatta riflessione, e bilanciando l' utile, e il danno, si possa rettamente giudicare, ed eleggere il miglior partito. Il pri-

primo pregiudizio dunque, che nasce da questo sfogo è, che riempiendosi di acqua gli alvei di Ferrara, Primaro, e Volana, si mettono in servitù di guardia, ed in pericolo tutte quelle riviere dal Bondeno fino alla marina. Secondariamente, avendo le acque del Po di Primaro libero l' ingresso nelle valli superiori, le riempiono con gravi danni delle campagne adiacenti, ed impediscono li scoli ordinari nelle medesime valli, in modo, che resterebbe ancora vana, e frustratoria tutta la diligenza, spesa, e fatica, che si facesse della bonificazione, per tenere libere le valli superiori dall' acque. Terzo considero, che essendo incamminate queste acque pel Po di Ferrara all' ingiù verso la marina in tempo, che il Po grande si ritrova nelle sue maggiori escrescenze, ed altezze, è manifesto per esperienza, che quando il Po grande scema, allora queste acque incamminate per lo Po di Ferrara cominciano a ritardarsi nel loro corso, e finalmente si conducono a rivoltar la corrente all' insù verso alla Stellata, restando prima nel tempo intermedio quasi ferme, e stagnanti, e però deponendo la torbidezza riempiono il letto del fiume, ed alveo di Ferrara. Quarto, ed ultimo, segue da questo stesso sfogo un altro notabile danno, ed è simile a quello, che segue dalle rotte, che fanno i fiumi, vicino alle quali rotte nelle parti inferiori, cioè passata la rotta, si genera nell' alveo del fiume un certo dosso, cioè si rialza il fondo del fiume, come è assai manifesto per esperienza; e così in simile maniera appunto tagliandosi l' intestatura al Bondeno, si viene a fare come una rotta, dalla quale ne segue il rialzamento nelle parti inferiori del Po grande, passata la foce di Panaro; la qual cosa quanto sia perniciosa, sia giudicato da chi intende queste materie. E pertanto, stante il poco utile, e tanti danni che seguono dal mantenersi questo sfogo, crederei, che fosse più sano consiglio tenere perpetuamente salda quella intestatura al Bondeno, o in altra parte opportuna, e non permettere, che l' acque del Po grande venissero per alcun tempo alla volta di Ferrara.

COROLLARIO XIV.

Nei fiumi reali, che entrano in mare, come qui in Italia Po, Adige, ed Arno, i quali per le loro escrescenze sono armati di argini, si osserva, che lontano dalla marina hanno bisogno di una notabile altezza di argini, la quale altezza va poi di mano in mano scemando, quanto più si accosta alla marina, in modo tale, che il Po lontano dal mare cinquanta, ovvero sessanta miglia, intorno a Ferrara averà più di venti piedi di altezza di argini sopra l' acqua ordinaria; ma lontano dal mare dieci, o dodici miglia solamente, non arrivano gli argini a dodici piedi di altezza sopra la medesima acqua ordinaria, ancorchè la larghezza del fiume sia eguale, talchè l' escrescenza della stessa piena viene a essere assai

sai

sai maggiore di misura lontano dal mare, che vicino, e pure parrebbe, che passando per tutto la medesima quantità d' acqua, dovesse il fiume aver bisogno della medesima altezza d' argini in tutti i luoghi: Ma noi con i nostri principj, e fondamenti possiamo rendere la ragione di tale effetto, e dire, che quell' eccesso di quantità d' acqua sopra l' acqua ordinaria va sempre acquistando maggior velocità, quanto più si accosta alla marina, e però scema di misura, ed in conseguenza di altezza. E questa forse dee essere stata la cagione in gran parte, per la quale il Tevere nella inondazione del 1598. non uscì dal suo letto di sotto Roma verso la marina.

COROLLARIO XV.

Dalla medesima dottrina si rende ragione chiarissima, perchè le acque cadenti si vanno assottigliando nelle loro cascate, di modo che la medesima acqua cadente misurata al principio della cascata è maggiore, e grossa, e poi va di mano in mano scemando di misura, quanto più si discosta dal principio della caduta. Il che non depende da altro, che dall' acquisto, che va facendo di maggiore velocità, essendo notissima conclusione appresso i Filosofi, che i corpi gravi cadenti, quanto più si scostano dal principio del loro movimento, tanto più acquistano di velocità, e perciò l' acqua, come corpo grave, cadendo, si va velocitando, e però scema di misura, e si rassottiglia.

COROLLARIO XVI.

E per lo contrario gli zampilli dell' acque, che schizzano in alto, fanno contrario effetto, cioè nel principio sono sottili, e poi si fanno maggiori, e grossi, e la ragione è manifestissima; perciocchè nel principio sono assai veloci, e poi vanno allentando l' impeto loro, e movimento, sicchè nel principio all' uscire che fanno, debbono essere sottili, e poi ingrossarsi, come in effetto si vede.

APPENDICE I.

Nell' errore di non considerare, quanto le velocità diverse della medesima acqua fluente in diverse parti del suo alveo sieno potenti a mutare la misura della medesima acqua, e farla ora maggiore, ora minore, credo, se non m' inganno, che possa esser incorso Giulio Frontino nobile scrittore antico nel 2. libro che fa delli acquedotti della città di Roma; mentre ritrovando la misura dell' acqua *in commentariis* minore di quello, che era *in erogatione* 1263. quinarie, pensò che tanta varietà procedesse dalla negligenza de' misuratori, e quando poi con propria industria misurò la medesima acqua a' principj delli acquedotti, ritro-

van-

vandola maggiore 10000. quinarie in circa di quello, che era *in commentariis*, giudicò, che l' eccesso fosse usurpato da' ministri, e da' partecipanti, la qual cosa poteva essere in parte, perchè pur troppo è vero, che il Pubblico quasi sempre è ingannato: con tutto ciò io penso ancora assolutamente, che oltre le fraudi di quelli officiali, le velocità dell'acqua nei luoghi, ne' quali Frontino la misurò potessero essere diverse, da quelle velocità, che si ritrovavano nelli altri luoghi misurati da altri per avanti, e perciò le misure dell' acque potevano, anzi dovevano necessariamente essere diverse, essendosi da noi stato dimostrato, che le misure della medesima acqua fluente hanno reciproca proporzione della loro velocità. Il che non considerando bene Frontino, e ritrovando l' acqua *in commentariis* 12755. quinarie, *in erogatione* 14018. e nella propria misura fatta da se medesimo *ad capita ductuum* 22755. quinarie in circa pensò, che in tutti questi luoghi passasse diversa quantità d' acqua, cioè maggiore *ad capita ductuum* di quello che era *in erogatione*, e questa giudicò maggiore di quella che era *in commentariis*.

APPENDICE II.

Un inganno simile seguì modernamente nell' acquedotto dell' acqua Paola, la quale acqua doveva essere 2000. once, ed effettivamente tante ne dovevano dare, e ne avevano date i Signori di Bracciano alla Camera Apostolica, e ne fu fatta la misura al principio dell' acquedotto, la qual misura riuscì poi assai minore, e scarsa, considerata, e presa in Roma, e ne seguirono disgusti, e disordini gravi, e tutto perchè non fu penetrata bene questa proprietà dell' acqua corrente, di crescere di misura, dove scema la velocità, e di scemare la misura, quando cresce la velocità.

APPENDICE III.

Simile errore mi pare, che abbiano commesso tutti quei Periti, i quali per impedire, che non si divertisse il Reno di Bologna nel Po dalle valli, dove di presente corre, giudicarono, che essendo il Reno nelle sue massime escrescenze 2000. piedi in circa, ed essendo il Po largo 1000. piedi in circa, giudicarono, dico, che mettendosi il Reno in Po, averebbe alzata l' acqua del Po due piedi, dal quale alzamento concludevano poi disordini esorbitantissimi, ovvero di straordinarie inondazioni, ovvero di spese immense, ed intollerabili a' popoli in rialzare gli argini al Po, ed al Reno, e con simili debolezze si perturbano vanamente bene spesso le menti delli interessati. Ma ora dalle cose dimostrate è manifesto, che la misura del Reno in Reno sarebbe diversa dalla misura del Reno in Po, ogni volta, che sarà diversa la velocità del Reno in Po,

 dalla

dalla velocità del Reno in Reno, come più esattamente si determina nella quarta Proposizione.

APPENDICE IV.

Non meno ancora si sono ingannati quelli Ingegneri, e Periti, che hanno affermato, che mettendosi il Reno in Po, non sarebbe alzamento nessuno di acqua in Po: perchè la verità è, che mettendosi il Reno in Po, sarebbe sempre alzamento, ma alle volte maggiore, alle volte minore, secondo che ritroverà con maggiore, e con minore corrente il Po: di modo che quando il Po sarà constituito in gran velocità, pochissimo sarà l' alzamento, e quando il medesimo Po sarà tardo nel suo corso, allora l' alzamento sarà notabile.

APPENDICE V.

E quì non sarà fuori di proposito avvertire, che le misure, partimenti, e distribuzioni dell' acque di fonte non si potranno mai fare giustamente, se non si considererà ancora, oltre la misura, la velocità dell' acqua, il qual punto non essendo stato pienamente avvertito, è cagione di continui incomodi in simili negozi.

APPENDICE VI.

Simile considerazione si dee fare con tanto maggior diligenza, quanto l' errare viene ad essere di maggior pregiudizio, dico che si dee fare da quelli, che partiscono, e dividono l' acque, che servono per adacquare le campagne, come si fa nelli territori Bresciano, Bergamasco, Cremasco, Pavese, Lodigiano, Cremonese, ed altri luoghi: imperocchè se non si averà riguardo al punto importantissimo della variazione della velocità dell' acqua, ma solo alla semplice misura volgare, ne seguiranno sempre disordini, e pregiudizi grandissimi alli interessati.

APPENDICE VII.

Pare, che si possa osservare, che mentre l' acqua scorre per un alveo, canale, o condotto, venga ritardata, trattenuta, ed impedita la sua velocità dal toccamento, che fa con la ripa, o sponda del canale, o alveo, la quale, come immobile, non secondando il moto dell' acqua, interrompe la sua velocità: dalla qual cosa essendo vera, come credo sia verissima, e dalle nostre considerazioni, abbiamo occasione di scoprire

prire

prire un sottilissimo inganno, nel quale cascano ordinariamente quelli, che dividono le acque di fonte, la quale divisione suole esser fatta, per quanto ho veduto quì in Roma, in due maniere, la prima delle quali è con le misure di figure simili, come sarebbero cerchi, o quadrati avendo in una piastra di metallo traforati diversi cerchi, o quadrati uno di mezz' oncia, un altro di un' oncia, uno di due, di tre, di quattro, &c. con i quali aggiustano poi le fistole per dispensare le acque: l' altra maniera di dividere le acque di fonte è con parallelogrammi rettangoli della stessa altezza, ma di diverse basi, in modo similmente, che un parallelogrammo sia di mezza oncia, l' altro di una, di due, di tre, &c. Nelle quali maniere di misurare, e dividere l' acqua è paruto, che essendo poste le fistole a uno stesso piano egualmente distante dal livello, o superficie superiore dell' acqua del bottino, ed essendo le dette misure esattissimamente fatte, debba in conseguenza ancora l' acqua essere partita, e divisa proporzionatamente con le misure. Ma se noi considereremo bene il tutto, ritroveremo, che le fistole di mano in mano, che sono maggiori, scaricano sempre più acqua del giusto, in comparazione delle minori, cioè per parlare più propriamente, l' acqua che passa per la maggior fistola, a quella, che passa per la minore, ha sempre maggior proporzione, che la fistola maggiore alla fistola minore. Dichiaro il tutto con un esempio. Intendasi, per più facile cognizione, (*Fig.* 10. *Tav. III.*) due quadrati (il medesimo si può intendere de' cerchi, e delle altre figure simili fra di loro) il primo quadrato, sia v. gr. quadruplo dell' altro, e siano questi quadrati bocche di due fistole, una di quattro once, e l' altra di una; è manifesto dalle cose dette, che l' acqua, che passa per la minore fistola, ritrova impedita la sua velocità nella circonferenza della fistola, il qual' impedimento vien misurato dalla stessa circonferenza. Ora si consideri, che se noi volessimo, che l' acqua, che passi per la maggior fistola, fosse solamente quadrupla di quella, che passa per la minore in tempi eguali, sarebbe necessario, che non solo il vano, e la misura della fistola maggiore fosse quadrupla della fistola minore, ma fosse ancora quadruplicato l' impedimento. Ora nel caso nostro è vero, che è quadruplicato il vano, e la bocca della fistola: non è già quadruplicato l' impedimento, anzi è solamente duplicato, mentre la circonferenza del quadrato maggiore è solamente dupla della circonferenza del quadrato minore; imperocchè la circonferenza maggiore contiene otto di quelle parti, delle quali la minore ne contiene quattro, come è manifesto nelle descritte figure, e pertanto passerà per la fistola maggiore più del quadruplo dell' acqua, che passa per la fistola minore.

Simile inganno cade ancora nell' altra maniera di misurare l' acqua

di fonte, come facilmente si può comprendere dalle cose dette, o osservate di sopra. (*a*)

APPENDICE VIII.

La medesima contemplazione scuopre l' errore di quelli Architetti, i quali dovendo fabbricare un ponte di più archi sopra di un fiume, considerano la larghezza ordinaria del fiume, la quale essendo, v. gr. quaranta canne, e dovendo il ponte essere di quattro archi, basta a loro, che la larghezza di tutti quattro gli archi insieme presa, sia quaranta canne, non considerando che nell' alveo ordinario del fiume l' acqua ha due soli impedimenti, che ritardano la sua velocità cioè il toc-

ca-

(*a*) Rilevante è l' errore, che quì nota il Castelli tra' molti, che commettono i Fontanieri nella distribuzione dell' acque de' fonti. Il Sig. Mariotte diligentissimo esperimentatore trovò, che un orifizio orizzontale di tre linee di diametro, premuto sopra da piedi 13. d' acqua, scaricò soltanto libbre 28. d' acqua, mentre secondo il calcolo, che astrae da ogni afregamento, dovea naturalmente scaricarne libbre 40. $\frac{1}{16}$, talchè la perdita fu di $\frac{3}{10}$ della quantità, che dovea dare naturalmente. E' noto che ne' fori simili, ma di diverso diametro, fatti nella stessa lamiera (giacchè, se questa è di diversa grossezza, lo afregamento, e perciò la perdita varia ancora per tal ragione) le perdite sono come i perimetri de' medesimi fori, cioè come gli stessi diametri, mentre la quantità naturale dell' acqua è come l' aree, ovvero quadrati de' fori; talmente che in due fori simili le perdite alle quantità naturali dell' acqua sono nella stessa ragione, che i diametri a' loro quadrati, e perciò sono reciprocamente come gli stessi diametri: nè tal proporzione della perdita colla quantità naturale resta alterata dalla maggiore, o minore altezza dell' acqua sopra de' fori, crescendo, o scemandosi gli afregamenti, o la perdita nella ragione delle velocità, e variandosi nella stessa proporzione appunto le quantità dell' acqua. Essendo dunque nota la proporzione tra gli afregamenti, ed i diametri de' fori simili, ed essendo pur nota per l' esperienza di Mariotte la perdita d' acqua proveniente dallo afregamento in un dato foro, potrà sapersi sempre la perdita cagionata dallo afregamento all' escir dell' acqua per qualunque altro foro.

La misura ancora dell' oncia, o soldo usata dai Fontanieri è molto equivoca. Chiamano oncia di acqua quella quantità, che esce da un foro circolare, il cui diametro sia un oncia, niuna attenzione avendo all' altezza dell' acqua sopra del foro, e dispregiando in conseguenza la velocità, dalla quale in gran parte dipende la quantità dell' oncia medesima, di modo che un oncia d' acqua così computata può esser talvolta doppia, tripla, quadrupla d' un altra oncia. Il Sig. *Mariotte*, e dopo di esso gli altri Mattematici hanno stabilito, il pollice d' acqua esser quella quantità, che esce da un foro circolare di un pollice di diametro, e che abbia una linea d' acqua sopra l' orlo superiore del foro.

Errano pure i Fontanieri nel distribuire l' acqua in una determinata proporzione, aprendo nell' emissario tanti fori circolari, o quadrati, le bocche de' quali sieno in ragione delle quantità d' acqua da distribuirsi, e ponendo tutti i centri, o mezzi de' fori nella medesima orizzontale; non riflettendo, che oltre gli sfregamenti, che non seguono la proporzione dell' ampiezza de' fori, neppure la velocità ragguagliata dell' acqua in tutti è la stessa, a motivo delle diverse altezze, alle quali sono poste l' aree de' fori: ed essendo pertanto la velocità media, o ragguagliata dell' acqua ne' fori più grandi maggiore, maggiore ancora sarà la quantità d' acqua che esce da essi, e non seguiterà la proporzione da essi ricercata. Quindi è che per una giusta, e più facil distribuzione d' acque, i fori si sogliono fare rettangoli, egualmente alti, e larghi nella ragione stessa che vogliono distribuirsi le acque, (calcolato prima, se si vuole, lo sfregamento) e colla base posta nella medesima orizzontale. E così le quantità dell' acqua saranno sempre in ragione della larghezza, cioè nella proporzione ricercata, ancorchè l' acqua s' abbassi tanto nell' emissario, che lasci scoperta ancora una porzione della luce de' fori; lo che non si otterrebbe ne' fori circolari, o quadrati, o ne' rettangoli di altezze diseguali. Nell' Appendice X. si vedrà il metodo proposto dal Castelli, per cui si ha inoltre il vantaggio di misurare la quantità assoluta dell' acqua, che passa in un dato tempo da una qualunque apertura.

camento, ed il radere le due ripe, o ſponde del fiume: ma la medeſima acqua, nel paſſare ſotto il ponte, nel caſo noſtro ritrova otto de i medeſimi impedimenti, urtando, e radendo due ſponde per arco (trapaſſo l' impedimento del fondo, perchè viene a eſſere il medeſimo nel fiume, e ſotto il Ponte) dalla quale inavvertenza ſeguono talvolta diſordini grandiſſimi, come la pratica quotidiana ci moſtra.

APPENDICE IX.

E' degno ancora da conſiderarſi l' utile grande, e maraviglioſo, che ricevono quelle campagne, le quali ſogliono ſcolare le acque piovane difficilmente per l' altezza delle acque ne' foſſi principali, nel qual caſo vengono da' diligenti contadini tagliate le erbe, e canne ne i foſſi, per gli quali paſſano le acque: dove ſi vede in un ſubito, tagliate che ſono le erbe, e canne, abbaſſarſi notabilmente il livello dell' acqua ne i foſſi: in modo tale, che ſi è oſſervato talvolta, che l' acqua è ſcemata, dopo il predetto taglio un terzo, e più di quello, che era avanti il taglio. Il quale effetto pare poſſa dependere, perchè prima quelle piante occupaſſero luogo nel foſſo, e perciò l' acqua reſtaſſe più alta di livello, e tagliate, e levate poi le medeſime piante, l' acqua veniſſe ad abbaſſarſi, occupando il luogo, che prima era occupato dalle piante: il qual penſiero ancorchè probabile, ed a primo aſpetto appariſca ſodisfare, non è però ſufficiente a rendere la ragione totalmente di quello notabile abbaſſamento, che ſi è detto: ma è neceſſario ricorrere alla conſiderazione noſtra della velocità nel corſo dell' acqua, principaliſſima, e vera cagione della variazione della miſura della ſteſſa acqua corrente; imperocchè quella moltitudine di piante, o di erbe, o di cannucce ſparſe per la corrente del foſſo viene a ritardare notabilmente il corſo dell' acqua, e però la miſura dell' acqua creſce, e levati quelli impedimenti la ſteſſa acqua acquiſta velocità, e però ſcema di miſura, e in conſeguenza di altezza.

E forſe queſto punto bene avvertito potrebbe eſſere di grandiſſimo giovamento alle campagne adiacenti alle paludi Pontine, e non ho dubbio, che ſe ſi manteneſſe ben purgato dall' erbe il fiume Ninfa, e gli altri foſſi principali di quei territorj, reſterebbero le loro acque più baſſe di livello, ed in conſeguenza li ſcoli de i campi vi precipiterebbero dentro più prontamente, dovendoſi ſempre ritenere per indubitato, che la miſura dell' acqua avanti il taglio ha alla miſura dopo il taglio la medeſima proporzione, che la velocità dopo il taglio alla velocità avanti il taglio: e perchè tagliate le dette piante creſce notabilmente il corſo dell' acqua, però è neceſſario, che la medeſima acqua ſcemi di miſura, e reſti più baſſa.

APPENDICE X.

Avendo noi di sopra notati alcuni errori, che si commettono nel distribuire le acque di fonte, e quelle, che servono per adacquare le campagne, pare sia necessario per dare fine a questo discorso, avvertire, in che modo si possono fare queste divisioni giustamente, e senza errore. In due maniere dunque crederei, che esquisitamente si potessero dividere l'acque di fonte; la prima sarebbe, con esaminare prima diligentemente, quanta copia d'acqua scarica tutta la fontana in un determinato tempo; come sarebbe, quanti barili, ovvero botti ne porta in un determinato tempo, e quando poi si ha da distribuire l'acqua, distribuirla a ragione di tanti barili, ovvero botti, in quel medesimo tempo: ed in tal guisa i participanti avrebbero puntualmente il dovere, nè potrebbe mai venire il caso di dispensare maggior quantità d'acqua, di quello che fosse considerata la fonte principale, come intravvenne a Giulio Frontino, e come tuttavia intravviene ben spesso nelli acquedotti moderni, con pregiudizio del pubblico, e del privato.

L'altra maniera di partire le medesime acque di fonte pure assai giusta, e facile sarebbe, con avere una sola misura di fistola, come sarebbe, di un oncia, ovvero di mezza, e quando occorre il caso di dispensare due, tre, e più once mettansi tante fistole della detta misura, che scarichino l'acqua, che si dee dispensare, e se pure si dee mettere una fistola sola maggiore, dovendola noi mettere, che scarichi per esempio, quattro once, ed avendo noi la prima sola misura, di un'oncia bisognerà fare una fistola più grande bensì della fistola di un oncia, ma non in quadrupla proporzione semplicemente, perchè scaricherebbe più acqua del giusto, come si è detto di sopra; ma devesi esaminare con diligenza, quanta acqua mette la piccola fistola in un'ora, e poi allargare, e restringere la fistola maggiore tanto, che scarichi quattro volte più acqua della minore nello stesso tempo, ed in questo modo si sfuggirà il disordine avvertito nella settima Appendice. Sarebbe però necessario accomodare le fistole del bottino in modo, che sempre il livello dell'acqua del bottino rimanga a un determinato segno sopra la fistola, altramente le fistole getteranno ora maggiore, ora minore copia d'acqua, e perchè può essere, che la stessa acqua di fonte alle volte sia più abbondante, alle volte meno, in tal caso sarebbe bene aggiustare il bottino in modo, che l'eccesso sopra l'acqua ordinaria traboccasse nelle fontane pubbliche, acciò i particolari participanti avessero sempre la stessa copia d'acque.

AP-

APPENDICE XI.

Assai più difficile è la divisione dell' acque, che servono per adacquare le campagne, non potendosi tanto comodamente osservare, quanta copia d' acqua trasfonda tutto il fosso in un determinato tempo, come si può fare nelle fontane: tuttavia se sarà bene intesa la seconda proposizione da noi più abbasso dimostrata, se ne potrà cavare un modo assai sicuro, e giusto, per distribuire simili acque. La proposizione dunque da noi dimostrata è tale. Se saranno due sezioni (cioè due bocche di fiumi) la quantità dell' acqua, che passa per la prima, a quella, che passa per la seconda, ha la proporzione composta delle proporzioni della prima sezione alla seconda, e della velocità per la prima alla velocità per la seconda, come per esemplo dichiaro in grazia della pratica, acciò possa essere inteso da tutti in materia tanto importante.

Sieno due bocche di fiumi A, e B (*Fig.* 11. *Tav. III.*) e sia la bocca A, di misura, e vano trentadue palmi, e la bocca B sia otto palmi. Quì bisogna avvertire, che non è sempre vero, che l' acqua, che passa per A, a quella, che passa per B, abbia la proporzione, che ha la bocca A, alla bocca B, se non in caso, che le velocità per l' istesse bocche fossero eguali; ma se le velocità saranno diseguali, può essere, che le dette bocche mettano eguale copia d' acqua in tempi eguali, ancorchè sieno diseguali le misure delle bocche, e può esser ancora, che la maggiore scarichi maggior copia d' acqua: e finalmente potrà essere, che la minor bocca scarichi più acqua della maggiore, e tutto questo è manifesto dalle cose notate nel principio di questo discorso, e dalla detta seconda Proposizione. Ora noi per esaminare, che proporzione abbia l' acqua, che passa per un fosso, a quella, che passa per un altro, acciocchè conosciuto questo si possano poi aggiustare le medesime acque, o bocche de' fossi, abbiamo da tener conto non solo della grandezza delle bocche dell' acqua, ma della velocità ancora; il che faremo con ritrovare prima due numeri, che abbiano fra di loro la proporzione, che hanno le bocche, quali sono i numeri 32. e 8. nel caso nostro; poi fatto questo, si esamini la velocità dell' acqua per le bocche A, e B, (il che si potrà fare tenendo conto per quanto spazio sia trasportata dalla corrente una palla di legno, o di altro corpo, che galleggi in un determinato tempo, come sarebbe, v. gr., in 50. battute di polso) e facciasi poi per la regola aurea, come la velocità per A alla velocità per B, così il numero 8. a un altro numero, il quale sia 4. è manifesto, per quanto si dimostra nella detta seconda Proposizione, che la quantità dell' acqua, che passa per la bocca A, a quella che passa per la bocca B, averà la proporzione, che ha 8. a 1. essendo tal proporzione

zione composta delle proporzioni di 32. a 8. e di 8. a 4. cioè della grandezza della bocca A, alla grandezza della bocca B, e della velocità per A, alla velocità per B. Fatta questa considerazione, si dee poi restringere la bocca, che scarica più acqua del giusto, ovvero allargare l' altra, che ne scarica meno, come tornerà più comodo nella pratica, la quale, a chi averà inteso questo poco, che si è avvertito, riuscirà facilissima. (*a*)

AP-

(*a*) Errori niente minori degli esposti al cap. VIII. si commettono da' Periti nella distribuzione dell' acque per i canali regolati. Usano per loro comune misura il *Quadretto*, o piede quadrato, quale dividono in 144 once, o punti; e volendo distribuir l' acqua d' un canale in tanti condotti regolati, de' quali ciascuno porti tanti determinati piedi quadri d' acqua, procurano di apporre a questi bocche tali, le cui aree sieno de' piedi appunto da loro ricercati; poca, o niuna attenzion facendo alla proporzione della larghezza coll' altezza della bocca, niuna all' altezza dell' acqua dell' Emissario sopra la bocca, niuna alla pendenza de' canali derivati; trascurando in somma la velocità, dalla quale dipende moltissimo la vera, e più giusta quantità dell' acqua da distribuirsi. Il Castelli vide benissimo, che in simili erogazioni, considerandosi solamente la larghezza, ed altezza della bocca trascuravasi la terza dimensione del piede cubo d' acqua da erogarsi, che dipende appunto dalla quantità della velocità, con cui l' acqua passa per la bocca; ed in questo Appendice procura d' assegnare un metodo che non ne esclude affatto la considerazione. Il Guglielmini dopo di esso, nel cap. XII. *Della natura de' fiumi*, più precise ne assegna le regole, ma come vedrassi nelle note fatte dal Manfredi al di lui Trattato, tal metodo risguarda principalmente i canali orizzontali. Lo Zendrini finalmente nell' Appendice della seconda parte del capo V. *Dell' acque correnti*, supplisce al difetto di tal metodo, ed enumerati gli errori della comun pratica, ne assegna le necessarie riflessioni per isfuggirneli. L' importante riflessione tra tutte l' altre in simili distribuzioni di acque si è quella, che ci porte a determinare la velocità con la quale entra, e muovesi l' acqua ne' diversi canali. Nè a ciò provvedono abbastanza i Periti, costruendo i condotti per lungo tratto coll' istessa pendenza, cui fanno per ordinario di once 4. per ogni 100. pertiche; e dirigendoli paralleli per breve tratto all' alveo del fiume, che distribuisce l' acque; e ponendo le bocche di derivazione a seconda di esso. Nè le briglie, o secondi regolatori, che collocano in distanza dalla prima bocca per diminuire la quantità dell' acqua, o per averne in maggior altezza nel canale deviato allorchè il moto troppo veloce dell' acque, o la mancanza della necessaria altezza d' un piede, mostri così all' ingrosso difettosa la prima operazione; sono rimedi bastanti a' primieri difetti, che anzi produr ne possono de' molto maggiori. Ed in fatti, dependendo la velocità dell' acqua del canale derivato dalla pendenza di esso in tutto il suo corso, e dal corpo d' acqua ch' e' porta, e dalla velocità insieme del fiume principale, considerata alla bocca del condotto derivato, sì per rapporto all' altezza dell' acqua sopra la bocca, sì per rapporto alla posizione, e distanza di essa bocca col filone della corrente, chi non vede, che senza investigar, per quanto si può esattamente, in ciascheduno canale la quantità della velocità, dependente sempre dal complesso di tutte insieme l'accennate circostanze, mancheremo sempre della terza dimensione del piede cubo d' acqua, che al pari dell' ampiezza delle bocche, merita sempre d' esser considerata? Può aversi questa, come propone il Castelli, con osservare in quanto tempo percorrasi uno spazio del canale da un galleggiante, ed acciocchè esso rimanga poco fuori dell' acqua per sottrarsi all' impeto del vento, può esser questo una palla di cera del diametro d' un oncia in circa, essendo l' acqua, e la cera presso a poco della medesima specifica gravità. E' da osservarsi in questa operazione, che il galleggiante cammini sempre nello spirito, o filone del canale; e che se dal vento, o altro accidente sia spinto verso la ripa, con la possibile sollecitudine sia nel filone rimesso; che per ciò fare, un tratto del canale prescelgasi per quanto più si può diritto, e regolare. Questo metodo d' esaminare i canali di distribuzione suppone, che la velocità dell' acqua corrente per i detti canali sia la stessa che la velocità della superficie, o a questa constantemente proporzionale, abbiano i canali pure una stessa, o una diversa pendenza, e altezza d' acqua. Ma benchè alcune esperienze confermino tal ipotesi, non è nondimeno tanto dimostrata, da potersene valere per base di ogni più esatta operazione, e quando ancora tale ella fosse, il metodo è troppo pericoloso

loso

APPENDICE XII.

Queste materie di acque, e per quanto finora ho in diverse occasioni osservato, si trovano involte in tante difficoltà, e moltiplicità di stravagantissimi accidenti, che non è meraviglia nessuna, se continovamente da molti, ed anco dalli Ingegneri stessi, e Periti si commettono intorno a quelle, gravi, ed importanti errori: e perchè molte volte non solo intaccano gl'interessi pubblici, ma ancora i privati, di quì è, che non solo appartiene a' Periti trattarne, ma ben spesso ognuno del volgo pretende darne il suo giudicio: ed io mi sono abbattuto più volte, necessitato a trattare non solo con quelli, che o per pratica, o per istudio particolare intendevano qualche cosa in queste materie, ma ancora con persone ignude affatto di quelle cognizioni, che sono necessarie per potere con fondamento discorrere sopra cotal particolare; e così molte volte ho incontrato più difficoltà ne i duri capi delli uomini, che ne' precipitosi torrenti, o vaste paludi. E particolarmente ebbi occasione gli anni passati di andare a vedere la cava, ovvero emissario del lago di Perugia, fatta già da Braccio Fortebraccio, molti anni sono, ma per essere poi con grandissimi danni dal tempo stata rovinata, e renduta inutile,

---

loso per assicurarci da ogni valutabile errore, attese le resistenze delle ripe, e del fondo, maggiori nel canale più stretto, che nel più largo; onde questo metodo deesi riserbare pertanto per que' casi solamente, ne' quali non si ricerchi che una ragionevole giustezza nelle quantità relative dell' acqua da distribuirsi. Nell' operazioni poi di estrema precisione devesi esaminare la velocità dell' acque non in superficie soltanto, ma in diverse altezze, ed in diverse perpendicolari ancora d' una istessa sezione del canale. Per ottener ciò puossi usare il Pendolo unito al quadrante, di cui lungamente si parlerà nel Trattato del Guglielmini *Della misura dell' Acque correnti*. Divisa prima la larghezza del canale in tanti piedi, se questi sia stretto; o in tanti spazj di 3., o 5. piedi, ne' canali di molta larghezza, e segnati tali punti di divisione in un qualche stabile sostegno, o sopra una corda tesa da ripa a ripa; si ricercherà coll' accennato istrumento la velocità dell' acqua in una stessa perpendicolare a tali profondità che differiscano, per esempio, d' un piede; e ripetuta l' operazione in diverse perpendicolari della media sezione, si prenderà di ciascuna di esse perpendicolari la velocità media, e quindi presa la media velocità fra tutte queste velocità medie, sarà essa la velocità media, o ragguagliata della sezione, quella cioè che avrebbe l'acqua del canale in quella sezione, se per ciascun punto di questa essa passasse nella stessa misura e quantità. Così potrà riconoscersi, se un fiume di troppo impoveriscasi, divertendone una data quantità; se per i condotti passino quantità d' acqua in data proporzione: e quando un così fatto esame ci mostri, non esservi nella distribuzione dell' acque tal proporzione, può essa aversi esattamente, dilatando, o ristringendo la bocca del canale, o di essa abbassando la soglia fino ad avere un altezza d' acqua, che ne desse appunto la ricercata quantità; avuta considerazione nel calculo all' aumento, o decremento delle velocità da esplorarsi nuovamente col metodo sopraccennato.

Altri metodi per avere la misura delle quantità dell' acque correnti, si vedranno somministratici dall' istesso Castelli nella Prop. 1. e 3. del lib. 2.

E per facilitare la scambievole intelligenza, si potrebbe, come si è fatto del Pollice d' acqua per le fontane, fissare ancora il Quadretto d' acqua per i canali, determinando; che per Quadretto d' acqua s' intenda la quantità d' acqua, che passa per una sezione, la cui area sia un piede quadrato, e la velocità sia di 180. piedi per ogni minuto primo. Lo che fissato, l' altezza, la larghezza, la velocità sono misure tali, delle quali due che ne sieno date, ci scuoprono l' altra da determinarsi, per avere con la possibile esattezza una ricercata quantità d' acqua.

rile, fu risarcita, con opera veramente eroica, e maravigliosa da Monsignor Maffeo Barberini, allora Prefetto delle strade, ed ora Sommo Pontefice Romano. Ed essendo io necessitato per poter camminare dentro la cava, e per altro, a fare serrare le cataratte della detta cava all'imboccatura del lago, non sì tosto le ebbi serrate, che accorrendo una gran moltitudine di gente de' Castelli, e Terre intorno alle riviere del lago, cominciarono a fare doglianze grandi, rappresentando, che tenendosi serrate quelle cataratte, non solo il lago non aveva il suo debito sfogo, ma allagava tutte le riviere del lago con grandissimi danni. E perchè a prima apparenza il loro motivo aveva assai del ragionevole, io mi trovai a mal partito, non vedendo modo di persuadere a tanta moltitudine, che quel pregiudizio, che essi pretendevano, che io facessi loro con tenere chiuse le cataratte due giorni, era assolutamente insensibile, e che con tenerle aperte, il lago non si sbassava nel medesimo tempo nè meno quanto era grosso un foglio di carta: però mi convenne valermi di quella autorità, che io teneva, e così seguitai a fare il mio negozio, come conveniva, senza riguardo nessuno a quella plebe tumultuariamente ivi radunata. Ora che il mio lavoro si fa, non con zappe, e con le pale, ma con la penna, e col discorso, intendo dimostrare chiaramente a quelli, che sono capaci di ragione, e che hanno inteso bene il fondamento di questo mio trattato, che era vanissimo il timore, che quella gente aveva concepito. E però dico, che stando l' emissario, o cava del lago di Perugia nel modo, che si trova di presente, e camminando l' acqua per essa con quella velocità, che cammina; per esaminare quanto può abbassarsi il lago nello spazio di due giorni, dobbiamo considerare, che proporzione ha la superficie di tutto il lago alla misura della sezione dell' emissario, e poi inferire che averà la medesima proporzione la velocità dell' acqua per l' emissario all' abbassamento del lago, e per istabilire bene, e chiaramente questo discorso, intendo dimostrare la seguente proposizione.

Se sarà un vaso di acqua di qualsivoglia grandezza, e che abbia un emissario, per lo quale si scarichi la sua acqua: Qual proporzione ha la superficie del vaso alla misura della sezione dell' emissario, tale averà la velocità dell' acque per l' emissario all' abbassamento del lago. Sia il vaso A B C D, (*Fig. 12. Tav. III.*) H I L B, per lo quale si scarichi, e corra l' acqua: la superficie dell' acqua del vaso sia A D, e la sezione dell' emissario sia H L, e si abbassi in un determinato tempo l' acqua nel vaso, quanto è la linea A F. Dico, che la proporzione della superficie A D del vaso, alla misura della sezione dell' emissario H I, è la medesima, che ha la velocità dell' emissario alla linea A F, la qual cosa è manifesta; imperocchè, movendosi l' acqua del vaso per la linea A F, si-

no

no in F, e ſcaricandoſi tutta la mole d'acqua A G, e nello ſteſſo tempo ſcaricandoſi la medeſima copia d'acqua per la ſezione dell'emiſſario H L, è neceſſario per le coſe dimoſtrate da me alla terza Propoſizione, ed anco ſpiegate nel principio del mio Trattato, che la proporzione della velocità per l'emiſſario alla velocità dello sbaſſamento, ſia come la ſuperficie del vaſo alla miſura della ſezione dell'emiſſario, che era quello che ſi doveva dimoſtrare.

Quello, che ſi è dimoſtrato del vaſo, ſegue perappunto ancora nel noſtro lago di Perugia, e ſuo emiſſario, e perchè l'immenſità della ſuperficie del lago alla ſuperficie della ſezione dell'emiſſario ha la proporzione di molti milioni a uno, come facilmente ſi può calcolare, è manifeſto, che tale abbaſſamento ſarà impercettibile, e quaſi nullo nello ſpazio di due giorni, anzi di quattro, o di ſei: e tutto queſto ſarà vero, quando ſi ſupponga, che nel detto tempo non entri nel lago neſſuna altra acqua, nè per foſſi, nè per ſorgenti, le quali ſopravvenendo nel lago renderebbero ancora minore tale abbaſſamento.

Ora vedaſi, quanto ſia neceſſario eſaminare tali abbaſſamenti, ed alzamenti con eſquiſite ragioni, o almeno con accurate eſperienze avanti che ſi termini, e riſolva coſa neſſuna, e quanto ſia lontano il volgo dal potere rettamente giudicare di ſimili materie.

APPENDICE XIII.

In maggiore confermazione di tutto queſto, che ho detto, voglio regiſtrare ancora un altro ſimiliſſimo caſo, che pure è occorſo a me ne i tempi paſſati, nel quale per non eſſere inteſo bene al vivo il negozio, erano ſeguiti già molti diſordini, e di groſſe ſpeſe, e di conſiderabili danni. Fu già fatto un emiſſario, o vogliamo dire canale per ſcolare le acque, che da' poggi, fonti, e torrenti caſcano in un lago, affinchè le riviere intorno al lago reſtaſſero libere dall' allagamento dell' acque: ma perchè forſe l'impreſa non fu bene incamminata, è ſeguito, che l'acque delle campagne adiacenti al detto canale non poſſono ſcolare in eſſo, e reſtano allagate, al qual diſordine prontiſſimo rimedio è ſtato uſato, che in tempo opportuno ſi ſerri il canale con alcune cataratte mantenute appoſta per cotal uſo, e così abbaſſandoſi il livello dell' acque nel canale, nello ſpazio di tre, o quattro giorni ſi raſciugano i campi felicemente. Ma dall'altra parte ſi oppongono i padroni intorno alle riviere del lago, dolendoſi amaramente, che mentre ſtanno ſerrate le cataratte, ed impedito il corſo all' acque del canale, il lago veniva ad inondare le terre delle riviere del lago con grave loro pregiudizio, e così continuando le liti ſeguivano doglianze, e male ſodisfazioni. Ed eſſendo io ricercato del mio ſenſo in queſta materia, ſtimai ben fatto (già

che

che il punto della controversia era intorno all'abbassamento, ed alzamento del lago) che si misurasse esattamente il detto abbassamento, quando le cataratte stanno aperte, e l' alzamento, quando stanno serrate, e questo dissi che si sarebbe fatto facilissimamente in tempo che non sopravvenissero acque straordinarie al lago, nè di piogge, nè di altro, e che il lago non venisse conturbato da venti, che caricassero le acque del lago da banda nessuna, con piantare vicino ad un isoletta, che si ritrova verso mezzo il lago, un forte, e grosso palo, nel quale fussero fatti i disegni delli alzamenti, ed abbassamenti della superficie del lago nello spazio di due, o tre giorni. Io allora non mi volli impegnare, nè dire risolutamente il mio senso, potendomi essere da varj accidenti conturbato; ma dissi bene (stante quello, che ho dimostrato, e particolarmente quello, che ho avvertito di sopra intorno al lago di Perugia) che inclinava grandemente a pensare, che questi alzamenti, ed abbassamenti sarebbero riusciti impercettibili, e di niuna considerazione, e però, che, quando l' esperienza avesse avuto il riscontro della ragione, non mi pareva che tornasse il conto continuare nelle dispute, ed altercazioni, le quali poi riuscissero, come si suol dire, de lana caprina. (a)

Finalmente importando molto la cognizione di quanto può operare una pioggia continua per molti giorni nel rialzare questi laghi, voglio aggiungere quì la copia d' una lettera scritta da me a' giorni passati al Sig. Galileo Galilei primo Filosofo del Serenis. Gran Duca di Toscana, nella quale spiego un certo mio pensiero in questo mio proposito, e forse da questa stessa lettera verrà maggiormente confermato quanto ho detto di sopra.

CO-

(a) Il lago di cui quì si parla, è quel di Bientina, nel quale scolano le acque di alcuni poggi della Toscana, e sboccano molti torrenti del Lucchese. Questi scolava in Arno per la Serezza vecchia, che è un fosso scavato per mezzo la Pianura di Bientina, ed altre Comunità: A questo fosso si portavano l'acque di detta pianura, e per agevolarne lo scolo quando il fosso era gonfio, s'impediva per mezzo di cateratte l' ingresso all' acque del lago, come accenna pure il Castelli. Ma opponendosi a questa operazione i possessori delle campagne danneggiate dall' alzamento dell' acque del lago, in alcuni tempi privo di scolo, furon divise per sempre queste acque, ed altro canale fu scavato lungo le radici de' poggi, detto la Serezza nuova, per lo scolo del Lago; e la Serezza vecchia fu chiusa dalla parte del Lago, e riserbata unicamente per lo scolo della pianura. E quantunque fossero scavati altri scoli particolari per comodo de' terreni adiacenti, e per la conservazione di questo canale, in poco tempo si rese esso in parte frigido, restando il pelo delle sue acque inferiore al pelo delle piene ordinarie dell' Arno, che ivi si mantengono alte per molti giorni: Onde nella visita dell' anno 1740. fu proposto di scolar l'acque di questo antico canale per mezzo d' una botte sotterranea in un fosso da scavarsi in Arnaccio; e non essendo poi questo progetto per diversi motivi stato eseguito, fu preso il partito di migliorare la pianura con rimettere in uso la Serezza vecchia, espurgando, ed allargandone l' alveo, aprendo di nuovo la bocca non solo verso Arno, ove scola la detta Serezza vecchia, ma l' altra bocca ancora dalla parte del Lago ad oggetto di prender da questo nuova acqua, che impedisca nel canale le deposizioni degli scoli camparecci, ed affine ancora di facilitare quella piccola navigazione dal Lago fino all' Arno. E per render durevole insieme, e adattato a' sopraddetti oggetti lo stato di questo canale, si sono munite le due mentovate bocche di cateratte, che negano opportunamente, e concedono all' acque il passaggio.

COPIA DI LETTERA

Al Sig. Galileo Galilei Primo Filosofo del Sereniſſimo Gran-Duca di Toſcana.

Molt' Illuſtre, ed Eccellentiſs. Signore.

PEr ſodisfare a quanto promiſi a V. S. molt' Illuſtre con le paſſate mie di rappreſentarle certa mia conſiderazione fatta ſopra il lago Traſimeno, le dico. Che a' giorni paſſati ritrovandomi in Perugia, dove ſi celebrava il noſtro Capitolo Generale, avendo inteſo che il lago Traſimeno, per la gran ſiccità di molti meſi era abbaſſato aſſai, mi venne curioſità di andare a riconoſcere occultamente queſta novità, e per mia particolare ſodisfazione, ed anco per potere riferire a' Padroni il tutto con la certezza della viſione del luogo. E così giunto all' emiſſario del lago, ritrovai, che il livello della ſuperficie del lago era sbaſſato cinque palmi romani in circa dalla ſolita ſua altezza, in modo, che reſtava più baſſo della ſoglia dell' imboccatura dell' emiſſario, quanto è lunga ——————— la ſopra poſta linea, e però non uſciva dal lago punto di acqua, con grandiſſimo incomodo di tutti i Paeſi, e Caſtelli circonvicini, per riſpetto, che l' acqua ſolita uſcire dal lago fa macinare 22. macini di mulini, le quali non macinando neceſſitavano tutti gli abitatori di quei contorni a camminare lontano una giornata, e più per macinare al Tevere. Ritornato, che fui in Perugia, ſeguì una pioggia non molto groſſa, ma continovata aſſai, ed uniforme, quale durò per iſpazio di otto ore in circa: e mi venne in penſiero di volere eſaminare, ſtando in Perugia, quanto con quella pioggia poteva eſſere creſciuto, e rialzato il lago, ſupponendo (come aveva aſſai del probabile) che la pioggia foſſe univerſale ſopra il lago, ed uniforme a quella, che cadeva in Perugia; e così preſo un vaſo di vetro di forma cilindrica, alto un palmo in circa, e largo mezzo palmo, ed avendogli infuſa un poco d' acqua, tanto, che copriſſe il fondo del vaſo, notai diligentemente il ſegno dell' altezza dell' acqua del vaſo, e poi l' eſpoſi all' aria aperta a ricevere l' acqua della pioggia, che ci caſcava dentro, e lo laſciai ſtare per iſpazio d' un ora, ed avendo oſſervato, che nel detto tempo l' acqua ſi era alzata nel vaſo quanto la ſeguente linea —— conſiderai, che ſe io aveſſi eſpoſti alla medeſima pioggia altri ſimili, ed eguali vaſi, in ciaſcheduno di eſſi ſi ſarebbe rialzata l' acqua, ſecondo la medeſima miſura: e pertanto concluſi, che ancora in tutta l' ampiezza del lago era neceſſario, che l' acqua ſi foſſe

rial-

rialzata nello spazio d' un ora la medesima misura. Quì però mi sovvennero due difficoltà, che potevano intorbidare, ed alterare un tale effetto, o almeno renderlo inosservabile, le quali poi considerate bene, e risolute, mi lasciarono, come dirò più a basso, nella conclusione ferma, che il lago doveva essere cresciuto nello spazio di otto ore, che era durata la pioggia, otto volte tanto. E mentre io di nuovo esponendo il vaso, stava replicando l' operazione, mi sopravvenne un Ingegnero, per trattar meco di certo interesse del nostro Monastero di Perugia, e ragionando con esso li mostrai il vaso dalla finestra della mia camera, esposto in un cortile, e li comunicai la mia fantasia, narrandogli tutto quello, che io aveva fatto. Allora m' avvidi, che questo galantuomo formò concetto di me, che io fossi di assai debole cervello: imperocchè sogghignando disse: Padre mio v' ingannate, io tengo, che il lago per questa pioggia non sarà cresciuto, nè meno quant' è grosso un giulio. Sentendolo io pronunziare questa sua sentenza con gran franchezza, e risoluzione, li feci istanza, che mi assegnasse qualche ragione del suo detto, assicurandolo, che io averei mutato parere alla forza delle sue ragioni: ed egli mi rispose, che aveva grandissima pratica del lago, e che ogni giorno ci si trovava sopra, e che era molto ben sicuro, che non era cresciuto niente. E facendoli io pure istanza, che mi assegnasse qualche ragione del suo parere, mi mise in considerazione la gran siccità passata, e che quella pioggia era stata come un niente per la grand' arsura: alla qual cosa io risposi. Signore, io pensava, che la superficie del lago, sopra del quale era cascata la pioggia fosse bagnata, e che però non vedeva, come la siccità sua, ch' era nulla, potesse aver sorbito, per così dire, parte nessuna della pioggia. In ogni modo persistendo egli nella sua opinione, senza punto piegarsi per lo mio discorso, mi concedè alla fine (cred' io per farmi favore) che la mia ragione era bella, e buona, ma che in pratica non poteva riuscire. Allora per chiarire il tutto, feci chiamar uno, e di lungo lo mandai alla bocca dell' emissario del lago, con ordine, che mi portasse precisamente ragguaglio, come si trovava l' acqua del lago, in rispetto alla soglia della imboccatura. Ora quì, Signor Galileo, non vorrei, che V. S. pensasse, che io mi avessi accomodata la cosa fra le mani per stare sù l' onor mio; ma mi creda (e ci sono testimoni viventi) che ritornato in Perugia la sera il mio mandato, portò relazione, che l' acqua del lago cominciava a scorrere per la cava, e che si trovava alta sopra la soglia, quasi un dito; in modo, che congiunta questa misura con quella, che misurava prima la bassezza della superficie del lago sotto la soglia avanti la pioggia, si vedeva, che l' alzamento del lago cagionato dalla pioggia era stato a capello quelle quattro dita, che io aveva giudicato. Due giorni

ni dopo abbattutomi di nuovo con l' Ingegnero, li raccontai tutto il fatto, e non seppe che replicarmi.

Le due difficoltà poi, che mi erano sovvenute potenti a conturbarmi la mia conclusione, erano le seguenti. Prima considerai, che poteva essere, che spirando il vento dalla parte dell' emissario alla volta del lago, averebbe caricata la mole, e la massa dell' acqua del lago verso le riviere opposte, sopra delle quali alzandosi l' acqua si sarebbe sbassata all' imboccatura dell' emissario, e così sarebbe oscurata assai l' osservazione. Ma questa difficoltà restò totalmente sopita dalla grande tranquillità dell' aria, che si conservò in quel tempo, perchè non spirava vento da parte nessuna, nè mentre pioveva, nè meno dopo la pioggia.

La seconda difficultà, che mi metteva in dubbio l' alzamento era, che avendo io osservato costì in Firenze, ed altrove quei pozzi, che chiamano smaltitoi, nei quali concorrendo le acque piovane de i cortili, e case, non li possono mai riempire, ma si smaltisce tutta quella copia d' acqua, che sopravviene per le medesime vene, che somministrano l' acqua al pozzo, in modo, che quelle vene, che in tempo asciutto mantengono il pozzo, sopravvenendo altra copia d' acqua nel pozzo, la ribevono, e l' ingoiano. Così ancora un simile effetto poteva seguire nel lago, nel quale ritrovandosi (come ha del verisimile) diverse vene, che mantengono il lago, queste stesse vene averebbero potuto ribevere la sopravvenente copia d' acqua per la pioggia, e in cotal guisa annichilare l' alzamento, ovvero scemarlo in modo, che si rendesse inosservabile. Ma simile difficoltà risolsi facilissimamente con le considerazioni del mio trattato della misura dell' acque correnti; imperocchè avendo io dimostrato, che l' abbassamento di un lago alla velocità del suo emissario ha reciprocamente la proporzione, che ha la misura della sezione dell' emissario del lago alla misura della superficie del lago: facendo il conto, e calcolo, ancora alla grossa, con supporre, che le vene sue fossero assai ample, e che la velocità dell' acqua per esse fosse notabile nell' inghiottir l' acqua del lago, in ogni modo ritrovai, che per ingoiare la sopravvenuta copia d' acqua per la pioggia, si sarebbero consumate molte settimane, e mesi: di modo, che restai sicuro, che sarebbe seguito l' alzamento, come in effetto è seguito.

E perchè diversi di purgato giudizio mi hanno di più posto in dubbio questo alzamento, mettendo in considerazione, che essendo per la gran siccità, che aveva regnato, disseccato il terreno, poteva essere, che quella striscia di terra, che circondava gli orli del lago, ritrovandosi secca, assorbendo gran copia d' acqua del crescente lago, non lo lasciasse crescere in altezza. Dico pertanto, che se noi considereremo bene questo dubbio, che viene proposto, nella medesima considerazione lo ritro-

troveremo risoluto; imperocchè, concedasi, che quella striscia di spiaggia di terreno, che verrà occupata dalla crescenza del lago sia un braccio di larghezza intorno intorno al lago, e che per essere secca s' inzuppi d' acqua, e però questa porzione d' acqua non cooperi all' altezza del lago: conviene altresì in ogni modo, che noi consideriamo, che essendo il circuito dell' acqua del lago trenta miglia, come si tiene comunemente, cioè novantamila braccia Fiorentine di circuito; e pertanto ammettendo per vero, che ciaschedun braccio di questa striscia beva due boccali d' acqua, e che di più per l' allagamento suo ne ricerchi tre altri boccali, averemo, che tutta la copia di questa porzione d' acqua, che non viene impiegata nell' alzamento del lago, sarà quattrocento cinquanta mila boccali d' acqua, e ponendo, che il lago sia sessanta miglia riquadrate, tremila braccia lunghe, troveremo, che per dispensare l' acqua occupata nella striscia intorno al lago, sopra la superficie totale del lago, doverà essere distesa tanto sottile, che un boccale solo d' acqua venga sparso sopra a dieci mila braccia riquadrate di superficie: sottigliezza tale, che bisognerà, che sia molto minore di una foglia d' oro battuto, ed anco minore di quel velo d' acqua, che circonda le bollicine della stessa acqua: e tanto sarebbe quello, che si dovesse detrarre dall' alzamento del lago; ma aggiungasi di più, che nello spazio di un quarto d' ora del principio dalla pioggia, tutta quella striscia si viene ad inzuppare dalla stessa pioggia, in modo che non abbiamo bisogno per bagnarla, di impiegarci punto di quell' acqua, che casca nel lago. Oltre che noi non abbiamo posto in conto quella copia d' acqua, che scorre in tempo di piogge nel lago dalla pendenza de i poggi, e monti, che lo circondano, la quale sarà sufficientissima per supplire a tutto il nostro bisogno: Di modo che, nè meno per questo si doverà mettere in dubbio il nostro preteso alzamento. E questo è quanto mi è occorso intorno alla considerazione del lago Trasimeno.

Dopo la quale, forse con qualche temerità inoltrandomi troppo, trapassai ad un altra contemplazione, la quale voglio rappresentare a V. S. sicuro, che ella la riceverà, come fatta da me con quelle cautele, che sono necessarie in simili materie, nelle quali non dobbiamo assicurarci di affermare mai cosa nessuna di nostro capo per certa, ma tutto dobbiamo rimettere alle sane, e sicure deliberazioni di Santa Madre Chiesa, come io rimetto questa mia, e tutte l' altre, prontissimo a mutarmi di sentenza, e conformarmi sempre con le deliberazioni de i Superiori. Continuando dunque il mio di sopra spiegato pensiero, intorno all' alzamento dell' acqua nel vaso di sopra adoperato, mi venne in mente, che essendo stata la sopra mentovata pioggia assai debole, poteva molto bene intravvenire, che cadesse una pioggia cinquanta, e cento, e mille volte mag-

maggiore di questa, e molto maggiore ancora intensivamente (il che sarebbe seguito, ogni volta, che quelle gocciole cadenti fossero state quattro, o cinque, o dieci volte più grosse di quelle della sopra nominata pioggia, mantenendo il medesimo numero) ed in tal caso è manifesto, che nello spazio di un' ora, si alzerebbe l' acqua nel vaso due, e tre braccia, e forse più; e conseguentemente quando seguisse una pioggia simile sopra un lago, ancora quel tal lago si alzerebbe secondo l' istessa misura. E parimente, quando una simile pioggia fosse universale intorno a tutto il globo terrestre, necessariamente sarebbe intorno intorno al detto globo, nello spazio d' un' ora, un alzamento di due, e di tre braccia. E perchè abbiamo dalle sacre memorie, che al tempo del diluvio, piovve quaranta giorni, e quaranta notti, cioè per ispazio di 960. ore, è chiaro, che quando detta pioggia fosse stata grossa dieci volte più della nostra di Perugia, l' alzamento delle acque sopra il globo terrestre sarebbe arrivato, e passato un miglio; oltre che le preminenze de' poggi, e de i monti, che sono sopra la superficie terrestre, concorrerebbero ancora esse a far crescere l' alzamento. E pertanto conclusi, che l' alzamento delle acque del diluvio tiene ragionevole convenienza con i discorsi naturali, delli quali so benissimo, che le verità eterne delle divine carte non hanno bisogno; ma in ogni modo mi par degno di considerazione così chiaro riscontro, che ci da occasione di adorare, ed ammirare le grandezze di Dio nelle grand' opere sue, potendole ancora noi talvolta in qualche modo misurare con le scarse misure nostre.

Moltissime notizie ancora si possono dedurre dalla medesima dottrina, le quali tralascio, perchè ciascheduno da se stesso le potrà facilmente intendere, fermata bene, che averà questa massima; che non è possibile pronunziare niente di certo intorno alla quantità dell' acqua corrente, con considerare solo la semplice misura volgare dell' acqua senza la velocità, siccome per lo contrario; chi tenesse conto solamente della velocità senza la misura commetterebbe errori grandissimi; imperocchè trattandosi della misura dell' acqua corrente, è necessario, essendo l' acqua corpo, per formare concetto della sua quantità, considerare in essa tutte tre le dimensioni, cioè, larghezza, profondità, e lunghezza: le prime due dimensioni sono osservate da tutti nel modo comune, ed ordinario di misurare le acque correnti; ma viene tralasciata la terza dimensione della lunghezza, e forse tal mancamento è stato commesso, per essere riputata la lunghezza dell' acqua corrente in un certo modo infinita, mentre non finisce mai di passare, e come infinita è stata giudicata incomprensibile, e tale, che non se ne possa avere determinata notizia, e pertanto non è stato di essa tenuto conto alcuno; ma se noi più attentamente faremo riflessione alla considerazione nostra della velocità dell'

 acqua,

acqua, ritroveremo, che tenendosi conto di essa, si tiene conto ancora della lunghezza, conciossiacosachè, mentre si dice, la tale acqua di fonte corre con velocità di fare mille, o due mila canne per ora, questo in sostanza non è altro, che dire, la tale fontana scarica in un' ora un acqua di mille, o due mila canne di lunghezza. Sicchè, sebbene la lunghezza totale dell' acqua corrente è incomprensibile, come infinita, si rende però intelligibile a parte a parte nella sua velocità. E tanto basti per ora di avere avvertito intorno a questa materia, con isperanza di spiegare in altra occasione altri particolari più reconditi nel medesimo proposito.

DIMOSTRAZIONI GEOMETRICHE

Della Misura dell' Acque Correnti, di Don Benedetto Castelli Monaco Cassinense, e Mattematico di Papa Urbano VIII.

SUPPOSIZIONE I.

INtendasi, che le sponde de' fiumi, de' quali si parla, sieno erette al piano della superficie superiore del fiume.

SUPPOSIZIONE II.

Intendasi il piano del fondo del fiume, del quale si tratta, essere retto alle sponde del fiume.

SUPPOSIZIONE III.

Intendasi trattarsi de' fiumi, mentre sono bassi in quello stato di bassezza, ovvero mentre sono alti in quello stato di altezza, e non nel transito dalla bassezza all' altezza, ovvero dall' altezza alla bassezza.

DICHIARAZIONE DE' TERMINI.

Primo.

Se un fiume sarà segato da un piano retto alla superficie dell' acqua del fiume, ed alle sponde del fiume, quel piano segante chiamasi sezione del fiume: e questa sezione per le supposizioni di sopra sarà parallelogrammo rettangolo.

Se-

Secondo.

Sezioni egualmente veloci si diranno quelle, per le quali l' acqua corre con eguale velocità: e più veloce, o men veloce si dirà quella sezione di un'altra, per la quale l' acqua corre con maggiore, o minor velocità.

PRONUNZIATO I.

Le sezioni eguali, ed egualmente veloci scaricano quantità d' acqua eguale in tempi eguali.

PRONUNZIATO II.

Le sezioni egualmente veloci, e che scaricano quantità d' acqua eguale in tempi eguali, saranno eguali.

PRONUNZIATO III.

Le sezioni eguali, e che scaricano eguale quantità di acqua in tempi eguali, saranno egualmente veloci.

PRONUNZIATO IV.

Quando le sezioni sono ineguali, ma egualmente veloci, la quantità dell' acqua, che passa per la prima sezione alla quantità, che passa per la seconda, averà la medesima proporzione, che la prima sezione alla seconda sezione. Il che è manifesto, perchè, essendo la stessa velocità, la differenza dell'acqua, che passa, sarà secondo la differenza delle sezioni.

PRONUNZIATO V.

Se le sezioni saranno eguali, e di ineguale velocità, la quantità dell' acqua, che passa per la prima, a quella, che passa per la seconda, averà la medesima proporzione, che ha la velocità della prima sezione alla velocità della seconda sezione. Il che pure è manifesto, perchè, essendo eguali le sezioni, la differenza dell' acqua, che passa, depende dalla velocità.

DOMANDA.

Data una sezione di fiume, che ce ne possiamo immaginare un' altra eguale alla detta di diversa larghezza, ed altezza, ed anco velocità.

PROPOSIZIONE I.

Le sezioni del medesimo fiume scaricano eguali quantità d' acqua in tempi eguali, ancorchè le sezioni medesime sieno disuguali. Fig. 13. Tav. III.

Sieno due sezioni A, e B, nel fiume C, corrente da A, verso B, dico

dico, che scaricheranno eguali quantità d' acqua in tempi eguali: imperocchè, se maggiore quantità d' acqua passasse per A, di quello che passa per B, ne seguirebbe, che l' acqua nello spazio intermedio del fiume C, crescerebbe continuamente, il che è manifestamente falso; ma se più quantità di acqua uscisse per la sezione B, di quello che entra per la sezione A, l' acqua nello spazio intermedio C, anderebbe continuamente scemando, e si abbasserebbe sempre, il che pure è falso: adunque la quantità dell' acqua, che passa per la sezione B, è eguale alla quantità dell' acqua, che passa per la sezione A, e però le sezioni del medesimo fiume scaricano, ec. Il che si doveva dimostrare.

PROPOSIZIONE II.

Se saranno due sezioni di fiumi: la quantità dell' acqua, che passa per la prima, a quella, che passa per la seconda, ha la proporzione composta delle proporzioni della prima sezione alla seconda, e della velocità per la prima, alla velocità per la seconda. Fig. 14. Tav. III.

Sieno due sezioni A, e B di due fiumi; dico, che la quantità dell' acqua, che passa per A, a quella, che passa per B, ha la proporzione composta delle proporzioni della prima sezione A, alla sezione B, e della velocità per A, alla velocità per B. Intendasi una sezione eguale alla sezione A, in grandezza, ma di velocità eguale alla sezione B, e sia G; e facciasi come la sezione A, alla sezione B, così la linea F, alla linea D, e come la velocità per A, alla velocità per B, così la linea D, alla linea R. (*Pron. V.*) Adunque l' acqua, che passa per A, a quella, che passa per G (per essere le sezioni A, e G, di grandezza eguali, ma di velocità diseguali) sarà come la velocità per A, alla velocità per G; ma come la velocità per A, alla velocità per G, così è la velocità per A, alla velocità per B, cioè la linea D, alla linea R: adunque la quantità dell' acqua, che passa per A, alla quantità, che passa per G, sarà come la linea D, alla linea R; (*Pron. IV.*) ma la quantità, che passa per G, a quella, che passa per B, (per essere le due sezioni G, e B egualmente veloci) sarà come la sezione G, alla sezione B, cioè come la sezione A, alla sezione B, cioè, come la linea F alla linea D; adunque per la eguale, e perturbata proporzionalità, la quantità dell' acqua, che passa per A, a quella, che passa per B, averà la medesima proporzione, che ha la linea F, alla linea R: ma F, a R, ha la proporzione composta delle proporzioni di F, a D, e di D, a R, cioè della sezione A, alla sezione B, e della velocità per A, alla velocità per B; adunque ancora la quantità d' acqua, che passa per la sezione A, a quella, che passa per la sezione B, averà la proporzione composta delle proporzioni della sezione A, alla sezione B, e della velocità per A, alla velocità per B, e

però

però se saranno due sezioni di fiumi, la quantità dell' acqua, che passa per la prima, ec. Il che si doveva dimostrare.

COROLLARIO.

Il medesimo segue, ancorchè la quantità dell' acqua, che passa per la sezione A, sia eguale alla quantità dell' acqua, che passa per la sezione B, come è manifesto per la medesima dimostrazione.

PROPOSIZIONE III.

Se saranno due sezioni ineguali, per le quali passino quantità d' acque eguali in tempi eguali, le sezioni hanno fra di loro reciproca proporzione delle loro velocità. Fig. 15. Tav. III.

Sieno due sezioni ineguali, per le quali passino quantità d' acque eguali in tempi eguali; A la maggiore, e B la minore: dico che la sezione A, alla sezione B, averà la medesima proporzione, che reciprocamente ha la velocità per B, alla velocità per A. Imperocchè sia come l' acqua, che passa per A, a quella, che passa per B, così la linea E, alla linea F; adunque per essere la quantità di acqua, che passa per A, eguale a quella, che passa per B, ancora la linea E sarà eguale alla linea F. Intendasi di più, come la sezione A, alla sezione B, così la linea E, alla linea G, e perchè la quantità dell' acqua, che passa per la sezione A, a quella, che passa per la sezione B, ha la proporzione composta delle proporzioni della sezione A, alla sezione B, e della velocità per A, alla velocità per B, adunque la linea E alla linea F, averà la proporzione composta delle medesime proporzioni, cioè della proporzione della sezione A, alla sezione B, e della velocità per A, alla velocità per B; ma la linea E alla linea G, ha la proporzione della sezione A, alla sezione B; adunque la proporzione rimanente della linea G, alla linea F, sarà la proporzione della velocità per A, alla velocità per B, adunque ancora la linea G, alla linea E, sarà come la velocità per A, alla velocità per B, e convertendo, la velocità per B, alla velocità per A, sarà come la linea E alla linea G, cioè, come la sezione A, alla sezione B, e però, se saranno due sezioni, ec. che si doveva dimostrare.

COROLLARIO.

Di qui è manifesto, che le sezioni del medesimo fiume (le quali non sono altro, che le misure volgari del fiume) hanno fra di loro reciproca proporzione delle loro velocità; imperocchè nella prima proposizione, si è dimostrato, che le sezioni del medesimo fiume scaricano eguali quantità d' acqua in tempi eguali; adunque per quello, che s' è dimostrato ora, le sezioni del medesimo fiume averanno reciproca pro-

porzione delle loro velocità, e però la medesima acqua corrente muta la misura, quando muta la velocità, cioè cresce di misura, mentre scema la velocità, e scema la misura, quando cresce la velocità.

Dalla qual cosa principalmente depende tutto quello, che si è detto di sopra nel discorso, e ne' Corollari, ed Appendici notate, e però è punto degno d'essere bene inteso, ed avvertito.

PROPOSIZIONE IV.

Se un fiume entrerà in un altro fiume, l'altezza del primo nel proprio alveo all'altezza, che farà nel secondo alveo, ha la proporzione composta delle proporzioni della larghezza dell'alveo del secondo alla larghezza dell'alveo del primo, e della velocità acquistata nell'alveo del secondo a quella, che aveva nel proprio, e primo alveo. Fig. 16. Tav. III.

Entri il fiume A B, alto quanto A C, e largo quanto C B, cioè con la sezione A C B, entri dico in un altro fiume largo quanto la linea E F, e faccia in esso l'alzamento D E, cioè abbia la sua sezione nel fiume, nel quale è entrato, D E F; dico che l'altezza A C, all'altezza D E, ha la proporzione composta delle proporzioni della larghezza E F, alla larghezza C B, e della velocità per D F, alla velocità per A B. Intendasi una sezione G eguale di velocità alla sezione A B, e di larghezza, eguale alla E F, la quale porti una quantità d'acqua eguale a quella, che porta la sezione A B, in tempi eguali, ed in conseguenza eguale a quella, che porta la D F; facciasi di più come la larghezza E F, alla larghezza C B, così la linea H, alla linea I; e come la velocità di D F, alla velocità di A B, così la linea I, alla linea L: perchè dunque le due sezioni A B, e G, sono egualmente veloci, e scaricano eguale quantità di acqua in tempi eguali, saranno sezioni eguali, e però l'altezza di A B, all'altezza di G, sarà come la larghezza di G, alla larghezza di A B, cioè come E F, a C B, cioè come la linea H, alla linea I; ma perchè l'acqua, che passa per G, è eguale a quella, che passa per D E F, però la sezione G, alla sezione D E F, averà la proporzione reciproca della velocità per D E F, alla velocità per G; ma (a) ancora l'altezza di G, all'altezza D E, è come la sezione G alla sezione D E F, adunque l'altezza di G all'altezza D E, è come la velocità per D E F, alla velocità per G, cioè come la velocità per D E F, alla velocità per A B, cioè finalmente come la linea I, alla linea L; adunque per la eguale proporzione l'altezza di A B, cioè A C, all'altezza D E, sarà come H, ad L, cioè composta delle proporzioni della larghezza E F, alla larghezza C B, e della velocità per D F, alla velocità per A B: sicchè, se un fiume entrerà in un altro fiume, &c. che si doveva dimostrare.

PRO-

(a) Prop. 1. del 6. d'Eucl.

PROPOSIZIONE V.

Se un fiume ſcaricherà una quantità d' acqua in un tempo, e poi gli ſopravverrà una piena: la quantità dell' acqua, che ſi ſcarica in altrettanto tempo nella piena a quella che ſi ſcaricava prima, mentre il fiume era baſſo, ha la proporzione compoſta delle proporzioni della velocità della piena, alla velocità della prima acqua, e dell' altezza della piena all' altezza della prima acqua. (Fig. 17. Tav. III.)

Sia un fiume, il quale mentre è baſſo, ſcorra per la ſezione A F, e poi li ſopravvenga una piena, e ſcorra per la ſezione D F, dico che la quantità dell' acqua, che ſi ſcarica per D F, a quella, che ſi ſcaricava per A F, ha la proporzione compoſta delle proporzioni della velocità per D F, alla velocità per A F, e dell' altezza D B, all' altezza A B; facciaſi come la velocità per D F, alla velocità per A F, così la linea R, alla linea S, e come l' altezza D B, all' altezza A B, così la linea S, alla linea T, ed intendaſi una ſezione L N, eguale alla D F, di altezza, e larghezza, cioè ſia L M, eguale alla D B, ed M N, eguale alla B F, ma ſia in velocità eguale alla ſezione A F: adunque la quantità d' acqua, che ſcorre per D F, a quella, che ſcorre per L N, ſarà come la velocità per D F, alla velocità per L N, cioè alla velocità per A F; e per eſſere la linea R, alla S, come la velocità per D F, alla velocità per A F; adunque la quantità, che ſcorre per D F, a quella, che ſcorre per L N, averà la proporzione di R, a S; ma la quantità, che ſcorre per L N, a quella, che ſcorre per A F, (per eſſere le ſezioni egualmente veloci) averà la proporzione, che ha la ſezione L N, alla ſezione A F, cioè D B, a B A, cioè la S, alla T: adunque per la egual proporzione la quantità dell' acqua, che ſcorre per D F, a quella che ſcorre per A F, averà la proporzione di R, a T, cioè compoſta delle proporzioni dell' altezza D B, all' altezza A B, e della velocità per D F, alla velocità per A F: e però ſe un fiume ſcaricherà una quantità &c. che ſi doveva dimoſtrare.

ANNOTAZIONE

Il medeſimo ſi potrebbe dimoſtrare per la ſeconda propoſizione di ſopra dimoſtrata, come è manifeſto.

PROPOSIZIONE VI.

Se due piene eguali del medeſimo torrente entreranno in un fiume in diverſi tempi, l' altezze fatte dal torrente nel fiume averanno fra di loro la proporzione reciproca delle velocità acquiſtate nel fiume. (Fig. 18. Tav. III.)

Sieno due piene eguali del medeſimo torrente A, e B, le quali entra-

trando in un fiume in diversi tempi facciano le altezze CD, e FG, cioè la piena A, faccia l' altezza CD, e la piena B, faccia l' altezza FG, cioè sieno le loro sezioni nel fiume, nel quale sono entrate, CE, FH; dico che l' altezza CD, all' altezza FG, averà la proporzione reciproca della velocità per FH, alla velocità per CE. Imperocchè essendo la quantità di acqua, che passa per A, eguale alla quantità che passa per B, in tempi eguali, ancora la quantità che passa per CE, sarà eguale a quella che passa per FH, e però la proporzione, che ha la sezione CE, alla sezione FH, sarà la medesima, che della velocità per FH, alla velocità per CE; ma la sezione CE, alla sezione FH, è come CD, a FG, per essere della stessa larghezza: adunque CD, a FG, averà la proporzione reciproca della velocità per FH, alla velocità per CE: e però se due piene del medesimo torrente, &c. che si doveva dimostrare.

DEL-

DELLA MISURA DELL' ACQUE CORRENTI DI D. BENEDETTO CASTELLI

Abate di S. Benedetto Aloisio, Mattematico di Papa Urbano VIII. e Professore dello Studio di Roma.

LIBRO SECONDO.

AVendo io nel fine del mio Trattato della Misura dell' acque correnti, promesso di spiegare con altra occasione altri particolari più reconditi, e di grandissimo momento nell' istessa materia; vengo a sodisfare alla promessa, coll' occasione, che io ho avuto l' anno passato 1641. di proporre il mio pensiero sopra lo stato de' Lagumi di Venezia, negozio veramente importantissimo, come che è interesse della nobilissima, e maravigliosa Città di Venezia, ed in particolare di tutta l'Italia, anzi di tutta l' Europa, e dell' Asia, e dell' Affrica, e si può dire con verità di tutto il Mondo intero. E dovendo camminare coll' ordine necessario nelle scienze, proporrò prima alcune definizioni di quei termini, de' quali ci doveremo servire nel nostro discorso; e poi, posti alcuni fondamenti, dimostreremo alcuni Problemi, e Teoremi necessarj per l' intelligenza delle cose, che si doveranno dire, ed altresì col racconto di diversi casi seguiti, mostreremo colla pratica di quant' utile sia questa contemplazione della misura dell' acque correnti, e ne' maggiori negozi importanti, pubblici, e privati.

DEFINIZIONI.

I. Muoversi due fiumi con egual velocità si diranno, quando in tempi eguali passano spazj eguali di lunghezza.

II. Muoversi i fiumi con simile velocità si diranno, quando le loro parti proporzionali si muoveranno similmente, cioè le superiori alle superiori, e l' inferiori all' inferiori, in modo, che se la parte superiore d' un fiume sarà più veloce della parte superiore d' un altro, ancora la parte inferiore del primo, sia più veloce della parte sua corrispondente del secondo proporzionatamente.

III. Mi-

III. Misurare un fiume, ovvero un'acqua corrente, appresso di noi si dirà investigare quante determinate misure, ovvero pesi d' acqua in un dato tempo passino per lo fiume, ovvero alveo dell'acqua, che si dee misurare.

IV. Se sarà fatta una macchina di fabbrica, o di pietra, o di legno composta in modo, che due lati di essa macchina sieno collocati ad angoli retti all' estremità d' un terzo lato, il quale sia assettato nel fondo del fiume, parallelo all'Orizzonte, in modo che tutta l' acqua, che scorre per lo detto fiume, passi per questa macchina, e venendo divertita tutta l'acqua, che scorre per lo detto fiume, rimanga scoperta, e asciutta affatto la superficie superiore di quel terzo lato, posto nel fondo, e non vi resti sopra l' acqua morta; questa tal macchina sarà da noi chiamata Regolatore; quel terzo lato della macchina, che sta orizzontalmente, si chiama fondo del regolatore; e gli altri due lati si chiameranno sponde del regolatore, come si vede nella Fig. 19. Tav. III.; A B C D sarà il regolatore; B C il fondo; e gli altri due lati A B, C D sono le sue sponde.

V. Altezza viva del fiume si dirà la perpendicolare dalla superficie superiore del fiume sino alla superficie superiore del fondo del regolatore, come nella medesima figura la linea I H.

VI. Se s' intenderà segnata l' acqua d' un fiume per tre lati d' un regolatore, quel parallelogrammo rettangolo compreso dalle sponde del regolatore, ed il fondo, e dalla superficie dell' acqua, si chiama sezione del fiume.

ANNOTAZIONE.

Quì è da notare, che il fiume medesimo può avere varie, e diverse altezze, e in diverse parti del suo alveo, per le varie velocità dell' acqua, e sue misure, come si è dimostrato nel primo Libro.

SUPPOSIZIONE.

I. Si suppone, che i fiumi eguali di larghezza, ed altezza viva, che abbiano la medesima inclinazione di letto, debbano ancora avere eguali velocità, levati però gl' impedimenti accidentali, sparsi per lo corso dell' acqua, e astraendo ancora dalli venti esterni, i quali possono velocitare, e ritardare il corso dell' acqua del fiume.

II. Supponiamo ancora, che se saranno due fiumi di letti eguali di larghezza, e della medesima inclinazione, ma d' altezze vive diseguali, debbano muoversi con simili velocità, conforme al senso esplicato nella seconda definizione.

III. Perchè frequentemente occorrerà misurare esattamente il tempo ne'

ne' Problemi seguenti, noi supponiamo per esquisito modo di misurare il tempo, quello che mi fu mostrato molt' anni sono dal Sig. Galileo Galilei, il quale è come segue.

Debbesi prendere un filo lungo tre piedi Romani, a capo del quale sia appesa una palla di piombo di due, o tre once in circa, e tenendolo sopra l' altro estremo, si rimuova il piombino dal suo perpendicolo un palmo, o più, o meno, e si lasci andar libero, che farà molte andate, e ritornate, passando, e ripassando il perpendicolo, avanti, che in esso si fermi. Or occorrendo misurare il tempo, che si consuma in qualunque operazione, si debbano numerare quelle vibrazioni, che si fanno, mentre dura l' opera, e saranno tanti minuti secondi d' ora, quando però il filo sia lungo tre piedi Romani, (*a*) ma ne' fili più corti le vibrazioni sono più frequenti, e ne' fili più lunghi sono meno frequenti, e tutto questo segue sempre, o sia il piombo rimosso dal suo perpendicolo, molto, o poco, o sia maggiore, o minore il peso del piombo.

Presupposte queste cose, passiamo ad alcuni Problemi facilissimi, dalli quali verremo alle cognizioni, e questioni più sottili, e curiose, che riusciranno ancora utili, e non disprezzabili in questa materia d' acque.

PROPOSIZIONE I. PROBLEMA I.

Dato un canale d' acqua corrente, la larghezza del quale passando per un regolatore, sia di tre palmi, e di altezza un palmo, poco più, o meno, misurare, che acqua passi per lo regolatore in un dato tempo. Prima si doverà intestare il canale, sicchè non resti punto d' acqua per l' intestatura, poi si doveranno mettere nella ripa del canale nelle parti sopra il regolatore, tre, o quattro, o cinque canne ritorte, o sifoni, secondo la quantità dell' acqua, che scorre per lo canale, in modo, che bevano, o cavino fuor del canale tutta l' acqua, che porta il canale (ed allora si conoscerà, che li sifoni ingoiano tutta l' acqua, quando vedremo, che l' acqua all' intestatura non si alza più, nè si sbassa, ma si mantiene sempre nell' istesso livello.) Preparate queste cose, prendendo l' istrumento da misurare il tempo, esamineremo la quantità dell' acqua, che esce da uno di quei sifoni nello spazio di 20. vibrazioni, ed il simile faremo ad uno, ad uno degli altri sifoni, e poi raccolta tutta la somma, diremo, che tanta è l' acqua, che corre, e passa per lo regolatore, ovvero canale (levata, che sia l' intestatura) nello spazio di 20. minuti secondi d' ora, e calcolando facilmente si ridurrà ad ore, giorni, mesi, ed anni; e mi è riuscito misurare in questo modo acque di mulini, e fontane,

(*a*) Affinchè ciascuna vibrazione sia d' un minuto secondo, la lunghezza del filo, misurata dal centro della palla al punto di sospensione, deve essere piedi parigini 3. e linee 8. $\frac{1}{2}$ prossimamente, ovvero Braccia a panno Fiorentine 1. 14. 1 $\frac{33}{43}$.

tane, e mi sono assicurato bene della giustezza, con replicar più volte l' opera medesima.

CONSIDERAZIONE.

E questo modo doverebbe essere adoperato per misurar l' acque, che si debbono incondottare, e condurre nelle Città, e ne' Castelli per fontane, e per poter poi dividere, e distribuire a' particolari giustamente; che si leverebbero infinite liti, e controversie, che ogni giorno vengono in queste materie.

PROPOSIZIONE II. PROBLEMA II.

Se un fiume movendosi con una tal velocità per un suo regolatore, averà una data altezza viva, e poi per nuova acqua crescerà il doppio, crescerà ancora il doppio di velocità.

Sia l' altezza viva d' un fiume (*Fig. 20. Tav. III.*) nel regolatore A B C D, la perpendicolare E B, e poi per nuova acqua sopravvenuta al fiume, si sia alzata l' acqua fino in G, sicchè G B sia doppio di E B, dico, che tutta l' acqua G C, sarà il doppio di velocità di quella, che era E C.

Non si mette la dimostrazione della proposta, perchè da lettere scritte dall' Autore ad amici, costa non essersi sodisfatto, e che non intendeva di pubblicarla senza una più salda dimostrazione, la quale sperava di conseguire. Ma prevenuto dalla morte non potè dare, nè a questa, nè al rimanente del secondo libro l' ultima mano. Onde si è stimato più opportuno il tralasciarla, che il contravvenire alla mente dell' Autore. E ciò serva ancora di avviso a coloro, che si trovassero aver copia manoscritta di questo libro con la detta dimostrazione. Per ora si contenti il Lettore della notizia di così bella, e utile conclusione, della verità della quale egli può con poca spesa, e con molto diletto venire in sicurezza per mezzo dell' esperienza da farsi in modo simile a quello, che viene spiegato nel secondo Corollario della quarta Proposizione di questo, con la sua Tavola, ed appresso con l' uso di essa. (a)

CO-

(a) Di questa proposizione non si ha finora alcuna dimostrazione concludente: L' addotta dal Borelli è un manifesto paralogismo, come si noterà a suo luogo. L' esperienza però in molti casi ci convince della verità di questa proposizione: Oltre l' esperienze del Castelli, altra ne fece il Barattieri in un acquedotto, ed altra il Cassioi, quali tutte stabiliscono, le velocità seguitare la ragione dell' altezze. Della stessa ragione si servì ancora il celebre Montanari, assicurato pur esso probabilmente da non dissomiglianti esperimenti. Il Guglielmini, e dipoi altri Mattematici crederono aver luogo ne' fiumi altra legge, e precisamente quella, che si osserva nell' acque che escono da' fori de' vasi, cioè; le velocità essere in ragione subduplicata dell' altezze: E finalmente l' Autore del *Ragguaglio di una scrittura intitolata: Compendio, ed esame del libro pubblicato in Modena col titolo: Effetti dannosi, che produrrà il Reno, se sia messo in Po di Lombardia*, avendo replicate l' esperienze del Castelli, in un canale però lungo piedi $2.\frac{1}{2}$, largo 11 linee, trovò, che le quantità dell' acqua erano prossimamente come le radici quadrate de' cubi dell' altezze, cioè

COROLLARIO.

Di quì ſegue, che quando un fiume creſce d' altezza viva per nuova acqua ſopravvenutagli, creſce ancora di velocità, in modo, che la velocità alla velocità ha la medeſima proporzione, che l' altezza viva all' altezza viva, come ſi può dimoſtrare nel modo medeſimo.

PROPOSIZIONE III. PROBLEMA III.

Dato un canale d' acqua, la cui larghezza non ecceda 20. palmi in circa, e la ſua altezza viva ſia meno di 5. palmi, miſurare la quantità dell' acqua, che ſcorre per lo canale per un dato tempo.

Adat-

---

cioè l' altezze eſſere proſſimamente in ragione duplicata ſubtriplicata delle quantità, e ciò nel canale inclinato non meno, che nell' orizzontale. Nella viſita del Po del 1721. fu calato nel Po un vaſo di latta, in una ſponda del quale era un foro, che aperto a qualunque altezza, riceveva l' acqua: Dalle quantità di queſta, che in un tempo determinato vi s' introduceva liberamente, ſi pretendeva dedurre la velocità del fiume, a qualunque profondità. Tali eſperimenti replicati a diverſe altezze, diedero le quantità dell' acqua in ragione ſubduplicata dell' altezze: E ripetuti nella Foſſa Poleſella, che è un canale molto meno veloce del Po, ſi ebbe da eſſi contro l' eſpettazione la medeſima proporzione, che da quelli fatti nel Po ſi era avuta. Dal che ſi potè dedurre, che tali eſperimenti non potevano ſtabilire ſicuramente la ragione delle velocità attuali, ma che ſolamente accennavano la legge di quella velocità, che convienſi al fluido per la diſceſa, o preſſione, come ſe e' foſſe ſtagnante, quale in parte ridurſi doveva negli addotti eſperimenti per l' oppoſizione della parete del vaſo. Lo Zendrini eſaminando le velocità dell' acqua corrente per mezzo della palla, le ritrovò ſeguitare differenti ragioni ſecondo la maggiore, o minor velocità dell' iſteſſe acque, cioè la ſettuplicata dimezzata delle altezze, ſe il moto dell' acqua è molto intenſo, ſe la palla cioè, immerſa alla profondità di 5. piedi, faccia un angolo di 70. gradi, ed alzata un piede alla volta l' angolo diminuiſcaſi di 10. gradi per ogni piede; ſicchè finalmente alla profondità di un ſolo piede, l' angolo ſia ſolamente di 40. gradi: Quella de' quadrati dell' altezze, ſe il maſſimo arco ſia 66. gradi, ed il minimo 39., e che la differenza per ogni immerſione ſia di 8. in 9. gradi: La triplicata dimezzata dell' altezze, ſe l' angolo maſſimo ſia di gradi 64., il minimo di 39., e le differenze degli archi di 8. in 9. gradi: La ragion ſemplice dell' altezze, ſe l' angolo maſſimo di 50., il minimo di 30., e le differenze ſieno per ogni immerſione di 5. in 6. gradi: La duplicata ſubtriplicata, ſe il maſſimo angolo ſia 41. il minimo 15., e le differenze di 4. in 5.: Finalmente la ſubduplicata, ſe l' angolo maſſimo ſia 24. gradi, il minimo 2., e le differenze di gradi 1. ſino a 3.

Il Sig. Gennettè in un piccolo trattato ſtampato in Parigi nel 1760. ha preteſo con alcune eſperienze di moſtrare, che raddoppiata la quantità dell' acqua corrente di un canale, l' altezza reſti invariabile per l' aumento della velocità; triplicandola, l' altezza creſca di $\frac{1}{48}$, ed altrettanto nuovamente accreſciuta, creſca l' altezza di $\frac{1}{24}$, e così per ſucceſſivi eguali accreſcimenti di nuova acqua, creſca l' altezza $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{9}$, ec. onde *la velocità del fiume* (ſono parole di Gennettè) *creſca ſecondo gl' incrementi dell' acqua, meno* $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, ec. *di tutta l' acqua del fiume attuale, che ritarda, e cauſa l' alzamento*. Ma gli eſperimenti del Sig. Gennettè eſſendo molto ſoſpetti, e di più ritrovati falſi dal dottiſſimo Sig. Bonatti, che in preſenza di molti riſpettabili perſonaggi volle in Roma ripetergli, noi non diremo di più ſopra di eſſi; e reſterà in conſeguenza tuttora dubbia la proporzione, con cui creſcono ne' canali d' acqua corrente le velocità, e converrà in pratica indagarla coll' immediata oſſervazione per mezzo della palla nel modo, che ſarà eſpoſto altrove, o valerſi della ragione del Caſtelli, che è la ſemplice dell' altezze, la quale, ove l' altezze non ſieno grandi, non ſi dilunga molto dal vero; o dell' altra, che ſtabiliſce le velocità in ragione delle radici dell' altezze, propoſta dal Guglielmini; quale per vero dire ne' fiumi alti, e più veloci, più della prima ritrovaſi corriſpondere all' eſperienza.

Adattisi nel canale un regolatore, ed osservisi l' altezza viva nel detto regolatore, poi sia divertita dal canale con canaletto di tre, o quattro palmi di larghezza in circa; poi si misuri la quantità dell' acqua, che scorre per detto canaletto, come si è insegnato nella seconda proposizione, e insieme si osservi minutamente, quanto sarà scemata l' altezza viva nel canale maggiore, mediante la diversione del canaletto, e fatte tutte queste diligenze moltiplichisi in se medesima l' altezza viva del canale maggiore: e parimente si moltiplichi in se medesima l' altezza minore dello stesso canale maggiore, e detratto il quadrato minore dal maggiore, il residuo a tutto il quadrato maggiore averà la proporzione, che ha l' acqua del canaletto divertito all' acqua del canale maggiore. E perchè l' acqua del canaletto è nota per lo modo dimostrato nella prima Proposizione, ed essendo ancora noti i termini della proporzione, sarà nota anco per la regola aurea la quantità dell' acqua, che scorre per lo canale maggiore, che era quello, che si desiderava di sapere. Con un esempio dichiareremo il tutto.

Sia per esempio un canale largo 15. palmi, la sua altezza viva avanti la sua diversione del canaletto sia 24. once, ma dopo la diversione sia l' altezza viva del canale solo 22. once. Adunque l' altezza minore alla maggiore è come il numero 11. a 12. ma il quadrato di 11. è 121. e il quadrato di 12. è 144., la differenza di detti quadrati minore al maggiore, è 23. Adunque l' acqua divertita a tutta l' acqua è come 23. a 144. che è quasi di 1. a 6. e sei ventitreesimi, e tale proporzione averà la quantità dell' acqua, che scorre per lo canaletto a tutta l' acqua, che scorre per lo canale grande. Ora se noi ritroveremo per la regola detta di sopra nella prima proposizione, che la quantità dell' acqua, che scorre per lo canaletto sia v. gr. cento barili, nello spazio di 15. minuti secondi d' un ora, è manifesto, che l' acqua, che scorre per lo canale grande nell' istesso tempo di 15. minuti secondi sarà quasi 600. barili.

La medesima operazione in altro modo.

E perchè bene spesso nell' applicare la teorica alla pratica, interviene, che non si possan così facilmente mettere in esecuzione tutti i particolari necessari in teorica, perciò aggiungeremo quì un altro modo di far la medesima operazione, quando nascesse caso, che non si potesse divertire comodamente il canaletto dal canal grande, ma sibbene fosse facile venire al canal maggiore l' acqua d' un altro canaletto minore, il qual potesse facilmente esser misurato, come si è mostrato nel primo Problema, o veramente quando il caso fosse, che nel canal maggiore entrasse un canaletto minore, che potesse esser divertito, e misurato. Però dico nel primo caso, volendo noi misurare la quantità dell' acqua,

cqua,

cqua, che scorre in un tempo nel canal maggiore, nel quale si possa introdurre un altro canaletto minore misurabile, si doverà prima esattamente misurare il canaletto, e poi osservare l' altezza viva del canale maggiore, avanti l' introduzione; e fatta che sarà l' introduzione, si doverà di nuovo investigare la proporzione, che ha l' acqua del canaletto a tutta l' acqua del canal grande, perchè essendo noti questi termini della proporzione, ed essendo nota la quantità dell' acqua del canaletto, averemo nota ancora la quantità dell' acqua, che scorre per lo canal grande. Parimente è manifesto, che s' averà l' intento, quando il caso fosse, che nel canal grande entrasse un canaletto minore misurabile, e che si potesse divertire.

CONSIDERAZIONE.

Di questa dottrina sarebbe necessario servirsi nella distribuzione dell' acque, che scemano per adacquare le campagne, come si usa nel territorio Bresciano, Cremonese, Bergamasco, Lodigiano, Milanese, e molti altri luoghi, dove di continuo nascono liti, e differenze gravissime, quali non potendosi mai terminare con ragioni intelligibili, vengono bene spesso a forza d' armi terminate, ed in vece d' innaffiar le campagne coll' acque, l' innaffiano crudelmente col sangue umano sparso, mettendo empiamente sossopra la pace, e la giustizia, seminando discordie, ed inimicizie tali, che portano seco alle volte la rovina delle Città intere, o le aggravano inutilmente di vanissime spese, e talvolta dannose.

PROPOSIZIONE IV. TEOREMA IV.

Quando un fiume cresce d' altezza viva, la quantità dell' acqua, che scarica il fiume, fatta la crescenza, a quella, che scaricava avanti la crescenza, ha la proporzione composta delle proporzioni dell' altezza viva all' altezza viva, e della volocità, alla velocità. *Fig. 17. Tav. III.*

Sia un fiume, il quale mentre è basso scorre per lo regolatore D F coll' altezza viva A B, e poi gli sopravvenga una piena, e scorra coll' altezza D B; dico, che la quantità dell' acqua, che si scarica per D F a quella, che si scarica per A F, ha la proporzione composta delle proporzioni della velocità per D F alla velocità per A F, e dell' altezza D B all' altezza A B. Facciasi come la velocità per D F alla velocità per A F, così la linea R alla linea S, e come l' altezza D B all' altezza A B, così la linea S alla linea T; ed intendasi una sezione L M N eguale alla sezione D F di altezza, e lunghezza, ma sia in velocità eguale alla sezione A F: adunque la quantità d' acqua, che scorre per D F, a quella, che scorre per L N, sarà come la velocità per D F, alla velocità di L N, cioè alla velocità per A F, e per esser la linea R alla linea S,

co-

come la velocità per D F alla velocità per A F; adunque la quantità dell' acqua, che scorre per D F, a quella, che passa per L N, averà la proporzione, che ha la R a S; ma la quantità dell' acqua, che scorre per L N, a quella, che scorre per A F (per essere le sezioni egualmente veloci) averà la proporzione, che ha la sezione L N alla sezione A F, cioè l' altezza B D all' altezza B A, cioè S a T; adunque per l' egual proporzione la quantità dell' acqua, che scorre per D F, a quella, che scorre per A F averà la proporzione di R a T, cioè composta delle proporzioni dell' altezza D B. all' altezza A B, e della velocità per D F, alla velocità per A F; e però quando un fiume cresce d' altezza viva, la quantità dell' acqua, che scorre, fatta la crescenza, a quella, che scorre avanti la crescenza, ha la proporzione composta, ec. Che è quello, che si doveva dimostrare.

COROLLARIO I.

Segue da questo, che avendo noi mostrato, che la quantità dell' acqua, che scorre, mentre il fiume è alto a quella, che scorreva mentre era basso, ha la proporzione composta della velocità alla velocità, e dell' altezza all' altezza; ed essendosi dimostrato, che la velocità alla velocità è come l' altezza all' altezza, segue dico, che la quantità dell' acqua, che scorre quando il fiume è alto a quella, che scorre mentre è basso, ha duplicata proporzione dell' altezza all' altezza, cioè la proporzione, che hanno i quadrati dell' altezze.

COROLLARIO II.

Dalle quali cose dipende la ragione di quello, che ho detto nella mia seconda considerazione, che se per la diversione di 5. a 9. dell' acqua, che entra da' fiumi nella laguna, l' acqua si è abbassata una tal misura, quella sarà un terzo solo di tutta l' altezza, ma divertendo di più gli altri quattro noni si sbasserà due altri terzi; punto principalissimo, e tale, che non essendosi mai inteso, ha causato grandissimi disordini, ed ora più che mai sarebbe seguito danno notabilissimo, se si metteva in esecuzione la diversione del Sile, e degli altri fiumi, ed è manifesto, che nel medesimo modo, con il quale si è dimostrato, che crescendo la quantità dell' acqua in quadruplo, l' altezza crescerebbe solo il doppio, e crescendo la quantità nel nonuplo, l' altezza cresce tripla; sicchè con aggiungere alle unità tutti i numeri dispari secondo la loro serie, l' altezze crescono secondo la serie naturale di tutti i numeri dell' unità, come per esempio, passando per un regolatore una tal misura d' acqua in un tempo, aggiungendo tre di tali misure, l' altezza viva è due di queste parti, che prima era uno, e continuando ad aggiunger 5. di quell' istesse

isteſſe miſure, l' altezza è tre di quelle parti, che prima erano 1. e così aggiungendo 7. e poi 9. e poi 11. e poi 13. ec. l' altezze ſaranno 4. poi 5. poi 6. poi 7. ec. e per maggior facilità dell' opera, abbiamo deſcritta la ſeguente tavola, della quale dichiareremo l' uſo. Si è diviſa la tavola in tre ſerie di numeri: la prima ſerie contiene tutti li numeri nella ſerie naturale, cominciando dall' unità, ed è chiamata ſerie dell' altezze; la ſeconda contiene tutti li numeri diſpari, cominciando dall' unità, e ſi chiama ſerie dell' aggiunte; la terza contiene tutti i numeri quadrati, cominciando dall' unità, e ſi chiama ſerie della quantità.

Altezze	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Aggiunte	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
Quantità	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121

Uſo della ſuddetta Tavola.

I. Prima ſe intenderemo diviſa tutta l' altezza viva d' un fiume d' acqua corrente in quante parti eguali ſi voglia, deſiderando noi sbaſſare mediante una diviſione un quinto, troviſi nella tavola alla ſerie dell' altezze il numero 5. denominatore della parte, che ſi dee sbaſſare il fiume, e prendaſi il numero, che gli è immediatamente ſottopoſto nella ſerie dell' aggiunte, che è 9. il quale ſi ſottragga dal numero 25. ſottopoſtoli nella ſerie della quantità, il reſiduo 16. ſignifica, che delle 25. parti d' acqua, che ſcorrevano nel fiume, mentre era alto 5. miſure, ne ſcorrono ſolo 16. parti, talchè per farlo sbaſſare un terzo, è ſtato neceſſario levare 9. venticinqueſimi dall' acqua, che portava tutto il fiume, di modo, che con levare poco più di un terzo dell' acqua del fiume, ſi è sbaſſato ſolo un quinto.

II. E così nel ſecondo luogo, ſe per lo contrario ſi deſideraſſe ſapere quanta acqua ſi debba aggiungere al medeſimo fiume per farlo creſcere un terzo di più d' altezza, ſicchè cammini alto nel regolatore 6. di quelle parti, che prima ne camminava alto 5., ſi trovi nella ſerie dell' altezza 6., e prendendoſi il numero 11. ſottopoſtoli, ed aggiunto al numero 25. ſuppoſto al numero 9. nell' aggiunte, e 5. nell' altezze, che ſi averà 36. che è la quantità dell' acqua, che ſcorre coll' altezza del fiume, alto 6. parti di quelle, che prima era alto 5.

III. Ma quando ſi deſideraſſe ſapere quant' acqua ci biſogni aggiungere per fare rialzare il fiume, ſicchè corra alto 8. parti di quelle, che prima ne correva alto 5. ſi debbono prendere in una ſomma i numeri della ſerie dell' aggiunte, ſottopoſti all' 8. al 7. al 6., che ſono 15. 13.

e 11. cioè 39., questa sarà l' aggiunta, che si dee fare alli 25. sicchè per far correre il fiume alto 8. di quelle parti, che prima era 5., sarà necessario aggiungere 39. di quelle parti, che il fiume prima era 25.

IV. Parimente con la medesima tavola è in pronto la quantità dell' acqua, che scorre di tempo in tempo per un fiume, il quale cresca per nuova acqua, che gli sopraggiunge, quando in una sua altezza sia nota la quantità della sua acqua; come per esempio; se noi sapessimo, che il fiume in un minuto d' ora scarica 2500. di tali misure d' acqua, e corre alta 5. parti nel regolatore, e dopo vedessimo, che corre alta 8. palmi, ritrovando nella serie della quantità il numero sottoposto all' 8. che è 64., diremo, che il fiume rialzato porta 64. parti d' acqua di quelle, che vi portava prima 25., e perchè prima ne portava 2500. misure, per la regola aurea, diremo, che il fiume porta 6400. misure di quelle, che prima vi portava 2500.

In questo progresso della Natura, è cosa veramente curiosa, e che ha del Paradosso in prima faccia, che procedendo noi ordinatamente nelle diversioni, ed aggiunte con aggiunte, e diversioni tanto ineguali, in ogni modo gli sbassamenti sempre riescono eguali, e così gli alzamenti; e chi direbbe mai, che camminando un fiume alto v. gr. dieci palmi, e portando cento misure in un minuto d' ora, si debba sbassare un palmo solo colla diversione di 19. di quelle misure, e poi che il negozio si riduca a segno, che si sbassi pure un palmo, colla diversione di tre sole di quelle stesse misure, anzi colla diversione d' una sola misura? e pure è verissimo, ed ha questa verità così chiara i riscontri nell' esperienza, che è cosa da stupire. Ed io per piena sodisfazione di quelli, quali non potendo restar capaci delle sottili dimostrazioni, desiderano chiarirsi con i fatti, e veder con gli occhi corporali, e toccar colle mani, dove non arrivi l' intelletto, e la ragione; voglio aggiunger quì un altro modo assai facile di ridurre tutti ad una esperienza, la quale si può fare in piccolo, in grande, e in grandissimo, del quale io mi servo frequentemente con maraviglia di chi lo vede.

Io ho preparato 100. sifoni, o vogliam dire canne ritorte, tutte eguali, e postele al labbro d' un vaso, nel quale si mantiene l' acqua con un istesso livello (o lavorino tutte le canne, o qualsivoglia numero di loro) collocate le bocche, dalle quali esce l' acqua, tutte al medesimo livello parallelo all' orizzonte, ma più basso del livello dell' acqua del vaso, e raccolta tutta l' acqua cadente da i sifoni in un altro vaso più basso, l' ho fatta scorrere per un canale, inchinando in modo, che mancando l' acqua da i sifoni, il canale rimane affatto senz' acqua asciutto.

E fatto questo, misurai l' altezza viva del canale diligentemente, e poi lo divisi in 10. parti eguali precisamente, e facendo levare via 19.

di

di quelli sifoni, in modo, che pel canale non scorreva acqua, se non di 81. di quei sifoni, di nuovo osservai l' altezza viva dell' acqua nel medesimo sito osservato di prima, e trovai che l' altezza sua era scemata la decima parte precisamente di tutta la sua prima altezza, e così seguitando a levare 17. altri sifoni, l' altezza era pure scemata un decimo di tutta la prima sua altezza viva, e provando a levare 15. sifoni, poi 13. poi 11. e poi 9. e poi 7. poi 5. e poi 3., sempre in queste diversioni fatte ordinatamente, come si è detto, ne seguiva ogni sbassamento di un decimo di tutta l' altezza.

E quì fu cosa degna d' esser osservata, che crescendo l' acqua per detto canale, la sua altezza viva era diversa in diversi siti del canale, cioè sempre minore, quanto più s' avvicinava alla sboccatura, con tutto ciò lo sbassamento seguiva in tutti i luoghi proporzionatamente, cioè in tutti i siti scemava la prima parte dell' altezza di quel sito; e di più usciva l' acqua dal canale sparsa in campo più largo, dal quale pure avendo diversi esiti, e bocche, in ogni modo ancora in quella larghezza le altezze vive s' andavano variando, e mutando con le medesime proporzioni. Nè quì mi fermai nell' osservazione, ma essendo scemata l' acqua, che usciva da' sifoni, e rimastone un solo, che gettava acqua, osservai l' altezza viva, che faceva ne' sopraddetti siti (la quale era pure un decimo di tutta la prima altezza) aggiungasi all' acqua di quel sifone l' acqua di tre altri sifoni, sicchè tutta l' acqua era di 4. sifoni, ed in conseguenza quadrupla della prima acqua, ma l' altezza viva era solamente il doppio, ed aggiungendo cinque sifoni l' altezza viva si fece tripla, e con aggiungere sette sifoni l' altezza cresceva il quadruplo, e così coll' aggiunta di 9. cresceva il quintuplo, e coll' aggiunta di 11. cresceva il sestuplo, e coll' aggiunta di 13. cresceva il settuplo, e coll' aggiungere 15. l' ottuplo, e coll' aggiungere di 17. il nonuplo, e finalmente aggiungendo 19. sifoni, sicchè tutta l' acqua era centupla dell' acqua d' un sifone solo, in ogni modo l' altezza viva di tutta quest' acqua era solamente decupla della prima altezza congiunta dall' acqua, che usciva da un solo sifone.

Per più chiara intelligenza del tutto ho fatta la *Fig.* 21. *Tav. III.* nella quale abbiamo la bocca A, che mantiene l' acqua del vaso B C nell' istesso livello, ancorchè di continuo esca: al labbro del vaso sono posti 25. sifoni, e se ne possono mettere molti più, divisi in cinque classi D E F G H, che sono la prima D di un solo sifone, la seconda E di 3. sifoni, la terza F di 5. la quarta G di 7. la quinta H di 9. e si può intendere la sesta di 11. la settima di 13. sifoni, e così le altre classi continenti tutti in numeri dispari conseguenti di mano in mano (noi siamo contenti di rappresentare nella figura solamente le 5. dette classi, per fuggire la confusione) l' acqua raccolta D E F G H, la quale scorre per

 lo

lo canale I K L, e trabocca nella larghezza M N O P, e tanto basti per esplicazione di questa esperienza.

PROPOSIZIONE V. PROBLEMA III.

Dato qualsivoglia fiume di qualsivoglia grandezza, esaminare la quantità dell' acqua, che scorre per lo fiume in un dato tempo. Dalle cose dette di sopra nelli due primi Problemi precedenti, potremo risolvere ancora questo, che ora abbiamo per le mani, e ciò si farà con divertire prima dal fiume grande un canale grosso misurabile, come s'insegna nel secondo Problema, ed osservare lo sbassamento del fiume, cagionato dalla diversione del canale, e ritrovare la proporzione, che ha l' acqua del canale a quella del fiume, e poi si misuri l' acqua del canale, per lo secondo Problema, e s'operi, come sopra, che si averà l' intento.

CONSIDERAZIONE.

E sebbene pare, che possa riuscire difficilmente, e quasi impossibile servirsi del numero regolatore, quando s' averà a misurare l' acqua di qualche fiume grosso, ed in conseguenza sarebbe impossibile, ovvero difficilissimo ridurre in pratica la Teorica del primo Problema, con tuttociò direi, che simili concetti grandi di misurare l' acqua d' un fiume grosso, non debbono cascare in mente se non di persone grandi, e Principi potenti, alli quali s' aspetta per loro gravi interessi fare simili inquisizioni, come sarebbe quì in Italia delli fiumi del Tevere, Velino, Chiana, Arno, Serchio, Adige, ne' quali pare veramente difficile applicare il regolatore per ritrovare in retto l' altezza viva del fiume, ma perchè in simili occorrenze alle volte tornerebbe il conto far qualche spesa, per venire in esatta, e vera cognizione della quantità dell' acqua, che porta quel fiume, la qual cognizione si farebbe per isfuggire forse poi altre spese maggiori, che si farebbero spesso vanamente, e non sarebbe l' origine de' disgusti, che nascono alle volte anco tra i medesimi Principi. Per tanto stimo, che sarà bene mostrare ancora il modo di servirsi del regolatore in questi fiumi grandi, ne' quali se noi apriremo bene gli occhi, ne ritroveremo de' belli e fatti senz' altra spesa, e fatica, che basteranno al nostro bisogno.

Imperocchè sopra simili fiumi si fanno delle traverse, ovvero steccate di fabbrica, per fare rialzare l' acque, e divertirle in servizio de' Mulini, o altro. Ora in tali casi basta accomodare alli due estremi delle steccate due Pilastri, o di legno, o di fabbrica, quali con il fondo della steccata formino il nostro regolatore, con il quale potremo fare la nostr' opera desiderata, anzi il canale istesso divertito servirà senza fare altra diversione, nè unione. Ed insomma quando i negozj vengano maneggia-

ti

ti da persona di giudizio, si potranno ancora valere di altri modi, e partiti secondo l' occasioni, delle quali sarebbe troppo lungo il trattare, e però basterà questo poco, che si è accennato.

CONSIDERAZIONE II.

Dalle cose dichiarate, se saranno ben intese, si caveranno molti comodi, ed utili, non solo nel divider l' acque correnti per gl' infiniti usi, che hanno nel far lavorare macine di mulini, cartiere, fabbriche, polveri d' archibusi, peste di riso, ferriere, macine da olio, di mortella, seghe di legnami, conce di pelli, gualche, filatori, ed altri simili edificj; ma ancora d' ordinar canali navigabili, divertire fiumi, e canali d' acque per terminare le grandezze de' condotti per fontane. Nelle quali occorrenze si fanno errori grandi con perdite di grosse spese, non essendo alle volte sufficienti i canali, ed i condotti fatti a portar l' acque destinate, ed alle volte facendosi maggiori del bisogno, quali disordini saranno fuggiti, se l' Ingegnero instruito delle sopraddette cose, e quando s' aggiungesse a queste notizie la cognizione della Filosofia, e Mattematica, conforme a quello, che altamente ha penetrato il Sig. Galileo, e dopo lui passando più oltre il Sig. Evangelista Torricelli Mattematico del Serenissimo Gran Duca di Toscana, il quale sottilmente, e maravigliosamente tutta questa materia del moto ha trattato, allora si verrebbe in notizia di notizie particolari curiose nelle teoriche, ed utilissime nelle pratiche, che giornalmente occorrono in queste materie.

E per mostrare in fatti di quant' utilità sieno queste notizie, ho stimato bene inferire in questo luogo le considerazioni fatte da me sopra la Laguna di Venezia, e rappresentate in pieno coll' esperienza dell' anno passato 1641. essendo Doge della predetta Repub. il Serenis. Erizzo. Ritrovandomi dunque a Venezia in detto anno, fui ricercato dall' Illustris. ed Eccellentis. Sig. Gio. Basadonna Senatore di gran merito, e valore, che io dovessi dire ingenuamente il mio parere intorno allo stato della Laguna di Venezia (a), e dopo aver trattato con sua Eccellenza più volte,

 final-

(a) Erasi l' aria di Venezia resa così infetta, che una parte di essa si era spopolata, e bene spesso era attaccata da mortifere epidemie. Nelle Lagune inoltre incominciavasi a scoprire il terreno, onde a gran ragione si temeva perderne in breve la navigazione. Sopra un affare per quella Repubblica di tanto rilievo furono consultati i più celebri Mattematici, e tra questi il Castelli, il Montanari, il Guglielmini; de' quali il primo attribuì lo scoprimento del terreno alla diversione fatta dalle Lagune di alcuni fiumi, che in esse avevano la foce: Supponeva egli, che deviate l'acque di questi, diminuita si era insieme l' altezza dell' acqua corrente della Laguna, e conseguentemente il flusso dell' acqua nelle bocche de' Porti, e secondo i principj da esso stabiliti la velocità pure, e la forza, onde sollevare, e rimuovere quelle materie, che il mar vi portava: L' aria malsana, e l' epidemie, effetti diceva egli essere delle putride esalazioni, che si sollevavano dal terreno rimaso scoperto: Consigliava pereiò, che non si proseguisse a divertire dalla Laguna il rimanente de' fiumi, che vi sboccavano;

finalmente ebbi ordine di distendere il tutto in iscrittura, qual' avendola poi letta privatamente, il medesimo Signore ne diede parte ancora privatamente al Serenissimo Principe, ed ebbi ordine di rappresentarla a pieno Collegio, come feci del Mese di Maggio, l' anno medesimo, e fu come segue.

CON-

vano; ma che anzi vi si riconducessero i già divertiti. Giusto era il raziocinio del Castelli nell' ipotesi che gl' interriment. della Laguna dipendessero principalmente dalle materie, che il mare vi trasportava: ma dipendendo essi al contrario dalle torbe depositate ivi da' fiumi; e dal miscuglio dell' acque salse colle dolci essendo prodotte l' epidemie, il progetto del Castelli non era plausibile in tal occasione; ed in fatti, proseguita fortunatamente da quel saggio Senato la diversione di tutti i fiumi dalle Lagune secondo il sentimento degli altri due insigni uomini Montanari, e Guglielmini, che più del Castelli aveano esaminate le Lagune di Venezia, si ottenne quanto poteasi desiderar mai da uman progetto; la salubrità cioè dell' aria nella Città, e la sicurezza insieme delle Lagune dagl' interrimenti.

Lo Zendrini nella Prefazione del suo libro, *Leggi, e Fenomeni, regolazioni, ed usi dell' acque correnti*, non dissimula di essersi sdegnato in leggere la Prefazione della prima Edizione della nostra Raccolta, e contro l' Autore di essa Prefazione, e contro il progetto del Castelli. Così Egli: *Chi ha prodotti questi sensi, o non ha veduto mai le Lagune di Venezia, o le ha vedute senza punto farvi sopra la minima considerazione, e come si dice, di solo passaggio. Se parliamo de' prognostici del Castelli, da esso fatti quando stavasi per divertir il Sile, niuno se n' è avverato, mentre quella diversione ha bene avuto lo svantaggio di esser imperfetta in riguardo a se stessa, ed alle campagne vicine, non in rapporto alle Lagune, dalle quali restò il detto fiume divertito: nè dessa ha che fare nè poco nè molto con le nostre navigazioni, nè con que' Porti, ch' effettivamente dal Mare ce la introducono: nè tampoco i Periti che l' hanno consigliata hanno avuto in animo di far acquisti, o bonificazioni di terreni, come con palpabile errore viene detto, non essendo il Sile nè capace di farle attesa la natura delle proprie acque, nè le situazioni nelle quali fu divertito sono in stato di riceverle, nè il Principe di tolerarle, comecchè formano per lungo tratto la conterminazione de' suoi Estuarj, legge inviolabile essendo di lasciar il tutto con acque, e palustre.*

Dell' aria poscia e chi mai negherà, che quella di Venezia, dacchè furono scacciati i fiumi dalle Lagune, che l' ammorbavano, ed inducevano nell' inclita Città frequenti, e contumacissime epidemie nel sempre nocevole miscuglio delle acque dolci con le salse, non sia giunta allo stato della maggior sua perfezione? Convien ben essere affatto forestieri di questo clima per non saper ciò, e negarlo. Ma giacchè antesignano di tal erronea massima si produce il testè nominato P. A. Castelli. ec.

CONSIDERAZIONI

INTORNO ALLA LAGUNA DI VENEZIA

DI D. BENEDETTO CASTELLI

Abate di S. Benedetto Aloisio, Mattematico di Papa Urbano VIII. e Professore dello Studio di Roma.

ANcorchè una sola sia la cagione principale, dalla quale per mio parere, si minaccia rovina irreparabile alla Laguna di Venezia nel presente stato, nel quale si ritrova; contuttociò mi pare, che si possano considerare due capi; e questa considerazione per avventura ci potria servire per facilità, ed esplicazione de' rimedj opportuni, non già per rendere assolutamente immutabile, ed eterno lo stato delle cose, impresa impossibile, ed in tutto quello, che avendo avuto qualche principio dee ancora necessariamente avere il suo fine; ma almeno per allungare molte, e molte centinaia d' anni il pericolo: e forse intanto si potrebbe colla mutazione istessa incontrare più felice stato.

Io dico dunque, che in due capi mi pare, che si possa considerare il presente disordine, uno è il notabilissimo scoprimento di terreno, che si osserva in tempo di acqua bassa, la qual cosa, oltre al difficultare la navigazione per la Laguna, ed anco per i canali viene parimente a minacciare un altro danno, e disordine degno di grandissima considerazione, il quale è che riscaldando il Sole quel fango, massimamente in tempi di caldi estivi, ne solleva i vapori, e spirazioni, ed effluvj putrefatti, e perniciosi, i quali infettano l' aria, e potrebbono rendere la Città inabitabile.

Il secondo capo è l' interrimento grande, che si va facendo de i Porti, massimamente di Venezia a Malamocco, intorno alle quali materie anderò toccando in generale alcuni punti, e poi mi ridurrò alle cose piu particolari, ed importanti.

E prima dico, che reputo totalmente impossibile fare operazione nessuna, per utile, che sia, che non porti seco ancora qualche danno, e però debbesi molto bene bilanciare l' utile, ed il danno, e poi abbracciare il men dannoso partito.

 Se-

Secondariamente metto in confiderazione, che lo fcoprirfi tanto notabilmente il terreno, e i fanghi, è feguito da non molto tempo in quà, per quanto io vado intendendo da' Vecchi, che hanno memoria delle cofe da cinquanta anni addietro; la qual cofa fendo vera, come mi pare veriffima, parrebbe, che non fuffe fe non bene ridurre le cofe a quel termine, che erano prima (deponendo ogni affetto, o paffione, che gli animi adulando fe medefimi aveffero concetto intorno alle proprie deliberazioni) o almeno farà neceffario confultare preftamente il tutto.

Terzo, ftimo che fia neceffario ponderare, fe dal fuddetto fcoprimento di terreno, fegua, che folamente il terreno fi rialzi, come fi penfa da tutti comunemente, fenza controverfia; ovvero fe l'acque fi fieno sbaffate, e mancate: o pure fe procede dall'una, e dall'altra cagione, e quì occorrerebbe fapere qual parte le dette cagioni poffono avere feparatamente pure nel fuddetto effetto. Perchè nel primo cafo, quando il terreno fuffe inalzato, bifognerebbe penfare allo fcavamento, e cavamento; ma fe l'acque fuffero mancate, o sbaffate, credo, che farebbe neceffariffimo rimetterle, ed alzarle; e fe anco le ragioni cofpiraffero all'effetto, bifognerebbe refpettivamente rimediare; ed io per me ftimo, che lo fcoprirfi tanto notabilmente in tempo d'acque baffe tante fecche, proceda principalmenre dal mancamento, e sbaffamento dell'acque. la qual cofa fi può dire rifolutamente, che non abbia bifogno d'altra prova dopo che effettivamente è ftata divertita la Brenta, qual prima fcaricava la fua acqua nella Laguna.

Quanto all'altro punto dell'Interrimento de' Porti, io tengo, che tutto proceda dalla furia del mare, quale alle volte agitato da' venti, maffimamente in tempo d'acque crefcenti, và follevando dal fuo profondo moli immenfe d'arene, trafportandole col fluffo, e coll'impeto dell'onde dentro la Laguna, e non avendo dalla parte di effa forza di correnre, che le follevi, e bafti a portarle fuori, calano al fondo, che così riempiono i Porti. E che così proceda queft'effetto, ne abbiamo frequentiffime efperienze, lungo le fpiagge del Mare; ed io ho offervato in Tofcana, nella Spiaggia Romana, e nel Regno di Napoli, che quando un fiume sbocca in mare, fempre nel mare ifteffo fi ritrova nella sboccatura quafi come una mezza luna, ovvero una trinciera di radunata d'arena fotto l'acqua affai più alta, che il rimanente della fpiaggia, ed è chiamata in Tofcana il Cavallo; e quà in Venezia lo Scanto; il quale vien tagliato dalla corrente del fiume, ora dalla banda deftra, ora dalla finiftra; ed alle volte nel mezzo, fecondo che fpirano i venti verfo quel fito. Ed una fimiliffima operazione ho offervato in certi foffetti d'acque lungo il Lago di Bolfena, non con altra differenza, che dal piccolo al grande.

Ora

Ora chi confidera bene queft' effetto, vede manifeftamente, che non procede da altro, che dal contrario contrafto della corrente del fiume coll'impeto dell'onde marine, poichè quella gran copia d'arena, che di continuo il mare rigetta al lito, viene buttata nel mare dalla corrente del fiume, ed in quel fito, nel quale quei due impedimenti fi pareggiano, fi raduna fotto l'acqua l'arena, e fi fà quel trincierone, ovvero cavallo; il quale fe il fiume porterà acqua, e di confiderazione, verrà da quello tagliata, e rotta, ora in quefta parte ora in quella, come fi è detto, fecondo, che il vento fpira; e per quel canale poi fogliono sboccare i vafcelli di mare, e ricoverarfi nel fiume, come in un Porto; ma fe l'acqua del fiume non farà continua, o farà debole, in tal cafo la forza del vento marino porta tanta quantità d'arena nella bocca del porto, e del fiume, che lo ferra affatto; e di quì fi vedono poi lungo il mare moltiffimi laghi, e ftagni, i quali in certi tempi dell' anno abbondano d' acque, e gli ftagni rompono quella chiufa, e sfogano in mare.

Ora è neceffario fare fimil confiderazione ancora ne i noftri porti di Venezia, Malamocco, Bondolo, e Chiozza, quali in un certo modo non fono altro, che sboccature, aprire del lito, che fepara la Laguna dal mare vivo. e però io ftimo, che fe l'acque nella Laguna foffero abbondanti, averebbono forza di aprire bene, e con gran forza le bocche de i Porti, ma mancando l'acqua nella Laguna, in tal cafo il mare porterà fenza contrafto tanto corpo d'arena ne i Porti, che fe non gli ferrerà affatto, li renderà almeno inutili, ed impraticabili alle barche, e vafcelli groffi.

Moltiffime altre confiderazioni fi potrebbono fare intorno a quefti due capi dell' interrimento de i Porti, e dello fcoprimento de i fanghi nelle Lagune, ma ci bafterà aver toccato tanto per poter difcorrere dell' operazioni intorno a i rimedi opportuni.

Avanti però, che io venga a proporre il mio penfiero, dico, che io fo beniffimo, che la propofta mia in prima faccia parerà affurda, ed inconveniente, e però farà forfe come tale ributtata dalla maggior parte tanto più, che viene ad effere direttamente contraria a quel che finora fi è operato, e per quanto intendo fi difegna d'operare, ed io non fon tanto affezionato alle mie opinioni, che non confideri molto bene quello, che da altri può effer giudicato. Ma fia come fi voglia, debbo dire liberamente il mio fentimento, e poi lafcerò, che i più fani di me, confiderato che averanno bene le mie ragioni, giudichino, e deliberino del *quid agendum*; E quando mi fi pronunzierà la fentenza contro, appello al Tribunale gratiffimo, ed ineforabile della natura, la quale non curandofi punto di compiacere nè a quefto, nè a quello, farà fempre puntuale, ed inviolata efecutrice de' fuoi eterni decreti, contra de' quali non ave-

averanno mai forza di ribellare le deliberazioni umane, ne i vani desideri nostri. Soggiunsi in voce quello, che segue.

Metta pure la Serenità Vostra parte in questo Eccelso Collegio, e lo faccia confermare in Pregadi a tutti i voti, che i venti non spirino, che il mare non ondeggi, che i fiumi non corrano; i venti saranno sempre sordi, il mare sarà costante nell' incostanza sua, li fiumi ostinatissimi, e questi saranno i miei giudici, ed alla lor decisione mi rimetto.

Dalle cose dette mi par che resti assai chiaro, e manifesto quello, che nel principio di questo discorso ne accennai, cioè, che tutto il disordine, ancorchè sia stato diviso in due capi, nello scoprimento del terreno, e dell'interrimento de' Porti, in ogni modo con un solo rimedio aggiunto, e per quanto io stimo assai facile, sarà levato il tutto. E questo è, che si rimetta più acqua, che si può nelle Lagune, e particolarmente dalle parti superiori di Venezia, avendo riguardo, che l' acqua sia men torbida che sia possibile. E che questo sia il vero, e real rimedio de i precedenti disordini, è manifesto; imperciocchè nel passare, che farà quest' acqua per le Lagune, da per se stessa anderà scaricando i canali in varie parti di esse secondo le correnti, che anderà acquistando, e così sparsa per la Laguna manterrà l' acque nella medesima, e ne' canali assai più alte, come proverò più a basso, cosa che renderà comoda la navigazione; e quello, che più è di gran momento nel nostro negozio, resteranno sempre coperti quei fanghi, che ora in tempo d' acque basse si scoprono, in modo, che sarà rimediato ancora alla putrefazione dell' aria; E finalmente dovendo sempre sgorgare fuori nel mare per i Porti tutta questa copia d' acqua, non ho dubbio, che gli manterrà scavati i fondi. E che questi effetti debbano seguire, pare, che la natura istessa lo persuada, restando solo una difficoltà grande: se veramente quella copia d' acqua, che sarà condotta nella Laguna, possa esser sufficiente a rialzare l' acque tanto che possano mantenere coperti i fanghi, e facilitare la navigazione, che doverebbe esser almeno un mezzo braccio in circa. E veramente pare così a primo aspetto, che sia impossibile, che l' acqua sola della Brenta messa nella Laguna, e sopra di essa sparsa, possa cagionare così segnalata altezza d' acqua, e per confermare più la difficoltà si potrebbe dire, riducendo la ragione al calcolo, che quando la Brenta fusse larga quaranta braccia, ed alta due e mezzo, e la larghezza della Laguna fusse ventimila braccia, parrebbe necessario, che l' altezza dell' acqua della Brenta, sparsa, e distesa fra la Laguna non fusse se non un dugentesimo di braccio di altezza impercettibile, e che non sarebbe di niuno momento al nostro bisogno, anzi di più essendo verissimo, che la Brenta viene assai torbida, e carica, questo cagionerebbe danno grandissimo, riempiendo, e ristringendo la Laguna, e per tanto questo rimedio

dio dee essere come perniciosissimo totalmente escluso, e condannato.

Io quì confesso, che sono arrestato dalla forma dell' argomento, e quasi convinto in modo, che non ardisco di più dire, e di aprire la bocca in questa materia; ma la forza istessa dell' argomento, come fondato sopra i mezzi del calcolo Geometrico, ed Aritmetico, mi ha aperto la strada a scoprire un sottilissimo inganno, il quale nel medesimo argomento si ritrova, qual' inganno, sono per manifestare a qualsivoglia, che abbia qualche principio Geometrico, ed Aritmetico, e siccome è impossibile, che simile argomento venga introdotto se non da quelli, quali hanno gusto di queste utilissime, e necessarissime scienze in cotali materie; e così io non pretendo di farmi intendere se non da i medesimi, a i quali farò toccare con mani tanto chiaramente, che più non si può desiderare, l'errore, e l'inganno, nel quale si sono avviluppati, e tuttavia s' inviluppano quelli antichi, e moderni, che hanno in qualche modo ancora trattata questa materia di contemplare la misura, e quantità dell' acque, che si muovono. Ed è tanta la stima, che io fo di quello, che sono per dire ora intorno a questo particolare, che mi contento, che sia messo a monte tutto il restante del mio discorso, purchè sia perfettamente inteso quello, che da quì avanti sono per proporre, stimandolo io, e conoscendolo per un cardine principale, sopra del quale sia fondato tutto quello che si può dire di buono, e di bello in questo proposito. Gli altri discorsi possono avere sembiante d'esser probabili, ma questo ferisce il punto talmente, quanto si può desiderare, arrivando al sommo degli altri gradi di certezza.

Io, come rappresentai al Serenissimo Principe, ed all' Eccellentissimo Magistrato degl' Illustrissimi Savj dell'acque, ho scritto 17. anni sono un trattato della misura dell'acque che si muovono, nel quale geometricamente dimostro, e spiego questa materia, e quelli, che averanno inteso bene il fondamento del mio discorso, resteranno compitamente soddisfatti di quello, che sono ora per rappresentare. Ma acciocchè riesca più facile il tutto esplicherò quì brevemente, e spiegherò quel tanto, che nel discorso ho dimostrato, che sarà bastante al proposito nostro; e quando ciò non bastasse, abbiamo sempre l' esperienza di mezzo facilissima, e di pochissima spesa, che può chiarire il tutto. E più voglio prendere ardire di affermare, che quando bene non si facesse di presente deliberazione nessuna, intorno a questo negozio, conforme al mio parere; in ogni modo si farà una volta ne' tempi avvenire, ovvero non si facendo, le cose anderanno di male in peggio.

Per più chiara intelligenza dunque debbesi sapere, che dovendosi, come universalmente si usa, misurare l' acque d' un fiume, si prende la sua larghezza, e la sua profondità, e moltiplicate queste due dimensioni

ni insieme, si dice il prodotto esser la quantità di quel fiume, come per esempio, se un fiume sarà 100. piedi largo, e 20. piedi alto, si dirà, che quel fiume è 2000. piedi di acqua, e così se un fosso sarà 15. piedi largo, e 5. piedi alto, questo tal fosso essere 75. piedi d'acqua. E questo modo di misurare l'acqua corrente è stato adoperato dagli antichi, e da' moderni, non con altra differenza, se non che alcuni si sono serviti del piede, altri del palmo, altri del braccio, ed altri di altre misure,

Ora perchè io nell'osservare quest'acque, che si muovono, ritrovava frequentemente, che la medesima acqua del medesimo fiume, era in alcuni siti del suo alveo assai grossa, ed in altri assai minore, non arrivando talvolta alla ventesima parte, nè alla centesima di quello, che in altri siti si dimostrava; però questa maniera volgare di misurare l' acque che si muovono, come quella, che non mi dava una certa, e stabile misura, e quantità d'acqua, mi cominciò meritamente ad esser sospetta per difettosa, e manchevole, essendo sempre varia, e dovendo all'incontro la misura essere sempre determinata, ed una, e però è scritto che *Pondus, & Pondus*, misura, e misura, *utrumque abominabile est apud Deum. Exod.* Io considerava, che nel territorio di Brescia mia Patria, ed in altri luoghi, dove si dividono l'acque per adacquar le campagne, con simil modo di misurarle, si facevano errori gravissimi, ed importantissimi con gravi pregiudizj al pubblico, e privato, non intendendosi mai nè da chi compra la quantità vera di quello, che si vende, e si compra. Poichè l'istessa misura d'un quadretto, come si costuma in quelle parti, assegnato ad un particolare, portava più acqua alle volte il doppio, e triplo di quello, che faceva la medesima misura di un quadretto assegnato ad un altro; La qual cosa viene poi ad essere il medesimo disordine, come se la misura colla quale si vende, e si compra il vino, ovvero l'olio, importasse due, o tre volte più vino, o olio in una occasione che in un altra. Ora questa considerazione mi svegliò la mente, e la curiosità all'investigazione della vera misura dell'acque correnti. E finalmente coll'occasione d'un importantissimo negozio, che ebbi per le mani alcuni anni sono con grande applicazione di mente, e colla sicura scorta della Geometria, scoprii l'inganno, il quale era, che sendo noi sul maneggio d'investigar la misura dell'acque, che si muovono, ci serviamo di due dimensioni sole, cioè della larghezza, e profondità, non tenendo conto alcuno della lunghezza. E pure essendo l'acqua, benchè corrente, corpo, è necessario per formar concetto della sua quantità, in relazione ad un'altra, tener conto di tutte tre le dimensioni, cioè della lunghezza, larghezza, e profondità.

Qui mi è stata mossa una difficoltà in difesa del modo ordinario di misurare l'acque, che si muovono, contro quello, che di sopra ho considera-

derato, e propofto; e mi fu detto. E' vero, che nel mifurare un corpo, che ftia fermo, fi deono prendere tutte tre le dimenfioni; ma nel mifurare il corpo, che continuamente fi muove, come è l'acqua, la cofa non cammina del pari; imperocchè non fi può aver la lunghezza, effendo la lunghezza dell'acqua, che fi muove, infinita, come quella, che non finifce mai di fcorrere, ed in confeguenza è incomprenfibile dall' intelletto umano; e però con ragione, anzi con neceffità vien tralafciata.

Per rifpofta di quefto; dico, che nel fuddetto difcorfo, fi debbono confiderare due cofe diftintamente. La prima, fe fia poffibile formar concetto neffuno della quantità del corpo dell'acqua con due dimenfioni fole; e la feconda, fe fi poffa poi ritrovare quefta lunghezza. Quanto alla prima, io sò molto bene di ficuro, che niuno per grandiffimo ingegno, che fia, potrà mai promettere di formar concetto della quantità del corpo dell' acqua, fenza la terza dimenfione della lunghezza, e per quefto torno a replicare, che la mifura volgare di mifurare l'acqua corrente è vana, e fruftratoria. Stabilito quefto punto, vengo al fecondo, che è, fe fi poffa mifurare la terza dimenfione della lunghezza; e dico, che fe uno voleffe fapere tutta la lunghezza dell'acqua di una fontana, ovvero d'un fiume, per venire in cognizione della quantità di tutta l'acqua, li riufcirebbe imprefa impoffibile, anzi il faperla non fervirebbe; ma fe altri voleffe fapere quant' acqua porta una fontana, ovvero un fiume in un determinato tempo, d'un ora, d'un giorno, o di un mefe, &c. dico, che è poffibiliffimo, ed utiliffima inquifizione, per innumerabili utilità, che fe ne poffono cavare, importando molto fapere quant' acqua porta un canale d' acqua in un dato tempo; ed io l'ho moftrato di fopra nel principio di quefto libro; e di quefto noi abbiamo di bifogno nel negozio della Laguna, per poter determinare quanta farà l'altezza della Brenta, fparfa fopra la Laguna; perocchè date le tre dimenfioni d' un corpo, fe faranno note due dimenfioni fole, farà nota la terza. Così internandomi io più, e più in quefta confiderazione, ritrovai, che la velocità del corfo dell' acqua può effer maggiore, e minore cento volte più in una parte del fuo corfo, che nell'altra; e però febben fuffero ftate due bocche d' acqua eguali di grandezza, in ogni modo potea nafcer cafo, che una fcaricaffe cento, e mille volte più acqua che l'altra, e quefto farebbe ftato, quando l'acqua per una bocca fuffe corfa cento, e mille volte più veloce, che l' altra, poichè farebbe ftato il medefimo, che dire, che fia ftata cento, e mille volte più lunga la più veloce, che la tarda, ed a quefto modo fcoperfi, che a tener conto della velocità fi veniva a tener conto della lunghezza.

E per tanto è manifefto, che quando due bocche fcaricano la medefima quantità d' acqua in tempo eguale, con difeguale velocità, è necef-

cessario, che la bocca meno veloce sia tanto maggiore della più veloce, quanto la più veloce supera di velocità la meno veloce, come per esempio.

Se due fiumi portassero egual quantità d'acqua in tempi eguali, ma che uno di loro fusse più veloce dell'altro quattro volte, sarebbe necessario, che il più tardo fusse quattro volte più grosso. E perchè il medesimo fiume in qualsivoglia sua parte sempre scarica la medesima quantità d'acqua in tempi eguali (come si dimostra nella prima Proposizione del primo libro della Misura dell' Acque correnti) ma non già corre per tutto colla medesima velocità; di qui è, che le misure volgari dell' istesso fiume in diverse parti del suo alveo sono sempre diverse, in modo, che se un fiume camminando pel suo alveo, avesse velocità tale, che facesse 100. braccia nello spazio di un sessantesimo d'ora, e poi l' istesso fiume si riducesse a tanta tardità di moto, che nel medesimo tempo non facesse se non un braccio, sarebbe necessario, che quel tal fiume diventasse 100. volte più grosso in quel sito, dove fusse ritardato, dico 100. volte più di quello, che era nel sito, dove era più veloce. E tengasi bene in mente, che questo punto bene inteso ci aprirà l'intelletto a scoprire moltissimi accidenti degni da sapersi; ma per ora basterà solamente aver dichiarato quello che fa al proposito nostro, rimettendo gl'ingegni capaci, e studiosi allo studio del suddetto mio Trattato, perchè ci troveranno l'utile, e la dilettazione congiunti insieme.

Applicando ora tutto il nostro principale intendimento; dico, che dalle cose dichiarate è manifesto, che se la Brenta fosse larga 40. braccia, ed alta due e mezzo, in qualche parte del suo alveo, e che poi riducendosi la medesima acqua della Brenta nella Laguna, e passando per essa al mare, perdesse tanto di velocità, che non facesse se non un braccio nel tempo, nel quale mentre era nel suo alveo nel sito sopraddetto ne faceva braccia 100. sarebbe necessario, d'assoluta necessità, che crescendo di misura ingrossasse cento volte più, e però se noi supporremo, che la Laguna sia 20000. braccia, la Brenta, che già si suppone nel suo alveo 100. braccia, ridotta nella Laguna, saria 100. volte 100. braccia, cioè sarà mille dieci braccia di grossezza, ed in conseguenza sarà alta mezzo braccio, cioè cento cinquecentesimi di braccio, e non un dugentesimo di braccio, come si concludeva negli argomenti.

Or vedasi in quanto grand' errore, che è di 99. per 100. si casca per non intendere bene la vera quantità dell' acqua corrente, la quale bene intesa poi si apre la strada sicura di poter direttamente giudicare intorno a questo gravissimo negozio.

E pertanto, stante quello, che si è dimostrato, io dico, che inclinerei grandemente, a deliberare (se toccasse a me) che si rimettesse di nuo-

nuovo la Brenta nella Laguna, perchè essendo evidentissimo, che la Brenta nell'alveo della bocca è molto più veloce, che la Brenta ridotta nella Laguna, ne seguirà di sicuro, che la grossezza dell'acqua della Brenta nella Laguna, sarà tanto maggiore di quello, che è la Brenta nella Brenta, quanto la Brenta nella Brenta, è più veloce, che la Brenta nella Laguna.

Dalla qual operazione ne seguirà prima, che la Laguna ripiena, e ricca di quest'acque, sarà più navigabile, e praticabile, di quello, che si trova nel presente.

II. Colla corrente di quest'acque, i canali s'anderanno scavando, e si manterranno scavati di mano in mano.

III. Non si scopriranno in tempi d'acque basse tante secche, e fanghi, come si scoprono.

IV. L'aria si renderà più salubre, poichè non sarà così infetta da' vapori putrefatti, e sollevati dal Sole, mentre que' fanghi staranno coperti dall'acque.

V. Finalmente nella corrente di queste vantaggiose acque, che debbono uscire dalla Laguna nel mare, oltre a quelle del flusso, e riflusso, li Porti si manterranno scavati, e fondi. E questo è quanto per ora potrò rappresentare intorno a questo gravissimo negozio, rimettendomi sempre a più sano parere.

Della sopraddetta scrittura diedi parte a Venezia in pieno Collegio, la lessi tutta, e fu sentita con grandissima attenzione, ultimamente la presentai al Serenissimo, ne lasciai alcune copie a diversi Senatori, e mi licenziai, promettendo di applicare con tutto l'animo le mie fatiche con replicati studi in servizio pubblico, e se mi fussero venute in mente altre cose, promessi di spiegarle sinceramente, e mi licenziai da S. Serenità, e da quell' Eccelso Consiglio. Ritornato, che fui a Roma, come quello, che giorno, e notte andava continuamente ruminando questo negozio, mi venne in mente un altro concetto maraviglioso, ed importantissimo, il quale con efficaci ragioni, confermate da accuratissime operazioni, ridussi, coll' aiuto di Dio, in netto, ed in chiaro, benchè la cosa in primo aspetto mi paresse stravagantissimo paradosso, in ogni modo assicurato del tutto, ne scrissi all' Illustrissimo ed Eccellentissimo Sig. Gio. Basadonna, il quale dopo aver considerata bene la mia scrittura, la portò in Collegio, e dopo, che quei Signori vi ebbero fatta per molti mesi matura considerazione, finalmente deliberarono di sospendere l'esecuzione della diversione, che già avevano deliberata di fare del fiume Sile, e d'altri quattro fiumi che cascano ancora nella Laguna, cosa da me biasimata in questa seconda scrittura, come perniciosissima, e dannosa. La scrittura fu la seguente.

Se-

Seconda Parte aggiunta alla Considerazione intorno alla Laguna di Venezia.

SE il discorrer bene intorno alla verità delle cose, Serenissimo Principe, fusse come il portare pesi, dove vediamo, che cento cavalli portano maggior peso, che un cavallo solo, parrebbe, che si potesse far più stima dell' opinione di molti uomini, che d' un solo; ma perchè il discorrere è più tosto simile al correre, che al portar pesi, dove si vede, che corre più un Barbero solo, che cento Frigioni; però io ho sempre stimato più una conclusione maneggiata bene, e ben considerata da un intelletto ancorchè solo, che le opinioni vulgari, e comuni. massimamente quando sieno in materie recondite, e difficili; anzi le opinioni in simili cose messe in modello, e fabbricate da ignorantissimo, e stolidissimo volgo mi sono state sempre sospette di falsità, poichè gran maraviglia sarebbe, che in materie difficili il giudizio comune affrontasse il buono, il bello, ed il vero. Di quì ho tenuto, e tengo in grandissima venerazione la somma del Governo della Serenissima, ed eterna Repubblica di Venezia, la quale ancorchè, per natura Repubblica, debba esser governata dal numero di più, in ogni modo nelle materie difficili, sempre viene indrizzata dal giudizio pesato di pochi, e non giudicata alla cieca dalla moltitudine della plebe. E' ben vero, che quello, che mette in campo proposizioni lontane dalla capacità comune, corre gran risico di esser bene spesso senz' altro processo, e cognizione di causa condannato; ma non per questo negl' importantissimi negozj si dee abbandonare la verità, ma sibbene si doverebbe spiegare, a suo luogo, e tempo con ogni chiarezza possibile, acciò bene intesa, e considerata venga poi in benefizio comune abbracciata.

Questo, che dico in generale, mi è sovente intervenuto in moltissimi particolari, non solamente quando mi sono trattenuto nella semplice speculazione, ma ancora quando mi è occorso discendere alla pratica, ed alle operazioni; e sà molto bene la Serenità Vostra quello, che n'intervenne l'estate passata 1641. quando per obbedire al suo alto comandamento, rappresentai in pieno Collegio il mio sentimento intorno allo stato della Laguna di Venezia, che non mancando di quelli, che senza pur degnarsi d' intendermi, ma solo avendo subodorato, e malamente appreso il mio pensiero, mi si voltarono acerbamente contro, e con modi aspri, e con scritture, e stampe piene di livore mi lacerarono in premio della prontezza, che io mostrai in obbedire, e servire; ma rimasi sopra misura consolato, e favorito dal vedere, che tutti quei pochi, che si compiacquero sentirmi, restarono, o persuasi affatto, che

il mio

il mio pensiero fusse ben fondato, o almeno sospesero il loro savio giudizio fino a più matura considerazione. E pure di primo incontro mi occorre proporre cosa totalmente contraria all' opinione comunissima invecchiata, ed all' opinioni, e deliberazioni fatte più di cento anni addietro. Mosso da queste cose, e per soddisfare ancora alla promessa, che feci allora di rappresentare quello d'avvantaggio, che mi fusse sovvenuto intorno al medesimo negozio; ho risoluto di portare al Trono della Serenità Vostra un altro pensiero di non minore importanza, che forse in prima vista apparirà più strano paradosso, ma poi ridotto al paragone, e cimento dell'esperienza, riuscirà chiarissimo, ed evidentissimo. Se ne sarà fatto conto, sicchè resulti in benefizio de i felicissimi stati di Vostra Serenità, io averò ottenuto il mio desiderio, ed intento; quando che nò, averò soddisfatto a me stesso, nè averò mancato all' obbligo di suo fedelissimo servo, e vassallo nato.

Quello, che proposi a' mesi passati intorno all' importantissimo negozio della Laguna, benchè toccasse solo espressamente il punto della diversione della bocca della Laguna già fatta, e messa in esecuzione, in ogni modo si può ridurre, ed intendere ancora della diversione deliberata da farsi degli altri cinque fiumi, e del Sile in particolare.

Ora intorno a questo m'occorre rappresentare un' accidente maraviglioso, che s' incontra, quando si venga al fatto, il quale tengo per fermo, che sarà di total ruina della Laguna di Venezia.

Io dico dunque, che col divertir questi tre fiumi, che restano, quando bene la loro acqua, che scaricano di presente nella Laguna, presa tutta insieme non fusse se non 4. parti delle cinque, che portava già la Brenta sola, in ogni modo lo sbassamento dell' acqua nella Laguna, che sarà congiunta in quest' ultima diversione di quattro parti, che era tutta l' acqua, riuscirà doppio di quello, che è seguito per la diversione della Brenta sola, ancorchè la Brenta sola portasse cinque parti di quell' acqua, che i fiumi, che si devono divertire portano quattro: maraviglia veramente grande, e che ha totalmente dell' inverisimile; poichè a ridurre in netto tutta questa Proposizione, è come il dire, che avendo noi tre fiumi, che il primo scarichi cinque parti, il secondo tre, il terzo una, e che dal levare il primo ne sia seguito un tale sbassamento, dal levare il secondo, ne debba seguire ancora altrettanto; e finalmente dal levare il terzo debba sbassarsi l' acqua altrettanto, il che ha totalmente dell' impossibile. E pure è verissimo, ed io oltre alla dimostrazione, che me lo persuade, quale spiegherò a suo tempo, ne posso portar avanti a gli occhi esperienza tale, che non potrà esser negata da nessuno, ancorchè ostinatamente; e farò vedere, e toccare con mano, che con levare quattro parti sole delle cinque, che saranno state levate, lo sbassamento

ro riesce doppio dello sbassamento seguito, con levar prima le cinque solamente; la qual cosa essendo vera, come è verissima, ci farà conoscere, quanto sia per riuscir perniciosa questa diversione di cinque fiumi, se sarà messa in esecuzione.

Da questo poco, che ho accennato, e dal molto, che potrei dire, consideri la Serenità Vostra, con quanta circonspezione dee essere maneggiato questo negozio, e di quanta cognizione doverebbe essere corredato quegli, che volesse servir bene in queste difficili materie.

Io per ora non ho spiegata la dimostrazione, nè meno ho proposto il modo di fare l'esperienza, che posso fare in confermazione di quanto ho detto, acciocchè venendomi da chicchesia stata raccolta la dimostrazione, e stroppiata l'esperienza, non segua poi che la verità non risplenda con quella chiarezza, come farà quando sarà levata ogni caligine di difficoltà, ed allora quando non si tenesse conto delle ragioni da me addotte, e si chiudessero gli occhi all'esperienze, che senza spesa, e danno si potranno fare, mi dichiaro, e mi protesto, che seguiranno grandissimi danni alle campagne di terra ferma; si faranno spese enormi senza utilità; la Laguna di sicuro si ridurrà quasi in secco, e si renderà impraticabile alla navigazione con manifesto pericolo della corruzione dell' aria; e finalmente ne seguirà irreparabilmente il riempimento, e la perdita de' Porti di Venezia.

A dì 20. Decembre 1641. diedi parte all' Eccellentissimo Basadonna di questa mia seconda considerazione, dandogliene copia con altre scritture, la quale ho voluto registrare, sebbene pare, che non appartenga interamente al proposito nostro della Laguna.

Modo di esaminare le Torbide, che entrano, e rimangono nella Laguna di Venezia.

All' Eccellentiss. Sig. Gio. Basadonna.

DUe opposizioni principalissime vengono fatte alla mia opinione intorno alla Laguna di Venezia; una fu quella, della quale si è trattato a lungo nella prima mia considerazione, cioè, che l' esser stata levata la Brenta dalla Laguna, non può esser stata cagione di notabile sbassamento d' acqua nella Laguna, come io pretendo, ed in conseguenza, che se si rimettesse di nuovo la Brenta nella Laguna, l' alzamento non sarebbe cosa di momento, poichè considerata l' acqua della Brenta, e la grand' ampiezza della Laguna, sopra della quale si dee spargere, e distendere l' acqua della Brenta, si trova, che l' alzamento riesce insensibile.

La seconda opposizione fu, che la Brenta vien torbida assai, e però

rò quando venisse torbida nella Laguna, deporrebbe la terra, e la riempirebbe.

Intorno alla prima difficoltà s'è discorso assai nella prima mia considerazione, dove ho scoperto chiarissimo l' inganno dell' argomento, e mostrata la sua fallacia. Resta ora di esaminare la seconda, dove prima dico, che una delle prime cose, che proposi in questo negozio fu, che reputava cosa impossibile fare mai opra nessuna, per utile, che si sia, che non abbia ad essere ancora di qualche danno, e pregiudizio, e però si dovea considerare bene l'utile, e 'l danno, e pregiudizio, e poi fatto il bilancio, si sarebbe potuto eleggere il meno dannoso partito; secondariamente ammetto, che sia verissimo, che la Brenta alcune volte viene torbida, ma è anco vero, che la maggior parte dell' anno non è torbida; terzo non vedo, nè intendo qual forza abbia quest' opposizione presa così alla larga, ed in generale, e mi pare, che non basti dire, che la Brenta viene torbida, ed asserire, che depone nella Laguna, ma ci dobbiamo più ridurre alla specificazione, e mostrare quanta sia questa torbida, ed in quanto tempo possa farsi questo riempimento; imperocchè troppo chiare, e specificate sono le ragioni, che concludono la rovina della Laguna, ed in brevissimo tempo, che si tratta di giorni, facendosi le diversioni dell' acque, e di più abbiamo il riscontro dell' esperienza, essendosi visto peggiorato lo stato delle cose dopo la detta diversione. Ed io ho dimostrato, che se si fusse messa in esecuzione la diversione del Sile, e degli altri fiumi, in pochi giorni la Laguna si riduceva quasi in secco, e si sarebbero perduti i Porti con altre pessime conseguenze; ma dall' altra parte, ancorchè si concedesse il riempimento, possiamo probabilissimamente dire, che non seguirà, se non nel corso di molte, e molte centinaia d' anni. E non mi pare più prudente consiglio fare ora una resoluzione, ed abbracciare un partito per conseguire un benefizio assai incerto, a pro di quelli, che hanno da venire dopo di noi molti, e molti secoli, con fare un pregiudizio sicuro a noi, ed a nostri figliuoli viventi, e presenti.

Si conceda dunque (ancorchè io lo stimi falso) che colle diversioni de i fiumi, sia per conservarsi la Laguna in buono stato per molti, e molti anni avvenire.

Ma io dico asseverantemente, e pretendo dimostrarlo; Che le diversioni ridurranno la Laguna a' nostri giorni quasi in secco, ed almeno con sì poca acqua, che sarà impraticabile la navigazione, e si chiuderanno infallibilissimamente i Porti. Pertanto dico in risposta a questa opposizione, che è necessarissimo prima per discorrer bene, e concludentemente specificare, e mettere in chiaro, quanto più si può, il punto della quantità di questa deposizione di terra.

Ora quì dubito, che mi renderò ridicolo a quelli, i quali misurando le cose della Natura colla scarsità del loro cervello, pensano, che sia impossibile assolutamente fare questa inquisizione, e mi diranno. *Quis mensus est pugillo aquas, & terram palmo ponderavit?* in ogni modo voglio proporre un modo, col quale, almeno alla grossa, si possa fare tale inquisizione.

Prendasi un vaso di figura cilindrica, capace di due barili d' acqua in circa, e poi riempiasi dell' acqua della Brenta alla sboccatura sua nella Laguna, in tempo, che la Brenta vien torbida, e dopo, che sia cominciata a scorrere torbida otto, e dieci ore, per dar tempo, che la torbida arrivi a S. Niccolò per uscire in mare, e nel medesimo tempo prendasi un altro vaso simile, ed eguale al primo, e riempiasi dell' acqua della Laguna verso S. Niccolò (ma avvertasi, che quest' operazione dee esser fatta, nel tempo, che l' acque escono, e quando il mare è tranquillo) poi rischiarate, che saranno l' acque ne' suddetti vasi, levisi l' acqua chiara, e si consideri la quantità della terra, che resta, e si registri tenendone memoria, e facilmente penso, che maggior quantità di terra sarà quella, che sarà restata nel primo vaso, che quella restata nel secondo vaso. Dopo che, in un tempo che la Brenta viene, chiara si plichino ambedue l' operazioni, ed osservisi la quantità della terra ne' suddetti vasi, perchè se fusse maggior la terra del primo vaso, sarebbe segno, che sottosopra in capo all' anno la Brenta deponerebbe terra nella Laguna, e così si potrebbe calculare appresso a poco, che proporzione ha la terra, che entra nella Laguna a quella, che rimane; e da tale operazione si potrà far giudizio di quanto sarà espediente per pubblico benefizio. E quando in diversi tempi dell' anno si replicassero diligentemente le medesime osservazioni, più esatta notizia si averebbe intorno a questa materia, e sarebbe bene far l' istesse operazioni in quei tempi, che da gagliardi venti viene conturbata, ed intorbidata la Laguna col proprio fango, sollevato dalle commozioni dell' acque.

Gran lume ancora darebbe questa notizia, se si facessero le medesime diligenze verso le sboccature del Lio, quando l' acque crescono, e quando calano in tempi quieti, perchè si verrebbe in cognizione se l' acque della Laguna sono più cariche all' uscire, che nell' entrare. Io ho proposto il suddetto modo di esaminare le torbide, per mostrare, che non dobbiamo così in generale, ed in aria pronunziare sentenza nessuna, ma venire alle più strette inquisizioni, e poi deliberare quello, che sarà espediente di fare. Altri potranno proporre più esquisiti esami, ma per ora a me basterà questo.

Voglio aggiungere solo, che se alcuno avesse maggior curiosità (sarebbe utile averla) d' investigare più innanzi la quantità dell' acqua, che

che entra nella Laguna, con i modi dimostrati da me nel principio di questo libro. Ritrovata, che averà la proporzione della quantità dell' acqua alla quantità della terra, verrà ancora in cognizione quanta terra lascia la Brenta nella Laguna in capo all' anno; ma per far simili diligenze, ci bisognano uomini intelligenti, e fedeli, e che sieno adoperati per ordine pubblico, perchè ne risulterebbe segnalato benefizio universale.

Discorso sopra la Laguna di Venezia al Sig. Giovanni Basadonna.

NEl tempo che io leggeva pubblicamente le Mattematiche nello Studio di Pisa, ed anco dopo che mi trovo al servizio di N. S. Papa Urbano VIII. ho avuto più volte occasione d' impiegarmi in diverse imprese in materie d' Acque, nelle quali imprese, valendomi di quelle notizie, che io aveva guadagnate nelli studi miei di Geometria, e Filosofia sotto la disciplina dell' unico al Mondo Signor Galileo Galilei, aiutato da Dio, mi riuscirono in fatti sempre felicissimamente, e così essendo stato mandato da S. Santità a servire l' Illustrissimo, e Reverendissimo Monsignor Corsini, che fu deputato Commissario Generale sopra l' acque di Bologna, Ferrara, Romagna, ec. con i medesimi fondamenti scopersi diversi particolari di gran momento, i quali non erano stati interamente conosciuti. E dopo nel corso di 16. anni ho avuti alle mani diversi negozi d' acque, come d' asciugare pantani, come di regolare acque per mulini, ed altri, colle quali imprese con i medesimi fondamenti, mezzi, ed aiuti, ho dato compita soddisfazione a quelli i quali si sono compiaciuti comandarmi. E' ben vero, che come quegli, che era necessitato dalla ragione di proporre spesso pensieri, e fare risoluzioni totalmente contrarie all' opinioni degli Ingegneri, e Periti, ho incontrato sempre grandissime difficultà, e sempre maggior fatica mi è stata l' accomodare gli animi, ed i cervelli degli uomini, che il porre in freno le gran forze de' fiumi, e de' precipitosi torrenti, e rasciugare varie paludi. Queste difficultà erano di varie sorte, ma le più principali erano l' ignoranza, e l' interesse altrui, e bene spesso la malignità, e l' invidia. Alle volte veniva assediato da una sola di loro, alle volte da due, ed anco da tutte insieme, in modo, che difficilmente mi poteva riparare, e difendere, massime quando mi conveniva trattare con più potenti di me, ed accreditati.

Tra queste armi, che così fieramente mi assalivano, l' una era potentissima colla quale si procurava da quelli, che da me dissentivano, di escludermi totalmente da i negozi (e gli è venuto fatto alle volte con notabili pregiudici degl' interessati) questa era, che andavano spargendo

concetto, che sebbene io aveva qualche notizia in queste professioni delle Mattematiche, e che sapeva in Cattedra, ed in Discorso le cose mie con qualche vantaggio, in ogni modo mi mancava la pratica, parte principale, e senza della quale assolutamente non si può fare cosa nessuna di buono, e che però non mi sarebbero riuscite le cose in fatto, come nel discorso io andava nelle occorrenze rappresentando, ed in cotal guisa si cercava di screditarmi, ed escludermi fuori da' maneggi: e sebbene nel progresso del tempo in moltissimi casi io dimostrava, che la buona teorica applicata bene alla pratica era la vera anima delle mie imprese, in ogni modo io era sempre col medesimo pretesto affrontato. Caso notabilissimo è stato quello, che mi è occorso in Venezia mentre ho rappresentato il mio pensiero intorno alla Laguna, e Porti, dove essendo il mio pensiero tanto intorno al disordine, quanto intorno al rimedio totalmente contrario all' opinione comune, ed inveterata, è stato sul principio di poco, o di nessun momento riputato. Nè io pretendo sostenere ostinaramente contro a migliori ragioni il mio pensiero, ma quietandomi alle risoluzioni de' Padroni starò aspettando l' esito, e mi rimetto totalmente alla decisione, che farà la natura stessa, come a diffinitiva sentenza. Ma perchè ancora in questa occasione della Laguna mi viene opposta la medesima eccezione di sempre, cioè, che ancorchè i miei pensieri sieno belli nel discorso, non però nella pratica possono riuscire; però ho determinato di mettere in considerazione a V. Eccel. alcune cose in questo proposito, sottomettendole al purgatissimo giudizio del suo intelletto arricchito per le scienze nella teorica, e per i gravissimi negozi da lei maneggiati nella pratica, dichiarandomi, che mai non mi sono compiaciuto, nè mi compiaccio d' aver lodato un discorso teorico, che mi rimanesse poi dalla pratica condennato.

Prima dunque considero, che comunissima fantasia non solo appresso gli uomini ordinarj, ma ancora appresso i Periti, ed Ingegneri, ed anco appresso a' Filosofi stessi è, che le verità mattematiche sono vere sì, ma in astratto, in discorso, ed in teorica; ma poi applicate alla materia, e ridotte alla pratica non riescono, e di questa loro sentenza adducono alcune prove, le quali appresso di me, ed a mio giudizio, non concludono niente, con tutto ciò hanno una certa apparenza così a prima faccia, che molti ne rimangono ingannati. Per dichiararmi meglio porrò un esempio, col quale questi, che impongono alle mattematiche questo difetto, ed imperfezione, dicono.

Che sia il vero, che le verità mattematiche non si verifichino nell' applicazione: Noi vediamo, che si fanno spesso modelli in piccolo, nei quali pare, che la cosa riesca, ma quando poi si riduce alla pratica, ed all' esecuzione, ci troviamo ingannati: e però da tale successo concludono,

dono, che le mattematiche non riescono nella pratica: nel medesimo modo i Filosofi si sottoscrivono ancora loro a questa sentenza, dicendo, che le mattematiche si verificano in astratto separato dalla materia, ma poi applicate alla materia, ed in concreto riescono false, e così dicono: Che la sfera tocchi in un punto solo il piano, è verissimo in astratto, ma è falso applicato alla materia, ed in concreto. Nel quale discorso mi occorre dire, che quando viene affermata una Proposizione controversa, per camminare ordinatamente, la negativa dee cascare precisamente sopra quella affermativa, che è stata proposta, e non sopra un altra cosa della quale non si è trattato, perchè così si rompe il filo del discorso, ed è impossibile concludere mai cosa nessuna, come quì nel proposito nostro. La proposizione de i Mattematici è questa: La sfera tocca il piano in un punto solo, ed è affirmativa, e chi la vorrà negare dee dire, che la sfera non tocca il piano in un punto solo applicata alla materia, intendendo di quella stessa sfera, e piano de' quali è stata pronunziata l' affermativa dal Mattematico, altramente seguirebbe, che si confonderebbe il discorso, affermandosi dal Mattematico una cosa, e negandosene un altra dal Filosofo. E che sia il vero, che nel caso nostro si commetta tale mancamento, è manifesto: imperocchè quando in ristretto il Filosofo adduce la prova della sua Conclusione, non vediamo che la sfera del Filosofo non è più la sfera del Mattematico, nè meno il piano, ed il punto del Filosofo è quello del Mattematico, talchè chi volesse dire in chiaro la proposizione del Filosofo bisognerebbe dire: La sfera, che non è sfera Mattematica non tocca in un punto solo il piano, che non è piano Mattematico. Ma io sono molto ben sicuro, che nessun Mattematico ha mai detto in contrario, anzi io prometterei per parte di tutti i Mattematici del Mondo, che presteranno il loro assenso intero alla Proposizione Filosofica. La verità dunque è, che le proposizioni Mattematiche sono verità, che sempre sono state, sono di presente, e saranno ancora per l' avvenire vere, ed eternamente vere, ed in astratto, ed in concreto, e congiunte colla materia, e da essa separate. Voglio ancora dichiararmi meglio in termini Logicali: Le Proposizioni hanno due parti principali; La prima vien detta il Subietto, la seconda il Predicato, che viene ancora chiamato il Quesito. La Proposizione *sfera tangit planum in puncto* ha per subietto *sfera*, le parole seguenti *tangit planum in puncto*, rappresentano il Quesito, o vogliamo dire il Predicato: e però chi vorrà negare questa Proposizione li converrà negare il toccamento di una sfera in un punto solo, che è quello che viene affermato dal Mattematico.

Di più io concederò al Filosofo, che le Proposizioni Mattematiche sono false applicate: ma perchè i Mattematici hanno per proposizione

vera, che moltiplicandosi il numero dispari per dispari, il prodotto è sempre dispari, come per esempio il 3. moltiplicato per 5. fa 15. che è numero dispari in astratto; sarà obbligo del Filosofo dimostrare che in concreto tre volte cinque meloni facciano un numero di meloni pari, e perchè tre meloni presi cinque volte fanno 15. meloni in concreto, sarà necessario, che il Filosofo mantenga, che 15. meloni riescono numero pari in concreto, cosa manifestissimamente falsa.

Applicando ora tutto questo discorso più al proposito nostro, Eccel. Signore, dico, che a me pare, che noi ci andiamo avviluppando nel medesimo modo nel caso nostro delle Lagune, e di quello, che io ho detto nelle mie considerazioni. Imperocchè io ho proposto nelle mie scritture due cose principalmente, e subito il mio discorso viene sfatato con dire, che il mio pensiero è bello sì, ma in astratto, ma poi in pratica non riesce. Quì non vorrei si affermasse, o negasse una cosa, la quale non sia stata da me affermata, o negata, e di più vorrei che specificatamente si dicesse, tu hai detta la tal cosa in speculazione, la quale poi non riesce in pratica. La prima cosa, che ho detto è, che mi pare necessario sapere: Se lo scoprimento del terreno nella Laguna proceda dall' alzamento del terreno, ovvero dallo sbassamento dell' acque, ovvero da tutte due insieme le cagioni. E questo l' ho detto in teorica congiunta colla pratica. Perchè se la verità è, che se l' acqua nella pratica fosse realmente mancata, e che in pratica volessimo continuare a divertire l' altre acque, e fiumi, che di presente sgorgano nella Laguna, io tengo, e dico risolutamente in teorica, ed in pratica, che le nostre provvisioni, ed operazioni riusciranno nella pratica a nostra maggior rovina: e perchè in pratica è stata 50. anni sono levata la Brenta dalla Laguna, io osservo in questa pratica, che le cose vanno di male in peggio, e però io desidero, che giacchè io parlo nella pratica, colla medesima pratica mi si risponda. Perchè finora, mi par che io con maggior ragioni, e verità possa rinfacciare a quelli, che sentono diversamente da me, che le cose loro non sono vere nè in pratica, nè in teorica. Poichè la verità è, che noi abbiamo in pratica lo scoprimento delle secche, abbiamo in pratica la difficoltà della navigazione, ed abbiamo in pratica il riempimento de' Porti, e questo veniva comunemente senza pensare altro, riputato alzamento, e riempimento di terreno: ma in buona teorica quando noi abbiamo un effetto il quale possa provenire da due, o più cagioni, non se ne dee affermare nna sola risolutamente, senza considerare ancora, che parte ci possano avere ancora l' altre, e quanta; e questa è buona teorica, quale riuscirà verissima sempre ancora nella pratica. E quì mi ricordo, che quando io nel primo Ragionamento proposi a V. Eccel. questo pensiero, significandole, che le acque erano mancate,

te, subito ella esclamò, questo è un gran punto, questo è un gran punto: e mosso da questo cominciò a inclinare benignamente l' orecchio alle cose, che io proponeva, ed il suo comandamento fu cagione, che io distendessi in scrittura la mia prima Considerazione, e continovassi con replicati studi, e fatiche in applicarmi a questa impresa, nella quale quando non avessi fatto altro ho indotta la somma prudenza di cotesto Eccelso Senato a sospendere la diversione del Sile, e delli altri quattro fiumi, impresa, che non si poteva fare se non con più d' un milione d' oro, dalla quale sarebbero seguiti assolutamente danni immensi alle campagne di terra ferma, e quello, che è peggio, la Laguna si riduceva subito quasi in secco, e ne sarebbe seguito il riempimento, e perdita de' Porti, cose tutte, che averebbero necessitata la Serenissima Repubblica a ritornare le cose almeno nello stato presente, con aver persa la spesa di così grossa somma di denaro.

E per tornare al nostro proposito, dico, che la pratica non riesce loro, perchè avendo divertita la Brenta dalla Laguna, lo stato delle cose è peggiorato, e se si continovavano a deviare come era deliberato, l' altre acque, si sarebbero scoperte maggiori ampiezze di secche, ed in somma non gli riuscirà in pratica mai in eterno navigare senz' acqua. E se questi li quali tanto vilmente trattano la teorica, gloriandosi nella pratica, osservassero quello, che in pratica opera la natura, resterebbero confusi, osservando, che il Rodano non ha mai in tanti secoli riempito il Lago di Ginevra, la moltitudine de' fiumi, che scaricano le loro acque nel Lago maggiore, nel corso di tanti secoli non l' hanno ancora riempito, nè minacciano di riempirlo, il fiume Adda con i suoi Colleghi non hanno interrito il Lago di Como, il fiume Ollio non ha riempito il Lago di Sebino, la Sarca non ha mai riempito il Lago di Garda, con tutto, che ne' suddetti Laghi precipitino di molti altri torrenti i quali vengono torbidissimi. Se questi tanto gelosi, che la Brenta, e gli altri fiumi riempiano la Laguna, osservassero, ed intendessero questa pratica, deponerebbero la temenza, dalla quale mossi confondono il loro corso con tanti danni, e pregiudizi in modo, che io posso con verità rinfacciare loro, che non hanno teorica nè pratica, anzi qui dico di più: Che siccome mai sarà buona teorica quella, che non riesce ancora in pratica, così all' incontro mai non sarà buona pratica quella, che non sarà fondata nella buona teorica: e tengo per fermo, che quando noi averemo in teorica una Conclusione ben dimostrata, dovrà sempre riuscire ancora nella pratica, e non riuscendo, sarà segno manifesto, che non sarà stata messa in pratica con tutte le sue circostanze quella Conclusione, che era stata approvata dalla teorica, sicchè il difetto non nasce dalla teorica, ma dipende dal non essere stata applicata bene alla pratica.

E da

E da quanto si è detto abbiamo la risposta all' altra obiezione, che vien fatta de i modelli in piccolo, che poi non riescono in grande. Imperocchè quando si riducono in grande vien messa in campo un altra cosa diversa da quella, che prima era stata proposta; ovvero chi considera bene questo negozio, ritroverà, che ne' modelli piccoli noi abbiamo quelle forze tenui, e quelle resistenze tenui, ma potenti a resistere, ed in cotal modo il modello piccolo riesce, ma quando vogliamo ridurre la cosa in grande, vengono moltiplicate le forze, che tormentano la macchina, ma non si moltiplicano già le resistenze, con quella proporzione, che si moltiplicano le forze, e però non resistono, e non riescono in grande, conforme a quello, che mirabilmente, e sottilmente ha dimostrato il Signor Galileo nel particolare Trattato, che fa di questa materia. Pertanto concludo, che il mancamento non è nella teorica; ma viene perchè non essendo bene intesa per lo poco avvedimento de i pratici, ne rimane la pratica delusa, e defraudata. E tanto basti d' aver detto per ora a questo proposito.

Ill.mo ed Eccell.mo Sig.re e Pad.ne Col.mo

MI consolano più quattro righe d' applauso di V. Eccel. che non mi conturbano le spropositate contradizioni di quelli, che mi hanno tanto maltrattato. Ho letta la lettera, e la ringrazio, che abbia significato a Sua Serenità il mio pensiero. Non ho cosa, che più mi prema in questo mondo, che servire in così grande impresa, non solo la maravigliosa Città di Venezia, ma l' Italia tutta, anzi l' Europa, e l' Asia, e l' Affrica stessa, come conoscerà quegli, che considererà, che la conservazione di Venezia è interesse universale, sto per dire, di tutto il Mondo intero. A' giorni passati diedi parte al P. Fra Bonaventura Cavalieri Mattematico di Bologna, di questo mio pensiero, intorno alla di ersione de' cinque fiumi della Laguna: mando a V. Eccell. la copia della lettera, acciò veda, che sorte di mercanzia è questa, e se è roba da cervelli plebei, ed imbrattati d' ignoranza, e di malignità, o pure impresa da pochi, e se non fusse temerità troppo arrogante, direi d' un solo. Io son pronto a far toccar con mano, con esperienze in piccolo, in grande, ed in grandissimo la verità delle mie proposte, ma ci è bisogno di lingua, occhi, braccia, orecchie, e mani, non di penne, inchiostro, e carta. E credo assolutamente, che s' ingannino quelli, che pensano, e pretendono delle cose, che io ho dette, e scritte sin quì, potere operare, ed indirizzare bene questa macchina tanto vasta, perchè quando si ridurranno all' operazione, ovvero tralasceranno qualche cosa,

cosa, che non sarà da loro bene avvertita, e stimata; ovvero c' incastreranno qualche loro vana fantasia, la quale sarà potente a sconcertare il tutto. E questa è la cagione principale per la quale io sono risolutissimo di non dichiararmi più oltre, nè venire all' espressione dell' esperienza, se non la farò io stesso in cospetto di tutta Venezia, perchè non è dovere, che le cose, che io con l' aiuto di Dio, e con fatiche, e vigilie di mente, e di corpo ho ritrovate mi sieno lacerate dal dente avvelenato de' maligni. Parlo libero, perchè parlo con un Senatore d' intelletto elevatissimo, ed integerrimo, come è V. Eccell. alla prudenza del quale rimetto il dar parte di questa mia al Serenissimo Principe, al quale rimasi schiavo in catena l' estate passata, quando io ebbi occasione di godere da vicino l' indicibile benignità, la lucidezza del suo ingegno, e la somma, ed altissima prudenza di S. Serenità. E di più V. Eccell. (se così le pare) disponga, e prometta ogni mia devota, e fedele servitù a tutti codesti Eccel. Signori, ed io di quà sono quasi sicuro, che se sarò richiesto averò licenza di venire a Venezia, e servire per quel tempo, che sarà di bisogno: conchè le fo reverenza. Roma li 18. Gennaio.

Di V. Eccel.

Devotiss. ed Obb. Servitore
D. Benedetto Castelli.

Diedi parte della sopraddetta mia seconda considerazione al molto Reverendo Padre Fra Buonaventura Cavalieri Professore dello Studio di Bologna, pregandolo a dirmi liberamente il suo sentimento, e la lettera fu come segue.

Molto Rev.do Pad.re Pad.ne Col.mo

HO inteso dalla lettera di V. P. M. Rev. con mio grandissimo gusto, che ella abbia applicato il suo intelletto alla contemplazione della figura dei Cristalli del Telescopio, perchè son sicuro, che arriverà a scoprire scientificamente quello, che si può in questa materia.

Di Firenze tengo poco buone nuove del nostro venerabile Vecchio, del Gran Galileo, e mi spaventa l' età grave, quando bene l' infermità (che pure è di considerazione) non fosse tanto grande. Io poi vado avanti nella mia contemplazione dell' acque, nella quale mi sono incontrato in un accidente maraviglioso, e totalmente inopinabile, ma vero. Dee dunque sapere, che avendo io l' estate passata, mentre mi ritrovai in Venezia, biasimata in pieno Collegio la diversione fatta della Brenta dalla Laguna, come pregiudiciale alla medesima Laguna, ed avendo ne i tempi passati quelli Eccel. Signori deliberato di divertire ancora il fiume

Sile

Sile con quattro altri fiumi, i quali tutti insieme presi, non credo, che scarichino tanta copia d' acqua nella Laguna, quanta faceva già la Brenta sola: pensando io quanto sbassamento d' acqua potesse cagionare la diversione di questi cinque fiumi, quando fosse messa in esecuzione, ho ritrovato, che dato, che colla diversione della Brenta dalla Laguna di Venezia, si sia fatto un tale sbassamento d' acque in essa Laguna, come v. gr. d' un piede, e dato, che la quantità dell' acqua, che scaricava la Brenta nella Laguna, avanti la diversione, fosse cinque parti d' acqua di quelle, che gli altri cinque fiumi, che restano da divertirsi, scaricano quattro, in ogni modo lo sbassamento, che seguirà da questa ultima diversione sarà doppio di quello, che è seguito per la diversione della Brenta sola, cioè, sarà due altri piedi. Or veda V. Rev. se pare possibile, che venendo già nove parti d' acqua eguali nella Laguna in un determinato tempo, e che col divertirne cinque parti si sia sbassata l' acqua nella Laguna un piede; col divertirne poi le altre quattro parti sole si debba sbassare la Laguna due altri piedi da vantaggio, e pure è verissimo, ed io oltre alla dimostrazione, che me lo persuade, ne so, si può dire ogni giorno l' esperienza la quale riesce tanto puntuale, che più non si può dire. Ne ho già dato parte in Venezia ad alcuni Senatori miei Padroni, ed aspetto, che risposta sieno per darmi; questo tengo bene per certo, che sia per mettere il cervello a partito a molti l' accidente da me sopra narrato, e di grandissime conseguenze in questi negozi d' acque, ed in particolare in codeste acque delle valli di Bologna, e di Ferrara, e di codeste Provincie.

Per compimento del tutto voglio spiegargli lo scherzo della natura in generale intorno a questo proposito. Dico dunque, che dato che un fiume cammini con una data altezza, e che quella sia divisa in quante parti eguali si voglia, e poi che tutta la quantità dell' acqua, che corre in un determinato tempo per quel fiume sia divisa in tante parti eguali, quante unità sono nel quadrato del numero delle parti dell' altezza, e venga divertita dal fiume la differenza delli due massimi quadrati delle parti dell' altezza (la quale di necessità cascherà sempre nel numero dispari) lo sbassamento nel fiume, sarà eguale precisamente ad una di quelle parti nelle quali fu divisa tutta l' altezza del fiume. E quello, che ha più del maraviglioso è, che se saranno divertite dal fiume conseguentemente le differenze de i quadrati inferiori delle parti dell' altezza (le quali poi son tutti i numeri dispari conseguentemente minori della prima differenza) lo sbassamento riesce sempre il medesimo, cioè il fiume cala sempre di altezza una di quelle parti nelle quali fu divisa tutta l' altezza, ancorchè quelle detrazioni sieno eguali. So che V. Rev. non ha bisogno d' altra dichiarazione, in ogni modo per altri a' quali venisse in mano questa mia, mi dichiaro con un esempio. Cor-

Corra un fiume in una altezza, quale venga divisa in 10. parti eguali; ed intendasi tutta l' acqua, che passa pel fiume in un dato tempo, come sarebbe in un minuto d' ora, essere 100. tali misure (numero quadrato del 10. denominatore delle parti nelle quali fu divisa l' altezza del fiume) e poi sieno divertite dal fiume diciannove di quelle misure, delle quali tutta l' acqua era 100. (le quali 19. misure sono la differenza tra il 100. e l' 81. quadrati massimi susseguenti delle parti di tutta l' altezza del fiume) lo sbassamento del fiume sarà solo un piede, cioè la decima parte di tutta l' altezza del fiume. E poi dico di più, che col levare 17. altre misure delle rimanenti 81. sicchè restino nel fiume solo 64. misure, il fiume si sbassa un altro piede, cioè una decima parte di tutta l' altezza del fiume, e così dalle 64. levandone 15., e poi 11., e poi 9., e poi 7. e 5. e 3. e una, sempre in queste diversioni, ancora che sieno tanto ineguali, lo sbassamento riesce eguale, cioè sempre in ciascheduna diversione il fiume si sbassa un piede, che è la decima parte di tutta l' altezza. Nè quì finisce la maraviglia di questo puntualissimo gioco della natura. Poichè occorrendo per diverse cagioni, che il medesimo fiume, e per le varie inclinazioni del suo letto, e per altro va sempre mutando l' altezze sue, in ogni modo i suddetti sbassamenti sempre seguono colle medesime proporzioni. A me sono parse queste cose tanto belle, e di tanto grandi conseguenze nelle materie, che giornalmente occorrono intorno all' acque, che non posso far di meno di non pensarci giorno, e notte. Perchè oltre a quello, che appartiene al grandissimo negozio della Laguna di Venezia, come io ho dimostrato in un mio particolare discorso, abbiamo una notizia chiara quanto sieno stati gravi i disordini seguiti nelle larghe campagne di Bologna, Ferrara, Ravenna, Romagna, e Romagnola, e potrei aggiungere molti altri casi quì in Italia, e di sicuro (non essendo bene intesa questa materia) si scoprirebbe quanto, intendendosi, sarebbe di benefizio nell' altre provincie, ed in particolare ne i paesi bassi della Fiandra, ed altri. Abbiamo ancora evidente l' errore, che si fa nel dividere le acque delle fontane per adacquare le campagne, altre volte in altri discorsi da me scoperto. Ho voluto dar parte di tutto a V. P. Molto Rev. perchè mi sarà caro, che ella mi scriva il suo sentimento, accompagnandolo con qualche suo comandamento, e li bacio le mani. Roma il 1. del 1642.

D. V. P. Molto Rev.

Affez. ed Obb. Servitore
D. Benedetto Castelli.

La

La risposta della sopraddetta lettera, fu come segue.

ENtrerò ancor io in mezzo all' acque tirato dalla forza del suo potente ingegno, dove ella dice ritrovarsi giorno, e notte: ma tuttavia si ricordi qual pietoso Maestro di porgere il braccio salutare al povero Bonaventura, se come mal pratico in queste acque lo vedesse nel profondo delle difficultà naufragare. Prima dunque mi congratulerò seco, che ella impieghi le discipline Mattematiche in parte, dove non solo possono deliziosamente pascolare gli ingegni speculativi, ma utilissimamente ancora esercitarvisi quelli che solo gradiscono le pratiche di queste scienze, cosa che non gli può riuscire se non di grandissima gloria. Ho sempre ancor io sentito questo prurito di mostrare al mondo quanto di utilità sia nascosta sotto la stimata dal mondo ruvida scorza delle Mattematiche, ma il vedermi tolto dalla mia crudele infermità il modo di esercitare l'esperienza, fedelissima, e fruttuosissima compagna delle nostre scienze speculative, mi ha fatto contro mia voglia sopprimere quasi affatto questo mio gran desiderio. Non posso dunque in risposta di quella parte che mi apporta con distintissimo ragguaglio del nuovamente ritrovato accidente dell' acque dir altro che qualche bagattella, dependente solo dalla mia debole speculazione, e se niente ci fosse degno della sua intelligenza, il tutto dependerà dalla dottrina del suo prezioso, e dottissimo libro. Dico adunque che senza dubbio pare maraviglioso, e totalmente inopinabile questo accidente, che con la diversione di manco acqua, che non fu quella della Brenta, divertita dalla Laguna di Venezia, sia per seguire maggiore sbassamento d' acqua in detta Laguna, che non fu quella della prima diversione. Tale è riuscito a prima fronte a me ancora, ma avendoci poi pensato più attentamente mi è parso dovere essere così necessariamente, e questo mi persuado d' aver francamente penetrato, camminando colla saldezza de' suoi principi. Ella c' insegna, che la velocità, e tardità dell'acqua fluente, fa che la medesima acqua, si possa smaltire ora per minore, ora per maggiore sezione dell' alveo pel quale essa corre, e perciò c'insegna ancora, che se dall' acqua d' un alveo divertiremo due moli d' acqua eguali, ma una veloce, e l' altra tarda, che la veloce (la quale perciò passava per minor sezione) farà uno sbassamento minore di quello che farà la tarda (che passa per necessità per maggiore seziono) bisognerà dunque dire che col divertire la Brenta levarono dalla Laguna acqua più veloce di quella, che si leverebbe colla diversione de' fiumi rimanenti, ancora che questi fiumi tutti insieme facessero quanto la Brenta, ed anco meno fino ad un certo segno: ma egli è pur vero (consermandosi ciò coll' esperienza) che corren-

sendo in un alveo l'acqua più alta, vi cammina anco più veloce, adunque quando la Brenta entrava con gli altri fiumi nella Laguna, formava in essa un corpo d'acqua, che vi correva più veloce, che non fa ora quella sola de' detti fiumi, adunque levando la Brenta hanno levata acqua veloce, e levando i detti fiumi leveranno acqua tarda, e però lo scemamento doverà esser maggiore, anco che questa fosse minore di quella, fino ad un certo segno. Questo che io dico mostra bene in generale questa verità, ma per comprendere ancora particolarmente (saputasi la proporzione che ha l'acqua della Brenta a quella de i detti fiumi, cioè quella che essi mettono, o metterebbero nella Laguna nel medesimo tempo) che proporzione averebbero i loro sbassamenti, stimo, che tutto dipenda da questa proporzione: Che l'acqua, che scorre in un alveo in un dato tempo, all'acqua che scorrerà nell'istesso alveo pure nel dato tempo (divertita una parte di detta acqua) averà la stessa proporzione, che averà il quadrato della prima altezza, al quadrato della seconda altezza, che si fa dopo la diversione. Ho applicato il pensiero alla prova: ed ho trovato che mi serve eccellentemente la Proposizione quinta del suo Libro: poichè dimostrando quivi ella, che se un fiume scaricherà una quantità d'acqua in un tempo, e poi li sopravverrà una piena, la quantità dell'acqua che si scarica in altrettanto tempo nella piena, a quella che si scaricava prima mentre il fiume era basso, ha la proporzione composta delle proporzioni della velocità della piena, alla velocità della prima acqua, e dell'altezza della piena, all'altezza della prima acqua. Se io provassi che la velocità della piena alla velocità della prima acqua, fosse come l'altezza della piena, all'altezza della prima acqua, saria manifesto allora, che l'acque scaricate nell'istesso tempo nell'uno, e nell'altro stato del fiume sariano, come i quadrati dell'altezze, componendosi allora di due proporzioni eguali dell'altezza all'altezza, e della velocità alla velocità.

Ma per provare questo non ho avuta fortuna d'incontrare ragione, che appieno mi soddisfaccia; non resterò però di dirgli quello, che mi è passato per la mente con pregarla a levarmi quelle difficoltà, che io ci ho dentro, e con favorirmi della dimostrazione di questa verità, la quale parmi, che vada accompagnata con l'altra suddetta, cioè che in un fiume, che cresca d'altezza per acque, che vi entrino, o che scemi per acque divertite, l'incremento, e decremento dell'altezza cammini con pari proporzioni con quello della velocità.

Io discorro così. Sia nella *Fig.* 22. *Tav. III.* A E F K l'alveo, nel quale cammini l'acqua per la sezione DF, alta come DE con una tale velocità; intendasi poi messa tant'acqua nello stesso fiume, che cresca sino in CH, correndo nel fiume con l'altezza CE doppia di DE. Dico,

che

che l'acqua vi camminerà con doppia velocità, e per concludere questo, intendo tutta l'acqua, che scorre per CF, divisa in due pezzi CG, DF mediante la superficie superiore dell' acqua DF, che passa per DG, e considero, che l'acqua CG come portata dall' acqua DF, dee fare nello stesso tempo lo spazio che farà la DF, e di più intendendosi scorrere l'acqua CG sopra la superficie che passa per DG, come sopra suo letto, nella guisa che DF scorre sopra il fondo, dee l'acqua CG avere forza di trapassare altrettanto spazio, quanto ne passa la DF; adunque l' acqua CG averà la forza di trapassare doppio spazio di quello, che passa la DF, nell'istesso tempo, onde sarà doppiamente veloce; così proveremo l'acqua BH sopraggiunta nell'altezza BC, eguale alle CD, DE, essere tripla nella velocità a quella di DF, e così di mano in mano. E finalmente avendo dimostrato questo, io provo poi generalmente per tutte l'altezze, come si fa circa la 1. del 6. d'Eucl., cioè che la velocità alla velocità, è come l'altezza all' altezza &c. Ma quì ci ho principalmente due dubbi, prima. che per questa mia ragione bisognerebbe, che in un fiume l'acque superiori camminassero più veloci delle medie, e queste delle inferiori, il che non so come ben concordi coll'esperienza. Dipoi perchè il letto EF, e gli altri DG, CH, stimo che non abbiano la stessa pendenza, ma sieno sempre più elevati dall' orizzonte, onde per questo l'acqua CG intesa scorrere sopra il letto DG, doveva scorrervi più veloce, che la DF sopra EF, oltre ad altre difficultà che per brevità tralascio, onde la prego a sciogliermi questi nodi, ed a favorirmi di più legittima prova. E questo stimerò io assai sicuro; poichè parmi, che avuta la velocità di un fiume posto in una tale altezza d' acqua, lo potremo poi avere pel calcolo, nell' altre altezze ancora. Supposta dunque questa verità, e che l'acque scaricate in un fiume posto in diverse altezze, e quelle nell'istesso tempo, sono come i quadrati dell'altezze, non mi pare difficile intendere per vero, che essendo l' acqua della Brenta parti cinque, e quella de'detti fiumi parti quattro, se lo scemo di quelli sia un piede, di questi debba essere due piedi, poichè essendo l'aggregato dell' acque della Brenta, e di detti fiumi, a quella di detti fiumi, come nove a quattro, le radici de' quali saranno l' altezze, cioè l' aggregato faceva piedi tre, e quello de' fiumi fa piedi due, e tanto doverà scemare l' acqua levati i fiumi. Da questo credo che ella parimente comprenderà, se io capisco l'altro esempio, nel quale si suppone l' acqua del fiume alta palmi 10. secondo le differenze de cui quadrati, cioè delle parti dell'altezza da 10. fino all' unità, detratti i corpi d'acqua con l' istessa proporzione, seguono pure gli abbassamenti eguali &c. Ma perchè è pieno il foglio, arginando per ora a quest'acque, ed il mio troppo loquace discorso, farò fine pregandola a scu-

scusarmi se averò, come nuovo in questa materia, detto qualche scioccheria, avendo io detto questo per obbedirla, siccome farò sempre come suo svisceratissimo discepolo, alla quale faccio per fine umil. reverenza. Di Bologna 11. di Gennaio 1642.

D. V. P. Rev.

Div. ed Obb. Ser. e Discepolo
Fra Bonaventura Cavalieri.

Lettera all' Illustriss. ed Eccellentiss. Sig. Gio. Basadonna.

MAndo a V. Eccel. la copia della risposta, che ho avuta dal P. Mattematico di Bologna; e vedrà la sublimità di quell' ingegno: poichè a lui ancora nel principio è paruta la proposta mia intorno allo sbassamento della Laguna maravigliosa, ed inopinabile, ma poi considerata bene con i saldi fondamenti della dottrina del mio discorso della misura dell' acque correnti, gli è paruta non solo vera, ma necessaria. Orsù Eccellentissimo Padrone, questo negozio tanto importante consiste in due capi, ad uno de quali si dee ridurre, perchè; ovvero si doverà fare la diversione già deliberata del Sile, e degli altri quattro fiumi, ovvero non solo si lasceranno stare li detti fiumi, ma si doverà rimettere prima la Brenta nella Laguna. Il primo partito non si può mettere in esecuzione se non con grossissima spesa di più d' un milione d' oro, come ella sa. Il secondo partito si fa con spesa di niente, perchè non arriverà a 200. ducati, intorno al primo non si può fare esperienza nessuna, che ci chiarisca della verità, e della riuscita, se sia per esser utile, o perniciosa l' impresa. Intorno al secondo si può fare esperienza facilissima, che ci assicurerà del fatto; nel primo siamo necessitati a zarare all' oscuro non solo la gran spesa, ma ci esponghiamo al pericolo manifesto di cagionare grandissimi danni in terra ferma, della perdita della Laguna, e del riempimento de Porti, senza una minima speranza di ricuperare mai ne anco un minimo denaro speso; nel secondo si opera in sicuro col pegno in mano dell'esperienza cortese maestra, anco degl' ignoranti. Se il primo non riesce, siamo irreparabilmente cascati in un grandissimo precipizio; se il secondo non torna bene, il rimedio è facilissimo, e prontissimo. Al primo si ponno opporre grandissime difficultà di ragioni, come io ho fatto nelle mie scritture, sopra questo negozio; Il secondo viene comprovato da saldissimi discorsi, e da efficacissime ragioni. Però mi pare, che considerate queste cose intelligibili da tutti, ancorchè non abbiano studiate le Mattematiche, sia assai facile la risoluzione. Però non dico altro, ma starò attendendo i comandamenti,

ed a V. Eccel. so Umil. Reverenza, inchinandomi al Serenifs. nostro. Roma li 8. di Febbraio 1642.

D. V. Eccel.

Dev. ed Obb. Serv.
D. Benedetto Castelli.

Finalmente del mese d'Aprile ebbi la seguente lettera dal Rev. P. Don Orazio Barbisoni Abate di S. Niccolò del Lio, dalla quale rimasi consolato, vedendo che la mia proposta, ancorchè sul principio fusse parsa stravagante Paradosso, ed avesse incontrato senso totalmente avverso all' opinione comunissima invecchiata, ed abbracciata con deliberazioni pubbliche di più di cento anni addietro, in ogni modo cominciava a pigliare piede, a segno che molti di presente sono venuti nella mia sentenza; e quello che mi è paruto segno di essermi apposto al vero è, che nessuno di quelli de' quali mi ho guadagnato l' assenso, si è ritirato di nuovo alle prime fantasie, ma ogni giorno molti si piegano, ed inclinano alla mia opinione; ho però voluta registrare quì la lettera medesima in confermazione di quanto ho detto, ed anco per la stima che io so del suddetto Padre per dignità, e carichi supremi avuti, e noto Cavaliere della mia Patria Brescia.

Rev.^mo^ Pad.^re^ Col.^mo^

Alla fine sono stato dall'Eccel. Basadonna, ora che meno aggravato dalla sua Gotta può attendere anco a gli affari degli altri: abbiamo a lungo discorso della Laguna, e loda estremamente le considerazioni di V. P. Rev. dalla prudenza della quale sono state formate, e mi ha detto che questi Signori hanno fatta grandissima stima della prima considerazione, che già quì in persona esplicò, ma che si è accresciuta la stima del gran sapere di lei dalla seconda: che però son rimasi in se ruminando la materia, e mi ha aggiunto, che per le rilevanti ragioni addotte in esse considerazioni hanno lasciata l' operazione, che avevano pensata di fare con sì grande spesa: frutto non piccolo di esse considerazioni: e mi ha anco detto: se questi Signori vengono in alcuna risoluzione, la faranno chiamare per assistere alle deliberazioni, tali sono state le formate parole di lei. In somma ho conosciuto realmente che S. Eccel. ha gran desiderio di servire a V. P. Rev. alla quale bacio le mani. Venezia 11. d'Aprile 1642.

D. V. P. Rev.

Dev. ed Obb. Servitore
Don Orazio Barbisone.

Let-

Lettera all' Illustrifs., ed Eccellentifs. Sig. Gio: Basadonna.

Ill.mo ed Eccel.mo Sig.re e Pr.ne Col.mo

IL Rev. Barbisone Abate del Lio mi scrive che V. Eccel. ha passato seco lungo discorso intorno alla Laguna di Venezia, e che i miei pensieri sono stati ruminati, e che in somma ne vien fatta stima grande in particolare della seconda parte aggiunta. Io so che ho detto il vero, contuttociò tengo obbligo a V. Eccel. perchè so, che ella l' ha rappresentato in modo, che ci si è fatta matura riflessione, e quanto più sarà inteso quello, che ho detto, tanto più sarà apprezzato. Io non pretesi mai, che la proposta mia fusse subito abbracciata, perchè conosceva molto bene, che la novità delle cose da me rappresentate, e l' essere loro totalmente contrarie all' opinione comunissima, ed invecchiata, ed essendo ancora per se stesse assai astruse, e difficili, e di gran lunga superiori alla capacità volgare degli Architetti, Periti, ed Ingegneri, si sarebbero rese aborribili di primo incontro. Ma a canto a canto io dissi sempre, che il tempo averebbe scoperta la verità, e che gl' intelletti docili sarebbero venuti nella mia sentenza, e che una volta si sarebbe fatta risoluzione conforme al mio parere, e questo notai nella prima mia scrittura. Lodato Dio, che ora vedo, che si va spianando la strada, e si apre l' occhio in questo gravissimo negozio. E di già mi pare, che si sia superato un gran punto, essendo incagliata la risoluzione dell' ultima diversione, la quale veramente sarebbe stata perniciosissima. E se io fossi in Venezia, e che avessi comodo di discorrere, e di mettere in campo le cose, che di mano in mano mi sovvengono, ho di già tanto in contanti, come si suol dire, che forse quieterei anco quelli, che per anco sentono qualche durezza nel mio parere. Basta, mi pare, che si sia fatto assai, e se quei sublimi ingegni di codesta nobiltà si applicheranno allo studio diligente del mio trattato, e di quanto ho spiegato nelle scritture in questo negozio, dove sul principio m' incontrai, che tutti erano aversi alla mia opinione, gli averei tutti a favor mio: massimamente quando rappresenterò in conspetto di tutta Venezia un esperienza chiarissima, evidentissima, e palpabile, nella quale si vedrà tutto questo negozio rappresentato al vivo tanto bene, che resterà sgombrata ogni caligine di difficoltà. Io spero in Dio, che mi darà sempre il suo santissimo aiuto, e devotamente gli rendo sacrificj di lode, e di grazie, implorando il suo favore, per poter servir bene in un impresa tanto nobile, e di tanto grandi conseguenze, e che sarebbe materia ampla per una scienza, nuova

va sì agli intelletti umani, ma piena di verità eterne, nascoste ne i profondi segreti della natura. Finisco con supplicare l' Eccel. Vostra, che inchini umilmente in mio nome al Serenissimo Principe, al quale vivo servo di singolarissima devozione, e le fo reverenza. Roma 23. d' Aprile 1642.

Di V. Eccell.

Dev. ed Obb. Servitore
D. Benedetto Castelli.

Al Molto Reverendo Padre Francesco di San Giuseppe.

IN esecuzione del comandamento, che mi fece colle passate V. P. Molto Rev. d' ordine del Serenissimo Principe Leopoldo mio Signore, che io dovessi dire il mio parere intorno alla sboccatura di fiume morto, se si debba mettere in Mare, ovvero in Serchio: Io dico, che mi trovai già 18. anni sono in circa, quando la medesima bocca fu aperta in mare, e serrata quella del Serchio; la quale operazione fu fatta per rimediare alla grand' inondazione, che si facea in tutto quel paese, e piano di Pisa, che resta fra il fiume d' Arno, ed i monti di S. Giuliano, ed il fiume del Serchio, il qual piano rimaneva sempre sott' acqua, in modo, che non solo l' Inverno, ma anco gran parte dell' Estate quelle campagne venivano coperte dall' acqua; ed effettivamente aperta, che fu la bocca di fiume morto in mare, subito il paese rimase libero dall' acque, ed asciutto, con grandissima soddisfazione degli interessati in quella campagna; e quì mi pare cosa degna d' esser avvertita, che per lo più tutti quelli, che possegono beni in quel paese, vorrebbero, che la bocca di fiume morto stesse aperta in mare, e quelli, che la vorrebbero aperta in Serchio sono persone, che non vi hanno altro interesse, che di guadagnare con fare spese di comandamenti, ed altro, ec.

Ma per più chiara intelligenza di quello, che debbo dire, debbesi sapere, che la resoluzione di aprire la suddetta bocca in Serchio fu fatta al tempo del Gran Duca Ferdinando Primo, per li motivi medesimi, che si propongono ancora adesso, come ella mi scrive nella sua. Poichè vedendosi manifestamente, che quel fiume morto aveva, ed ha la bocca aperta in mare, la campagna si mantiene asciutta, ed essendo ancora verissimo, che la furia de' venti Libecci, e Mezzigiorni, portava tanta copia d' arena nella foce del fiume morto, che lo serrava affatto; massimamente quando l' acque de' Pisani sono magre, e deboli; e pensano, che voltando lo stagno di fiume morto in Serchio, e mantenendosi il Serchio di continuo colla forza delle sue acque la propria bocca aperta in mare,

re, ed in conseguenza ancora fiume morto, averebbe avuto lo sfogo libero, ed aperto, ed in questa maniera pensano, che la campagna di Pisa sarebbe restata libera dall' acque. Il discorso cammina bene in prima faccia; ma la pratica mostra in contrario, e la ragione conferma il medesimo; imperocchè l' altezza dell' acqua di quelle pianure, viene regolata dall' altezza dell' acque nella sboccatura di fiume morto, cioè essendo l' acque alla sboccatura alte, ancora l' acque s' alzano nelle campagne, e quando l' acque alla sboccatura sono basse, si sbassano ancora l' acque nella campagna; nè basta dire, che lo sfogo di fiume morto sia continuo, ma bisogna dire, che sia bassissimo. Ora quando il fiume morto terminasse in Serchio, chiara cosa è, che terminerebbe in alto, poichè terminando in mare, e di mano in mano, che il Serchio abbonda più d' acqua, e si alza, è necessario, che ancora il fiume morto abbia più alto il suo livello, ed in conseguenza manterrà l' acque nella campagna più alte. Anzi è intervenuto alle volte, e lo dico di veduta, che fiume morto ha rivoltato il suo corso all' insù verso Pisa, qual cosa seguirà sempre, quando incontrerà, che l' acque de' Pisani sieno più basse del livello di quelle del Serchio, che in tal caso, l' acque del Serchio rigurgitano ne' piani per fiume morto; in modo, che si sono osservate le torbide, ed il Serchio arrivare per questo regurgito fino alle mura di Pisa, ed allora, avanti, che sieno smaltite tant' acque, che vengono con gran furia, e calano appoco appoco, ci corrono molti, e molti giorni, e mesi, anzi non potendosi mai in tempo alcuno trovare l' acque del Serchio, per magro, che sia, tanto basso di livello quanto è il mare, (che è luogo bassissimo dell' acque,) ne segue, che mai in qualsivoglia tempo dell' anno, l' acque di fiume morto, mentre terminassero in Serchio, non sarebbero tanto basse, quanto arrivano a sbassarsi quando il medesimo fiume morto termina nel mare; egli è ben vero, che la bocca di fiume morto aperta in mare è soggetta all' incomodo di serrarsi per l' impeto de' venti. Ma quì è necessario usar diligenza di aprirla, la qual cosa si fa facilmente, con tagliare un poco quell' arena, che resta nella bocca, quietato, che sia il vento, e basta farci un fossetto largo poco più di due palmi, perchè cominciando l' acqua a scorrervi, porta via in poche ore quell' arena, e seguirà un fosso profondo, e largo, che smaltisce tutta l' acqua de i piani in pochissimo tempo. Ed io mi ritrovai in fatto, che essendo stata rimessa dalla furia del Libeccio una gran quantità d' arena in bocca di fiume morto, fatto fare, che io ebbi il fossetto una mattina, poco avanti mezzo giorno, s' aprì una bocca larga 40. braccia, con fondo notabile, in modo, che l' acqua, che già aveva ingombrata tutta la campagna, scorse via in meno di tre giorni, e lasciò libero, ed asciutto il paese con maraviglia di tutti. Si trovò pre-

sente a questo fatto, sopra il luogo stesso, nel medesimo giorno, che si aperse, il Sereniss. Gran Duca, la Sereniss. Arciduchessa Madre, tutto il Magistrato de' Fossi, con moltissime altre genti, e contadini del paese, e tutti videro molto bene, che non fu mai possibile, che una barchetta armata di otto remi, che era venuta di Livorno per servire il Sereniss. Gran Duca, potesse superare la corrente, ed avanzarsi dentro fiume morto, e la Sereniss. quale era venuta con pensiero di far serrare la detta bocca in mare, ed aprire quella in Serchio, mutò parere ordinando, che si lasciasse aperta in mare, come fu eseguito. E se di presente si ritornerà in Serchio, sono molto ben sicuro, che sarà necessario riaprirla in mare. Fu anco dato ordine, e carica a persona apposta, che avesse pensiero di aprire la medesima bocca, come si è detto ne' bisogni. E così le cose sono camminate assai bene fino a' presenti tempi. Ma essendo da mezzo Ottobre fino adesso, che siamo al primo di Febbraio continuati impetuosi Libecci, e Mezzigiorni, con frequenti, ed abbondanti piogge, non è maraviglia, che sia seguita qualche inondazione; ma dirò bene, che molto maggior disordine sarebbe stato, se la bocca fusse stata aperta in Serchio. Questo, che ho detto sin quì, è assai chiaro, ed intelligibile da tutti quelli, che hanno qualche notizia, e mediocre ingegno in queste materie. Ma quello, che sono per proporre da quì avanti, sono molto ben sicuro sarà inteso da V. R., ma parrà strano, ed inverisimile a molti. Il punto è, che io dico, che con alzare il livello di fiume morto un mezzo braccio solamente alla sua sboccatura, penetrerà in Serchio più di quello, che sarebbe in mare, cagionerà tre, o forse più braccia di alzamento dell' acque sopra la campagna verso Pisa, ed anco di più di mano in mano, che s' allontaneranno dalla marina, e così seguiranno grandissime inondazioni, e danni di considerazione. E per intendere, che questo sia verissimo, debbesi notare un accidente da me avvertito nel mio discorso della Misura dell' acque correnti, dove ancora ne rendo la ragione al Coroll. 14. L' accidente è tale, che sopravvenendo una piena, per esempio, al fiume d' Arno, la quale lo faccia rialzare sopra la sua bocca ordinaria dentro Pisa, o poco sopra, o poco sotto la Città, sei, o sette braccia, questa medesima altezza riesce sempre minore; e minore quanto più ci andiamo accostando alla marina, in modo tale, che vicino alla marina non sarà rialzato il medesimo fiume a fatica un mezzo braccio in circa; dal che ne segue, per necessaria conseguenza, che se io mi trovo più alla marina, e non sapendo altro di quello, che accade, vedessi alzato il fiume d' Arno per una piena un terzo di braccio, potrei di sicuro inferire, essersi il medesimo fiume alzato in Pisa quelle sei, o sette braccia, e quello, che io dico d' Arno, è verissimo in tutti i fiumi, che sboccano in mare, la

qual

qual cosa stante vera, è necessario tener grandissimo conto d' ogni poco di alzamento, che fa il fiume morto alla marina per isboccare in Serchio. Perchè quando bene, l' alzamento del fiume morto per dover sgorgare le sue acque in Serchio, verso la marina, fusse solo un quarto di braccio, potremo molto bene esser sicuri, che lontano dalla marina intorno a Pisa, e sopra quelle campagne, l' alzamento sarà molto maggiore, e riuscirà due, e tre braccia, e perchè il paese è basso, tale alzamento opererà una continua inondazione delle campagne, come facea già avanti, che io facessi aprir la bocca in mare. (*a*) E pertanto io concludo, che in modo nessuno si debba aprire la bocca di fiume morto in Serchio, ma si debba continuare in mare, usando ogni diligenza per mantenerla aperta nel modo sopraddetto, subito che sarà quietato il vento. E se si farà altrimenti, io dico risolutamente, che ogni giorno seguiranno maggiori danni, non solo nelle campagne, ma anco alla salubrità dell' aria; come si è visto ne' tempi passati. E poi debbesi con ogni diligenza procurare, che dal fosso di Librafratta non si spargano, e non trabocchino in modo nessuno acque nel piano di Pisa, perchè dovendo queste acque scaricarsi in fiume morto, lo mantengono alto molto più di quello, che si pensa, conforme a quello, che io ho dimostrato nella mia considerazione sopra lo stato della Laguna di Venezia. Ho detto poco, ma parlo con V. R. che intende assai, e sottopongo tutto al purgatissimo intelletto del nostro Serenifs. Principe Leopoldo, al quale mi favorisca inchinarsi umilmente a mio nome, e conservarmi la sua clementissima grazia; e si ricordi di pregare Dio per me, e le bacio le mani. Roma il 1. Febbraio 1642.

Di V. P. M. Rev.

Affezionatifs. Servitore
D. Benedetto Castelli.

(*a*) Egli è verissimo, che al sopravvenir d'una piena in un fiume, se nel tronco superiore si faccia un rialzamento di 6 o 7. braccia, vicino al mare il pelo del fiume può rialzarsi solamente di mezzo braccio, poichè ivi la superficie de' fiumi va a distendersi sopra quella del mare: Ma non è perciò vero, che il rialzamento in un fiume d' un mezzo braccio, vicino al mare, cagionato da una traversa, o da qualunque altro ostacolo, possa produrre l' elevazione di 6. o 7. braccia nel pelo d' una piena nelle parti superiori, non dipendendo l' uno dall' altro; e l' impedimento nel secondo caso si risentirà solo dall' acqua, che resta sotto l' Orizzontale condotta per il ciglio della traversa, sia il fiume in stato d' acqua bassa, o di piena; non considerandosi quì l' interrimento, che può esser prodotto da una traversa non amovibile, e tenuta sempre in un fiume, che porti acqua torbida, il quale ostacolo rialzando andantemente fino a qualche altro stabile interrompimento di traversa il fondo del fiume, cagionerebbe un simile rialzamento nel pelo delle piene.

Risposta ad una scritta dal Bartolotti delle difficoltà notate.

Si lascia la Lettera cominciando dal primo Capo.

E Prima dico, quando che io supponga, che il livello del Serchio sia più alto, che quello di fiume morto, questo è verissimo, quando si sono scaricate l'acque di fiume morto in mare, ma io non ho mai negato, che le cose non si possano ridurre in stato tale, che il livello di fiume morto sia più alto del Serchio; e così concedo, che seguirà, che l'acque di fiume morto anderanno nel Serchio, e può esser benissimo, che lo scolo di fiume morto in Serchio sia continuato, ed anco concedo, che possa essere, che il Serchio non regurgiti mai per fiume morto alla volta di Pisa, anzi concederò di più, che si potria fare in modo, che fiume morto abbia caduta tale in Serchio, che sarà bastante a far macinar mulini; ma soggiungerò poi, che la campagna di Pisa, e la Città stessa sarà un lago formale.

II. Che il Signor Bartolotti dica risolutamente, che quando il mare ingrossa per Libeccio, o altri venti, il livello del Serchio nel luogo segnato A nella Pianta, lontano circa 200. braccia s'alzi pochissimo; ma che fiume morto in D, ed anco in E, molte miglia più in sù, s'alzi assaissimo, e che questo confermano alcuni Pescatori, e lo mostrano li segni dell'alzamento dell'acqua; lo concedo per verissimo, e l'ho visto io con gli occhi propri; ma ciò segue quando è serrata dal mare la bocca di fiume morto, come spiegherò più a basso, e questo alzamento alla marina non è di pregiudizio considerabile alle campagne; e questo è quanto io vedo, che sia vero nel detto del Sig. Bartolotti, senza, che rifaccia altra prova, siccome non ho bisogno di prova, che il livello di fiume morto s'alzi in E, e molte miglia più in sù s'alzi assai, ed io non ho mai detto il contrario.

III. Intorno alla difficoltà d'aprir la bocca di fiume morto in mare, quello, che dice il Castellano è verissimo, cioè che all'entrare per aprir la bocca, è necessario fare un fosso profondo; ma dico, che in quel tempo è difficile aprirla, se non viene un gran bisogno, poichè la difficoltà procede, perchè l'acque di fiume morto sono basse, e le campagne stanno asciutte.

IV. Quanto al particolare delle cause, che V. S. mi dice, che premono tanto al Serenis. Gran Duca, ed al Serenissimo Principe, non ho che dir molto, perchè non è mio mestiero, nè mai ho fatto reflessione a questa materia; credo però, che quando il Serenis. Principe, e quell'

Al-

Altezze vedano in un bilancio da una parte l' utile de' suoi Popoli, e Vassalli, e dall' altra parte il servizio delle Cacce, Sua Altezza inclinerà al benefizio de' Vassalli, tale ho sempre conosciuta la pietà sua, e la sua Serenissima mente. Ma se io avessi a metter bocca in questa materia, direi, che le punte degli spiedi, e le bocche degli archibusi, la bravura de' cani, la sagacità de' cacciatori, i quali scorrono, e cercano minutamente tutti quei boschi, e tutte quelle selve, e quelle macchie, sieno la vera destruzione de' cervi, e de' cignali, e non un poco d' acqua salsa, quale finalmente risiede solo in alcuni luoghi bassi, e non s' allunga molto; contuttociò io non entro in simil proposito, e mi rimetto totalmente al giudizio di questa materia.

V. Quell' esperienza di congiungere insieme con un fossetto l' acqua di fiume morto, e quella del Serchio, per vedere quanto di vantaggio ha il livello E, sopra il livello A, non mi dà piena soddisfazione, e penso così specialmente, perchè può intervenire, che alle volte sia più alto E, ed alle volte sia più basso A, e non ho dubbio, che quando il Serchio sia basso, ed il fiume morto abbondante d' acqua, il livello del fiume morto sarà superiore al livello del Serchio; ma essendo il Serchio grosso, e fiume morto scarso d' acqua, sarà il contrario, se sarà aperta la bocca in mare: E quì mi parrebbe, che si dovesse considerare, che tanto è di vantaggio da E al mare per la bocca di fiume morto. Ma la difficoltà (che è quello, che importa nel caso nostro) è, che il viaggio dell' acque per il fossetto è lungo tre volte più del viaggio della bocca di fiume morto, per quanto mostra la pianta, che V. S. mi ha mandato, la quale riconosco assai aggiustata, avendo molto bene in mente quei siti. Di quì debbo avvertire, che terminando l' acque di fiume morto pel fossetto in Serchio, (l' acque del qual fiume morto di sicuro non sono mai tanto basse, quanto il mare) la pendenza loro sarà per due cagioni minore della pendenza delle medesime acque per la bocca del mare, cioè per la lunghezza della linea pel fossetto, e pel termine alto nel Serchio: cosa che importa assaissimo a scaricare l' acque subito sopravvenienti, come conoscerà chiaro quegli, che averà inteso il mio libro della Misura dell' acque correnti, e questa fu la cagione, per la quale si rasciugò tutto il paese, quando fu aperta la bocca in mare. E quì metto in considerazione quello, che asseriscono i Contadini Pisani, cioè, che l' acqua sopra la campagna non fa danno di considerazione con starvi cinque, o sei, ed anco otto giorni; e però il servizio del paese è, che si apra in modo, che venuta, che sia l' acqua abbia libero, e presto lo scolo, e che non vi si trattenga più di otto, o nove giorni, perchè allora le raccolte vanno male. Desidererei ancora, che quando si mette in campo qualche proposizione intorno a questi nego-

zi,

zi, si proponesse più determinatamente, che sia possibile, e non starsene sopra generali, e principalmente quando si tratta di alzamenti, e di velocità, di tardità, di molta, e di poca acqua, cose tutte da specificarsi con misure.

VI. V. S. seguita nella lettera a dire, che il Sig. Bartolotti confessa, che se la bocca di fiume morto si potesse sempre tenere aperta, sarebbe meglio lasciarla stare come ella stà; ed io per non lasciarmi vincere di cortesia, confesso, che il tenerla serrata da tutte le parti, sarebbe cosa perniciosissima. Ma stante la sua confessione, torno a replicare, che fiume morto non si dee mettere in Serchio, ma in mare immediatamente, perchè sebbene alle volte si serra la bocca in mare, in ogni modo gli alzamenti dell' argine sopra le campagne, (che è quello, che importa il tutto) saranno sempre minori, se noi ci serviremo della bocca in mare, che adoperando quella del Serchio.

VII. Non voglio trapassare un poco di scrupolo, che io ho nel detto del Signor Bartolotti, cioè, quando dice, che le due bocche A, e D sono eguali al pari della Marina; ora a me pare, che la bocca A di fiume morto in Serchio, sia dentro il Serchio assolutamente, nè si può sbassare; e viene regolata dall' altezza del Serchio; ma la bocca di fiume morto termina, e si dee intendere terminata nel mare nello stesso luogo bassissimo. E questo credo, che sia stato molto bene avvertito dal Signor Bartolotti, ma non sò perchè lo trapassi senza narrarlo; e non si vede, che segua la bocca D lontana dal mare, la qual bocca dee esser messa nel mare stesso, e così apparisce più chiaro il vantaggio della bocca in mare.

VIII. Quello, che aggiunge il Sig. Bartolotti, che quando è tempo d' acque grosse, e quando i venti imboccano fiume morto, non solo lo ritardano, ma rivoltano il corso loro all' insù tardissimamente, mi muove più presto a credere, che il Signor Bartolotti conosca benissimo la bocca di fiume morto in Serchio per dannosa; imperocchè da questo riconosce, che la bocca in mare scarica in modo tale il paese dell' acque, che restano bassissime, e però ad ogni poco d' impeto l' acque si rivoltano di corso, e dall' essere il moto tardissimo, si deduce, che la copia dell' acqua marina, che viene in fiume morto non è stata quanta si crede, e come asserisce il Sig. Bartolotti.

IX. Dopo che il Sig. Bartolotti ha detto quel, che di sopra promette, cioè, che quando soffiando i venti gagliardi imboccano fiume morto, e non solo ritardano, ma voltano il corso loro all' insù, ed il tempo è piovoso, e la bocca di fiume morto serrata, l' onde del mare passano sopra l' argine di fiume morto; allora, dice il Sig. Bartolotti, la campagna conoscerà il benefizio di fiume morto sboccato in Serchio, e

la

la bocca A ſtarà ſempre aperta, e fiume morto potrà ſempre ſcolare continuamente, e le acque piovoſe, e pioventi, ancorchè la tempeſta dannoſa duraſſe molti giorni, ec.

Ed io replico, che in queſto diſcorſo, conſiſte tutto l' inganno; perchè il benefizio di quelle campagne, non depende, nè conſiſte nel dire; la bocca di fiume morto ſta ſempre aperta, e fiume morto ſcola continuamente; ma tutto il punto dell' utile batte, e conſiſte nel mantenere l' acque baſſe per quei piani, e per quei foſſi, la qual coſa non ſi conſeguirà mai in eterno, quando ſi metta fiume morto in Serchio, ma ſibbene aprendo la bocca in mare, e tanto mi moſtra la ragione, e la natura, e quello, che importa, conferma l' eſperienza.

X. Nel decimo luogo, vengo a ponderare la riſpoſta, che vien fatta ad un altra propoſizione nella lettera, che io ſcriſſi al P. Franceſco, la qual prudentemente per ſe ſteſſa doverebbe baſtare per chiarire tutto queſto negozio. Io diſſi nella mia lettera, che ſi doveva fare gran ſtima d' ogni poco d' alzamento, e sbaſſamento d' acque alla marina in fiume morto, perchè queſti alzamenti, e sbaſſamenti, ancorchè ſieno tenui alla marina, in ogni modo operano, e ſono accompagnati da notabili alzamenti, e sbaſſamenti, dentro terra, e lontano dalla marina, e mi dichiarai con un eſempio d' Arno, nel quale ſopravvenendo una piena, che lo faceva creſcere ſopra la ſua altezza ordinaria, dentro Piſa, ſei, o ſette braccia, queſta altezza della medeſima piena rieſce ſempre minore, quanto più ci accoſtiamo alla marina; nè ſarà rialzato il medeſimo fiume a fatica mezzo braccio, e meno; dal che ne ſegue per neceſſaria conſeguenza, che ſe io mi ritiraſſi alla marina, non ſapendo altro di quello, che accade in Piſa, e vedeſſi rialzato il fiume d' Arno per una piena mezzo braccio, potrei di ſicuro inferire il medeſimo fiume alzato in Piſa quelle ſei, o ſette braccia, ec. Da cotali accidenti concludo nella medeſima lettera, che è neceſſario tener gran conto d' ogni poco d' alzamento, che farà fiume morto alla marina. Ora viene il Bartolotti, e forſe per non eſſermi io ſaputo dichiarare meglio, non intende la mia Propoſizione, e dice una coſa, vera sì, ma fuori del caſo noſtro. Nè mai io ho detto il contrario, e poi non l' applica al ſuo intento; anzi io dico, che ſe l' aveſſe applicata bene, queſta ſola era baſtante a farlo rimuovere dalla ſua opinione. E perchè dice, che io ho detto, ed è vero, quando l' abbaſſamento proviene da cauſa di ſopra, cioè per pioggia, o apertura di laghi; ma quando la cauſa è di ſotto, cioè ſia per qualche oſtacolo, come d' una peſcaia, o traverſa, o impedimento meſſo diſcoſto alla marina, ſebbene al livello s' alzerà qualche braccio, dove è impedimento, in ogni modo tale alzamento anderà poco all' insù, e quì finiſce il ſuo diſcorſo, e non conclude altro. Nel qual di-

discorso prima dico, che ancora io nella Proposizione ho detto il medesimo, cioè, che venendo una piena, che faccia rialzare Arno in Pisa, sei, o sette braccia (la qual cosa mi pare, che sia causa superiore, o pioggia, o apertura di laghi, come piace più al Bartolotti) in tal caso io dico, e non in altro, che alla marina non farà rialzare a fatica mezzo braccio, e che però vedendosi alla marina per una piena (sia poi di pioggia, o apertura di laghi) rialzato Arno mezzo braccio, si potrà inferire, che a Pisa sarà rialzato quelle sei, o sette braccia, la qual verità considerata bene, dichiara tutto questo negozio a favore della mia opinione; imperocchè l' alzamento, che si fa per l' impedimento posto disotto, di pescaia, o di traversa, opera sul principio, alzando l' acque vicino all' impedimento assai, e poi meno, e meno, allontanandoci noi all' insù dall' impedimento; quando però non si tratti di piena, che sopravvenga, ma solo dell' acqua ordinaria impedita; ma sopravvenendo, come interviene nel caso nostro, allora l' acqua della piena, dico io, farà alzamento maggiore nelle parti superiori, lontane dall' impedimento, e questi impedimenti poi saranno quelli, che allagheranno le campagne, come seguì 18. o 19. anni sono avanti l' apertura di fiume morto in mare; il medesimo seguirà di sicuro, se si rimetterà fiume morto in Serchio. Quì io potrei addurre un caso bellissimo occorso a me nella campagna di Roma, vicino alla marina, dove rasciugai un pantano della condizione dell' acque di Pisa, e mi riuscì l' impresa, sbassando l' acque nel sito loro alla marina solo tre palmi, ed in ogni modo nel pantano si sbassarono più di quindici palmi. Ma la cosa sarebbe lunga, e da non potersi spiegare così facilmente; e sono sicuro, che il Signor Bartolotti, considerato questo fatto, si muterebbe d' opinione, ed insieme conoscerebbe, che rimettendosi di nuovo quell' impedimento, che io aveva levato per di sotto di tre palmi alla marina, l' acque nel pantano ritornerebbero colle prime piene, e colle piogge al termine di prima, come farà ancora fiume morto se si rimetterà in Serchio.

Quì voglio pregar V. S. che mi favorisca di far istanza in nome mio al P. Francesco, che si compiaccia dichiarare la mente mia al Sig. Bartolotti nella suddetta lettera, poichè spero, se intenderà bene questo punto, non sarà più tanto costante nella sua opinione.

Che poi cotesti Signori del Magistrato dell' Offizio de' Fossi, l' Illustriss. Sig. Marchese di S. Angelo, e V. S. concorrino al mio parere, mi piace assai, ma perchè so, che non hanno per fine di fare cosa grata a me, ma solo di servir bene il Serenissimo nostro Gran Duca, mi dichiaro liberamente, che non gliene voglio aver maggiori obbligazioni di quelle, che io tengo a chi è di contraria opinione alla mia, perchè so, che hanno il medesimo fine. La sentenza diffinitiva di tutta questa causa

causa hanno da dare a coteste campagne cotesti fossi, e coteste acque; *appellazione remota*.

XI. Quanto alla quantità dell' acqua, che mette il fiume morto in mare ci è che dire assai, ed io mi sono trovato a simili burrasche. Ma V. S. mi creda, che come questa cosa non è continua, ma solamente per alcuni giorni, non sarà mai di gran pregiudizio a coteste campagne; e se V. S. se ne vuole chiarir bene, vada a fiume morto lontano dalla marina, in tempo di quest' impetuosi venti un miglio in circa, ed osservi la corrente all' insù, che lo vedrà tardissimo, ed in conseguenza conoscerà, che la quantità dell' acque, che rigurgita è pochissima. E quì milita la regola de' rialzamenti, provenienti da cagione per di sotto, che non opera rialzamento di considerazione lontano dalla marina.

Vengo necessitato partire domani da Roma coll' Eminentiss. Signor Card. Gaetano per certi negozi d' acque, però non sarò più lungo, ma per finir questa prolissa diceria, concludo in poche parole, che in modo veruno non si dee metter fiume morto in Serchio, nè attaccarsi a partiti di mezzo, che saranno sempre perniciosi; ma si dée scaricare fiume morto immediatamente nel mare. Quando si serra dalla furia dell' onde marine, dico che è segno, che non ci è bisogno d' aprirla, e quando ci è bisogno d' aprirla, s' apre facilmente. Nel resto V. S. tenga conto di tutti i particolari, che occorrono, perchè la memoria delle cose passate, ci sia maestra di quelle, che hanno da venire. Se averà occasione, inchini umilmente il mio nome al Sereniss. Principe Leopoldo, ed attenda a servire le lor Altezze, perchè serve Principi di esattissimo merito; ed io anco gli resto obbligatissimo. Nelle controversie, che occorrono, abbia sempre il santiss. fine di dire il vero, che ogni cosa gli riuscirà felicemente. Bacio le mani al P. Francesco, al Signor Bartolotti, ed a V. S. Roma li 14. Marzo 1642.

Di V. S. Molt' Illust.

Obbligatiss. Servitore
D. Benedetto Castelli.

Con quest' occasione voglio inserire quì un discorso, che io ho fatto sopra la bonificazione delle paludi Pontine, perchè tengo che tutto quello, che si potria fare di benefizio, ed utile in quell' impresa, abbia pure dependenza dall' intera cognizione di quella tanta importante proposizione da me dimostrata, e spiegata nel mio trattato della Misura dell' acque correnti; cioè, che la medesima acqua di fiume, va continuamente mutando misure, secondochè muta, e varia la velocità del suo corso, in modo, che la misura della grossezza del fiume in un sito alla misura del medesimo fiume in un altro sito, ha l' istessa proporzione reciprocamen-

mente, che ha in questo sito la velocità alla velocità del primo sito. E questa è verità tanto costante, ed immutabile, che non si altera mai d' un minimo punto in tutte l' occorrenze d' acque, che si mutano; e questa ben conosciuta, si apre la strada alla cognizione di diversissimi avvertimenti in queste materie, li quali tutti si risolvono con quest' unico fondamento, e se ne cavano utilità di grandissima considerazione, e senza queste è impossibile far cosa nessuna di buona perfezione.

AVVERTIMENTO.

L' ordine, che ci siamo prefissi nel disporre i Trattati, e le diverse Relazioni componenti questa Raccolta, non ci permette unire alla seguente Considerazione del Castelli sopra le Paludi Pontine, altre utili Scritture risguardanti il medesimo soggetto, che somministrar ci potrebbero una più chiara, e precisa idea di quelle paludose pianure, e de' ripari insieme in diversi tempi ivi usati, talora con infelice, e spesse volte con felicissimo esito, e de' provvedimenti da prendersi in avvenire. Vedrassi nel Tomo IV. la Pianta, ed il Profilo delle Paludi, con le Scritture relative dimostranti lo stato antico, e moderno di queste, ed in fine annessa una Relazione, ed altre Considerazioni, oltre l' addotte dal Castelli, sopra i rimedi, e mezzi per diseccarle, e renderle capaci di cultura.

CON-

CONSIDERAZIONE

SOPRA LA BONIFICAZIONE DELLE PALUDI PONTINE

DI D. BENEDETTO CASTELLI

Abate di S. Benedetto Aloisio, Mattematico di Papa Urbano VIII. e Professore dello Studio di Roma.

FRa l'imprese reputate da me, se non impossibili assolutamente, almeno difficilissime, una fu quella famosa del rasciugare le Paludi Pontine, e però stava risolutissimo di non applicarci mai l' animo mio, ancorchè da' Padroni mi fusse stato comandato: stimando, che fusse occasione più presto di discapitare di reputazione non riuscendo l' impresa, che di guadagnare la gloria, con ridurre le cose a miglior termine di quello, che sono di presente. Contuttociò avendo gli anni passati riconosciuto il paese, e navigato per quei fossi, e per quell' acque, dopo aver fatta qualche riflessione, mi parve, che l' impresa non fusse tanto difficile, come n' aveva per prima formato concetto, e mi sono confermato tanto più in questo pensiero, mosso da quel che io ho scritto geometricamente nel mio Trattato della Misura dell' acque correnti, in modo, che discorrendo con diversi, mi arrischiai in voce d' affermare, che questa Bonificazione, si sarebbe potuta ridurre in assai buono stato.

Ora ho risoluto di distender in carta il mio pensiero, ed onorare questa mia scrittura coll' alto nome di V. Eccel. per accreditarla, e renderla più cospicua in prima fronte; se peravventura la cosa, che io tratto, non fusse di momento tale, che meritasse d' esser per altro stimata. Mi perdoni se ho avuto troppo ardire, e mi conservi nel numero de' suoi servitori.

Essendo l' impresa di rasciugare gran parte de' territorj delle Paludi Pontine, stata fatta, e ne' tempi antichi de' Romani, ed ultimamente ne i nostri, anzi a' tempi moderni da Sisto V. non ho dubbio alcuno, che sarà possibile ancora ridurre le cose in buonissimo stato, e se non m' inganno, con pochissima spesa, in riguardo all' utile, che si caverebbe da quelle grasse campagne. Fu di grande spesa questa Bonificazione al tempo

po di Sisto V. ma per non esser stata ben intesa la cosa, si fecero molti bonificamenti, gran parte delli quali furono inutili, e vani; e tra tante operazioni, ne vennero fatte alcune delle quali segul il desiderato fine; ma non essendo stato conosciuto, non è stato tenuto conto, e così trascurato il negozio, l'acque sono ritornate nel primiero stato, com'erano avanti alla Bonificazione. Quì, ho io più volte con familiari ragionamenti con Amici, spiegata quest' impresa fatta da Sisto V. e forse ancora da più antichi coll'esempio della favola d'Orillo nell' Ariosto. Era questo mostro fabbricato con tal incanto, che si combatteva con lui sempre in vano, imperocchè sebbene nella battaglia veniva tagliato a pezzi, subito quei membri divisi si riunivano, e ritornava all' abbattimento più fiero, che mai; ma venendo con esso alla zuffa il Paladino Astolfo, dopo lungo contrasto alla fine in un colpo gli tagliò il capo di netto dal collo, e prestamente sceso da cavallo, preso il mostruoso capo, e rimontato a cavallo, correndo si mise a radere colla spada la cotenna del mostro, e gli venne tagliato il crine, nel quale solo consisteva l'incanto, ed allora subito l'orribil testa diede manifesti segni di morte, ed il busto, il qual correndo la cercava per riunirla di nuovo, diede l'ultimo crollo, ed in tal guisa restò estinto l'incanto. Servì mirabilmente al Paladino il Libro della Fata, dal quale intesa quella fattucchieria, col rader tutta la cotenna, gli venner ancora tagliati gl' incantati capelli. Nell' istesso modo io dico, che è riuscito alle volte bonificare quelle campagne, perocchè tra tante operazioni, che si facevano, veniva fatta ancora quella dalla quale dipendeva la bonificazione, ed il rimedio al disordine; ed a noi servirà di dottrina il mio Trattato suddetto, il qual bene inteso, ci farà conoscere in che consista, e da che dipenda questa rovina, e conseguentemente sarà facile applicarvi l'opportuno rimedio.

E prima dirò, che non è dubbio, che l'acque si mantengano alte sopra quelle campagne, perchè si mantengono alte nel fiume principale, che le dee ricevere, e portare alla marina. Ora le cagioni dell' altezza del fiume, mi pare che si possino ridurre ad una sola, la quale è quella tanto da me praticata per potentissima, e spiegata nel suddetto mio Trattato, cioè la tardezza del moto loro, la quale opera sempre infallibilissimamente, e precisamente, che la medesima acqua corrente muta la misura della sua grossezza con tal regola, che quanto più cresce di velocità, tanto scema di misura; e quanto più scema di velocità, tanto più cresce di misura; come per esempio, se un fiume cammina in quel sito con velocità di far un miglio nello spazio d'un'ora, e poi in un' altro sito l'istesso fiume cresca di velocità, sicchè faccia tre miglia l'ora, quel tal fiume scemerà di grossezza di due terzi, e per lo contrario, se mancherà di velocità, in modo che non faccia se non mezzo miglio,

nell'

nell'istesso tempo crescerà il doppio di grossezza, e misura. Ed in somma qual proporzione ha la velocità nel primo sito, alla velocità nel secondo sito, tale ha la misura della grossezza reciprocamente nel secondo sito, alla misura del primo sito, come io ho dimostrato chiaramente nel mio Trattato, il che replico tanto frequentemente, che dubito, che i Professori delle belle lettere mi daranno nota di troppo abbondante, e noioso. Ma a me troppo preme esser in questo punto importantissimo ben inteso, perchè sarà facilissimo poi intendere tutto il restante, e senza questo è impossibile (non dirò difficile) ma assolutamente impossibile intendere, nè mai far cosa di buono, e per dichiarar meglio l'esempio, intendasi, che l'acqua d'un fiume A D (*Fig. 23. Tav. III.*) cammini alta al livello di A F con una tal velocità, e poi la medesima acqua sia velocitata tre volte più, dico, che si sbasserà un terzo, e starà a livello nella B E, e se più si velociterà, più si sbasserà in mare; ma se si ritardasse più di quello, che faceva al livello A F, alzerebbe anco più sopra il medesimo livello A F, ancorchè corra sempre l'istessa copia d'acque. Col suddetto saldissimo fondamento io risolvo nel mio Trattato stravaganti Problemi, ed assegno le ragioni di maravigliosi effetti d'acque correnti. Ma per quanto fa a proposito nostro delle Paludi Pontine abbiamo facilissima, e chiarissima la cagione, per la quale col transito delle bufale, che si fa pel fiume portatore, l'acque si sbassano tanto notabilmente, che è quasi cosa maravigliosa, poichè quelle cannucce, erbe, e piante, che nascono, e crescono sparse pel fiume, trattengono, ed impediscono quella velocità all'acque, la quale averebbero, stante il loro declive. Ma pel transito di quelle bestie, calpestando quelle piante, si vengono a distendere sopra il fondo del fiume, in modo, che non impediscano più la corrente dell'acqua, e crescendo le medesime acque di velocità nel loro corso, scemano di misura, ed altezza, ed in tal guisa gli scoli delle campagne vi precipitano felicemente, e le lasciano libere dall'acque, ed asciutte. Ma in breve tempo germogliando di nuovo, ed alzando i loro fusti per lo corpo dell'acque, riducono le cose alla medesima rovina di prima, ritardando la velocità dell'acqua, facendola crescere di altezza, e forse cagionano danno maggiore; poichè per quei molti nodi, ciascuna pianta distesa germoglia maggior moltitudine di fusti, quali ingombrando molto più l'acqua del fiume, sono di maggior impedimento alla sua velocità, ed in conseguenza fanno crescere tanto più l'altezza dell'acque, e fanno maggior rovina di prima. Un'altro capo di questi danni proveniente pure dalla medesima radice, il quale ha gran parte in questo disordine, è l'impedimento nel fiume di quelle palificate, che si fanno, ristringendo il letto del fiume, per metter le reti da pescare, delle quali pescaie ne numerai più di dieci, quando io feci il viaggio

per quelle acque in Sandolo, e queste pescaie sono di tanto impedimento, che taluna di loro, fa rialzare l'acqua del fiume nella parte superiore mezzo palmo, e talvolta uno, e più ancora, sicchè raccolti tutti insieme questi impedimenti importano più di sette, o forse otto palmi. Per terza cagione del mantenersi l'acque del fiume portatore, ed in conseguenza sopra le campagne, ci concorre potentissima la gran copia d'acqua, che trabocca da fiume Sisto, l'acque del quale non sono tenute in obbedienza, ma crescendo dal suo alveo s'uniscono coll'acque del portatore, e spargendosi per le Paludi, si rialzano con danno notabile, e molto maggiore di quello, che si pensa, conforme quello che si è dimostrato nella seconda Considerazione sopra la Laguna di Venezia. Nè vale il dire, che se noi misureremo tutte l'acque, che traboccano da fiume Sisto, e le raccoglieremo in una somma, le troveremo tali, che potranno far crescere l'acque delle Paludi, stante la grande ampiezza di esse, sopra le quali si dee distendere quel corpo d'acqua: perchè a questa istanza si risponde con quello, che abbiamo avvertito nella prima Considerazione intorno alla Laguna di Venezia, trattandosi dell'abbassamento, che può fare la Brenta posta nella Laguna. E di più se vi s'aggiungerà quello, che io scrivo nella seconda considerazione, si vedrà chiaramente di quanto danno, e pregiudizio possono essere questi trabocchi dell'acque di fiume Sisto, le quali non sono mantenute in obbedienza, ed incassate nel fiume. Però venendo alle provvisioni, ed operazioni, le quali principali si doveranno fare, le riduco a tre capi. La prima, è necessario abbattere quelle palificate, e levare le pescaie tutte, osservando per mio parere una massima verissima, che pescare, e seminare sono due cose, che non possono mai stare insieme, pescandosi nell'acqua, e seminandosi nella terra.

Secondariamente bisognerà tagliare sotto l'acqua nel fondo del fiume quelle barbe, e piante, che nascono, e crescono nel fiume, e lasciarle portare al mare dalla corrente, che in questo modo non germoglieranno queste canne al distenderle sopra il fondo del fiume per mezzo del calpestio delle Bufale; e questo appunto dee esser fatto spesso, e con diligenza, e non si dee aspettare, che il male cresca, e sieno affogate le campagne, ma si dee operare in modo, che non affoghino, ed io voglio dire, che questo punto principalissimo sarebbe di male notabilissimo.

Terzo è necessario arginare bene, e forte il fiume Sisto alla sinistra, e procurare, che quell'acque vadano al ventre, e non trabocchino fuora, e notisi, che non basta fare una, o due delle medesime cose, ma si debbono metter tutte in esecuzione, perchè trascorrendo, tutta la macchina rimane sconcertata, e guasta. Ma facendolo colla debita diligenza, non solo si bonificheranno le Paludi Pontine, ma con quest'ultima in

par-

particolare, la corrente del fiume Sisto scaverà l' alveo a se medesima, fino a levarla, e forse con questa copia d' acqua, che porterà, si potrà aprire, e mantenere la bocca della Torre, aperta in mare, e sarebbe per ultimo di notabile beneficio il fiume Sisto da molti alberi, e legnami, da quali e ingombrato, rinettare.

E con questo concludo, che la bonificazione possibile a farsi, consiste in queste tre parti, prima levare le pescaie, lasciando libero il corso dell'acque. Secondo tener netto dall'erbe, e piante i fiumi principali. Terzo mantenere l' acque del fiume Sisto nel suo letto. Cose tutte, che si potrebbero fare con pochissima spesa, e con evidentissimo utile di tutto quel paese, ed anco bonificazione dell' aria, di tutte le terre adiacenti alle Paludi Pontine.

AVVERTIMENTO.

Quantunque la disposizione delle materie nol permetta, sembra nondimeno, che non possa quì omettersi nè la seguente Considerazione del Castelli sopra la Bonificazione delle tre Provincie Bolognese, Ferrarese, e Romagnola, nè l' altra Relazione di Monsignor Corsini, a cui si riferisce interamente la prima, e cui tutte l' Edizioni dell' Opera del Castelli portano a quella unita. L' altre Scritture tutte, fatte nelle altre Visite intraprese per ottenere la sopradetta bonificazione, e le Piante, e i Profili delle Livellazioni risguardanti questo soggetto, a cui forse deve in gran parte la scienza dell' Acque i suoi progressi, si daranno da noi nel Tomo V. il quale inoltre conterrà la deplorabile istoria delle vicende sofferte per più secoli da quella spaziosa parte d' Italia, e molte relazioni inedite del Guglielmini risguardanti la direzione di quelle acque, disposte, e corredate di annotazioni dal celebre Eustachio Manfredi, trasmesseci cortesemente dallo stesso per inserirsi in questa nostra Raccolta fin d' allora, che si pensò, vivendo egli, rinnovarne quì l' Edizione.

CONSIDERAZIONE

SOPRA LA BONIFICAZIONE DEL BOLOGNESE, FERRARESE, E ROMAGNOLA

DI D. BENEDETTO CASTELLI

Abate di S. Benedetto Aloisio, Mattematico di Papa Urbano VIII. e Professore dello Studio di Roma.

ESsendo stato rappresentato puntualissimamente il gravissimo negozio della Bonificazione del Bolognese, Ferrarese, e Romagnola, e disteso con scrittura della buona memoria dell' Illustrissimo, e Reverendiss. Monsignor Corsini, che fu già deputato Commissario generale, e Visitatore di quell' acque; io non potendo far sopra la medesima materia un' istesso discorso, solamente dirò alcune cose per maggior confermazione di quel tanto, che io ho detto in questo libro sopra la Laguna di Venezia, sopra le Paludi Pontine, e sopra la Bonificazione di quei piani di Pisa, posti tra il fiume Arno, ed il Serchio, dove si conosce chiaro, che in tutti li suddetti casi, e nel presente che abbiamo per le mani, si sono per lo passato commessi gravissimi errori, per non essere mai stata intesa bene la vera Misura dell' Acque Correnti, e quì è di notabile, che il fatto è, che in Venezia fu deliberata, e posta in esecuzione in parte la diversione dell' acque della Laguna di Venezia, con divertir la Brenta, non considerando quanto sbassamento d' acqua potea seguire nella Laguna, divertita che fosse la Brenta, com' io ho dimostrato nella prima Considerazione, sopra questo particolare, dalla quale operazione sono seguite pessime conseguenze, non solamente la difficoltà della navigazione, ma peggiorata la salubrità dell' aria, e cagionato il riempimento de i Porti di Venezia. E per lo contrario la medesima inavvertenza, di non considerare quanto alzamento d' acqua potesse cagionare nelle Valli il Reno, e gli altri fiumi aperti nelle medesime Valli di Bologna, e di Ferrara, è sicura cagione, che sieno sommerse dall' acque tante campagne grassissime, e fertilissime, riducendo le felici abitazioni, e popolazioni d' uomini a miserabili ridotti di Pesci; cose, che non sarebbero assolutamente seguite, quando si fussero mantenuti quei fiumi in obbe-

obbedienza, e mandato il Reno nel Po grande, e gli altri fiumi in quello di Argenta, e di Volano. Ora essendosi dal soprannominato Monsignor Corsini detto assai nella sua relazione, io solamente voglio aggiungere un certo mio pensiero, il quale dopo, che fussero regolati i fiumi, come si è detto, tengo per fermo, che sarebbe d'utile grandissimo. Io dubito bene, che mi riuscirà difficile il persuadere il mio intento, contuttociò non voglio diffidare, che almeno, quelli, che averanno inteso quello, che ho detto, e dimostrato intorno al modo, e proporzioni, colle quali procedono gli sbassamenti, ed alzamenti dell' acque correnti, che si fanno colle diversioni, ed introduzioni d'acque, resteranno capaci, che il mio pensiero sia fondato sopra la ragione. E sebbene io non vengo alla precisione in particolare, aprirò almeno la strada agli altri, i quali, usate le debite diligenze di considerare la quantità dell' acque, che s' introducono, o che vengono divertite, potranno esaminare con puntualità il tutto, e poi consultare, quello, che sarà espediente di fare.

Facendo dunque io riflessione alla prima Proposizione, che gli alzamenti d'un' acqua corrente, fatti per nuova acqua, che sopraggiunga nel fiume, sono fra loro come le Radici de' quadrati della quantità dell' acqua, che corre, e per conseguenza, che il simile interviene nelle diversioni, in modo tale, che camminando un fiume alto una tal misura, per farla crescere il doppio d' altezza, bisogna accrescere tre volte tanto l' acqua, quanto correva prima, sicchè quando l' acqua sarà quadrupla, l' altezza sarà dupla, e se l' acqua fusse centupla, l' altezza sarebbe decupla solamente, e così di mano in mano, e per lo contrario nelle diversioni, se delle 100. parti d' acqua, che scorrono per un fiume, ne saranno divertite diciannove centinaia, l' altezza del fiume, scema solo un decimo, e seguitando a divertirla diciassette centinaia, l' altezza del fiume cala pure un decimo, e così a divertire quindici centinaia, e poi tredici centinaia, e poi undici centinaia, e poi nove centinaia, e poi sette centinaia, e poi cinque centinaia, e poi tre centinaia, sempre di tutte queste diversioni, l' altezza dell' acqua corrente scema la decima parte, ancorchè sieno le diversioni tanto ineguali; facendo dico riflessione a questa infallibile verità, sono entrato in pensiero, che quando fussero divertiti dalle Valli, il Reno, e gli altri fiumi, e ci rimanesse solo il canale della navigazione, il quale fusse solamente la decima parte di tutta l' acqua, che casca nelle Valli, in ogni modo manterrebbe alta l' acqua nelle medesime Valli una decima parte di quell' altezza, che veniva congiunta dal concorso di tutti i fiumi. E pertanto stimerei, che fusse ottima risoluzione mantenere il canale della navigazione (quando fusse possibile di farla) continuata fino al Po di Ferrara, e di lì mandarlo nel Po di Volana, che, oltrechè sarebbe di grandissimo comodo alla navigazione di

Bologna e Ferrara, la medesima acqua renderebbe ancora navigabile il Po di Volana fino alle mura di Ferrara, ed in conseguenza la navigazione sarebbe continuata da Bologna alla marina.

Ma per incamminar bene questa impresa, è necessario misurar la quantità dell'acqua, che scaricano i fiumi nelle Valli, e quella che porta il canale della navigazione, nel modo, che ho dimostrato io nel principio di questo Libro, perchè conosciuto, che sarà questo, si verrà ancora in cognizione di quanto utile sia per riuscire questa diversione dalle Valli del canale della navigazione, la quale però sarebbe inutile ancora ogni volta, che non fossero prima scolati tutti i fiumi, che scaricano le loro acque nelle valli, conforme a quanto di sopra si è avvertito.

Rimettendosi il P. Castelli nella presente Considerazione alla Relazione di Monsignor Corsini, fondata sull' osservazioni, e dottrine dell' istesso Padre, come si vede nella presente scrittura, m'è paruto conveniente per compimento dell' Opera di quest' Autore in simili materie, inserirla in questo luogo.

Relazione dell' Acque del Bolognese, e Ferrarese.

Dell' Illustriss. e Rever. Monsignor Ottavio Corsini Fiorentino Soprantendente della general Bonificazione, e Presidente di Romagna.

IL Reno, e gli altri Torrenti della Romagnola furono per consiglio del Padre Agostino Spernazzati della Compagnia di Gesù, negli ultimi giorni di Papa Clemente Ottavo, non ostante la contradizione de' Bolognesi, e d'altri interessati, divertiti dal loro alveo, per dar comodità allo scavamento del Po di Ferrara, e de' suoi due rami di Primaro, e di Volana, per introdurre in essi l'acqua del Po grande, acciocchè restituiti loro i soliti torrenti, ne portassero l'acque torbide al mare, ed alla Città rendessero la navigazione già perduta, come è chiaro per lo Breve dello stesso Papa Clemente scritto al Cardinale San Clemente sotto li 22. d'Agosto 1604.

L'opera della detta scavazione, e dell'introducimento di detto Po, o per esser tale in se stessa, o per la disunione de' Cardinali Legati allora in questi Paesi, e per dispareri venuti fra di loro, riuscì tanto difficile, che dopo d'aver spesi molti, e molti danari in termine di 21. anni, altro non si è fatto, che rendutola più malagevole.

Intanto con l'acque loro, e torbide, e chiare hanno i torrenti danneggiato i terreni posti alla destra del Po d'Argenta, ed il Reno quei de' suoi lati, di cui favellerò prima, come di quello, che è di maggior importanza, e da cui procede la principal cagione de' mali, che resultano ancora da gli altri.

Que-

Questo avendo allagato la tenuta della Sanmartina di circonferenza di 14. miglia in circa datagli prima, e parte di quella del Cominale datagli poi quasi per conca, d'onde deposta la materia delle torbide, se n'uscisse chiaro per le bocche de' Masi, e del Lievaloro nel Po di Primaro, e di Volano; ruppe l'argine circondario verso S. Martino, e quello dell'alveo suo nuovo alla destra appresso la torre del Fondo.

Per le rotture di questo lato versa gran copia dall'altra parte del Cominale, e ne' paesi di Raveda, del Poggio, di Caprara, delle Ghiare di Reno, di Sant'Agostino, di San Prospero, di San Vincenzo, ed altri; e ridottigli incoltivabili, fa eziandio poco fruttuosi quei di sopra per l'impedimento, che ricevono i loro scoli, trovando i condotti chiamati Riolo, e Scorsuro non solo ripieni dalla mota, e dalla belletta di lui, ma che tornano all'insù verso di loro medesimi.

Ma per le bocche nell' argine circondario al borgo di S. Martino uscendo con impeto, ha prima ammotito l'antica navigazione della torre della Fossa, e poi la moderna della bocca de' Masi, sicchè al presente il commercio fra Bologna, e Ferrara è perduto, nè si potrà senza fallo ravvivar già mai in guisa durabile, mentre ch' egli il doverà traversare; e qualsivoglia danaro, che vi s'impieghi sarà senza frutto equivalente, con pregiudizio manifesto, e notabile della Camera Apostolica.

Quindi passando nella Valle di Marrara gonfia non solo per accrescimento dell'acqua, ma per l'alzamento del fondo a cagione della materia depostavi delle torbide, la dilata, sicchè occupa li terreni al dintorno, nè riceve colla solita facilità gli scoli de' paesi superiori, de' quali i più vicini rimanendo coperti dell'acque, che sù per i condotti ringorgano, ed i più lontani delle piovane, che stagnano, non trovando esito divengono o del tutto inutili, o poco meno.

Da questa valle per lo cavo, o fossa di Marrara, o vogliamo del Duca per la Buova, o bocca del Castaldo de' Rossi, e per la nuova se ne va nell'alveo del Po d'Argenta. che dovendolo ricever chiaro per esserne maggiormente profondato, e ricevendolo torbido, perchè s' è acquistato maggior corso, ne sentirà contrarissimo effetto.

Quivi dunque tenendo alta la superficie dell'acqua fino al mare impedisce, che le valli di Ravenna, dove il fiume Senio, che quelle di San Bernardino, dove il Santerno fu voltato, che quelle di Buono Acquisto, e quelle di Marmorto, dove entra l'Idice, la Quaderna, il Sellero, non possono smaltire l'acque loro per le solite loro aperture, anzi che molte volte, come io medesimo ho veduto nella visita, ne bevono ampiamente, dal che congiunto colle torbide di quei fiumi, che in esse muoiono, gonfie anch'elle si dilatano, ed altri terreni allagano, altri privano di scolo, nella maniera, che di quella di Marrara si è detto,

P 4 di

di forte che dalla punta di S. Giorgio fino a S. Alberto, tutti quei, che erano fra le Valli, e il Po, son guasti; di quei che sono fra Valle, e Valle, molti rendutisi di pessima condizione, e quei di sopra per qualche spazio peggiorati non poco.

In fine dall'alzarsi il fondo delle Valli, ed il letto del Reno, e dall' empirsi troppo d'acque il Po di Primaro, ne sovrasta alle Valli di Comacchio, dalla cui banda è pessima l'arginatura, ed al Polesine di San Giorgio un pericolo, col tempo, se non si soccorre, irreparabile, e di presente sente l'incomodo dell'acque che per gli pori della terra penetrando, sorgono in lui, che quà chiamano surgive, che tutto è per ridondare in danno della Città di Ferrara tanto nobile all'Italia, e tanto importante allo Stato Ecclesiastico.

Le quali cose tutte appariscono verificate per mano di Notaio nella visita fatta da me per comandamento di S. Santità, e sono ancora per tali conosciute dagl'istessi Ferraresi, de' quali oltre all'instanza de' Bolognesi, la maggior parte chiede compassione con diversi Memoriali, e rimedio, sì per i danni passati, sì anco per l'avvenire, da' quali io stimo debito di coscienza, e di carità sollevargli.

Giudicò Papa Clemente, che modo sufficiente fosse per questo la detta introduzione del Po grande nell'alveo di Ferrara, pensiero veramente eroico, e di non minor bellezza, che utilità alla detta Città, del quale non parlo al presente, perch'io stimo esser di mestieri un rimedio più pronto, ed apparecchiato.

Onde non veggo, che altrove si possa applicare l'animo, che al rimover il Reno, lasciando per ora di trattare d'incassarlo di Valle in Valle fino al mare, come disegnavano i Duchi di Ferrara, conciossiachè tutti quei Ferraresi, che hanno interesse nel Polesine di San Giorgio, ed alla destra del Po d'Argenta, non ve lo vogliono, e se ne protestano pur troppo chiaramente, e che avanti, che gli si fosse fatto l'alveo fino al mare trascorrerebbono molte centinaia d'anni, e frattanto, non che rimediare a' pregiudicj di coloro, che oggi si rammaricano, s'accrescerebbono d'assai, poichè le Valli si manterrebbono gonfiate, li scoli rattenuti, gli altri torrenti impediti, si dovrebbono gonfiare non poche terre, che sono fra Valle, e Valle, ed in fine per non aver dalla Sanmartina al mare in ispazio di miglia cinquantuno più caduta di piedi 19. 8. 6. gli mancherebbe quella forza, che gli stessi, che propongono questo partito, vogliono, che egli abbia, per non depor la materia delle torbide, quando si divisa di metterlo in Volana.

Sicchè facendosi la linea del fondo vicino a Vigarano, si alzerebbe a quei termini prodigiosi, che essi aggradiscono, e se ne doverebbono aspettare quei mali, per li quali tanto abboriscono l'introdurlo nel detto Po di Volana.

Tra

Tra le vie dunque, che io ho avvisato per cotal remozione, e che io ho fatte considerare, e livellare da' Periti con assistenza del Ven. Padre D. Benedetto Castelli Cassinense uomo fidato, e da bene, nè meno esperto in somiglianti maneggi d'acque, che versatissimo nelle discipline della mattematica, due sole, essendo l'altre o troppo lunghe, o troppo pericolose alla Città, mi son parute degne, l'una contuttociò più dell' altra di essere rappresentate a V. S. Illustriss.

L'una si è rimetterlo nell'alveo di Volana, per lo quale se ne vada da per se solo al mare.

L'altra si è voltarlo al Po grande alla Stellata, che come altre volte ha fatto, lo porti al mare felicemente.

In quanto a dover eleggere la prima strada, par che ci esorti il non farsi cosa nuova, mentre si restituisce dove fu rimosso nel 1522. al tempo di Papa Adriano d'accordo seguito per via di contratto fra il Duca Alfonso di Ferrara, ed i Bolognesi, e l'essèrvi andato fin a che ne fu tolto via per le cagioni, che sono, o cessate, o per troppo lungo tempo differite.

Medesimamente la facilità con che si può effettuare, lasciandolo correre nel Po rotto, donde si volti a Ferrara, ovvero inviandolo dalla Torre del fondo alla bocca de' Masi, e di là per la scavazione fatta da' Ferraresi per Panaro, dove trovando ancora ampio letto, ed alti, e grossi argini, che servirono altre volte per lui, e per l'acque del Po, sia per risparmiare una grandissima spesa.

Che qualunque si sia la caduta, che egli abbia, se la manterrebbe, non avendo altri fiumi, che colle loro piene lo possano impedire, e che correndo ristretto fra buoni argini senza dubbio non lascerebbe per via la mota, massime che gli basterebbe per venir a Codigoro, dove aiutato poi dal flusso, e reflusso del mare non correrebbe risico di riempirsi il fondo da quindi ingiuso.

Che se ne potrebbono trarre molti comodi per la Città a cagion dell' acque correnti, e sperarne anco una più che mediocre navigazione.

All' incontro s' oppone, che non conviene pensare di rimettere questo torrente nel Po rotto pel pericolo, che ne ridonderebbe a questa Cittadella.

E che andando dalla Torre del fondo per la Sanmartina alla bocca de' Masi dalla Chiesola di Vigarano fino al mare, per questo cammino vi sono 70. miglia, e la caduta non è maggior di piedi 26. 5. 6. a talchè verrebbe a cadere solo once 4. e mezzo in circa per miglio, mentre che la comune opinione de' Periti (perchè i torrenti non deponghino la lor materia nelle piene) richiede la vigesima quarta della centesima di tutta la lor lunghezza, che nel proposito nostro fattone i conti alle mi-

misure di questi paesi è once 16. per miglio, onde ne seguirebbe certissima la deposizione, e per questo immenso l' alzamento della linea del fondo, ed in conseguenza l' obbligo ancora d' alzar gli argini, l' impossibilità del mantenerli, il pericolo delle rotte, e delle rovine, cose troppo dannose a' Polesini dell' istessa Città, e di San Giorgio, gl' impedimenti delli scoli, che dalla Torre di Tienne in giù entrano in detto alveo, cioè delle chiaviche di Goro, e della bonificazione di Ferrara, ed oltre i danni, che all' istesso Polesine di S. Giorgio, ed alle Valli di Comacchio apporterebbono l' acque, che entrassero nella gora de' mulini di Belriguardo per le chiaviche di Quadrea, che non si potrebbono serrare, perchè appartengono al Signor Duca di Modena, che ha jus di deviare a suo piacere l' acque di quel luogo ad effetto di macinare.

La maggior parte delle quali opposizioni altri pretende render vane col dire, che andandovi ultimamente, quando ne fu tolto, è segno, che aveva fatta l' elevazione della linea, che gli bisognava, negando bisognarli declivio così grande, come di sopra si è detto, e che per l' avvenire non si alzerebbe da vantaggio.

Che le stesse chiaviche vi sboccavano, mentre vi era il Po, onde molto più dovervi potere sboccare, mentre che vi sia solo il Reno.

Che le rotte non verrebbono, o che se ne venissero sarebbono sole dell' acqua del Reno, che in poche ore si pigliarebbono (pigliare le rotte chiamano quà il turarle, e racconciar l' argine.) e sarebbe dubbio, se apportassero più incomodo, che utile, imperocchè le sue torbide potrebbono in molti luoghi recare, riempiendo, opportuna bonificazione.

Or tralasciando il discorrere della sodezza delle ragioni de gli uni, e de gl' altri; io apporterò quelle, che muovono me a sospendere d' aderire a questo partito.

La prima si è, che quantunque io non ardisca di sottoscrivermi all' opinioni di coloro, che ricercano once 16. per miglio di caduta al Reno, perchè non deponga la sua materia, pure non sarei io l' Autore di farne la prova con tanto pericolo, imperocchè avendo per acquistarne qualchè notizia fatto livellare i fiumi Lamone, Senio, e Santerno, da Bernardino Aleotti, si è trovato, che hanno più di caduta assai di quel che richieggono i Periti, siccome egli ha dalla botta de Ghislieri alla Chiesola di Vigarano, che in spazio di quattro miglia cade il suo fondo cinque piedi, ed once cinque. Onde stimo maggior prudenza il reggermi con tale esempio, che l' andar contro ad una comune opinione, massime che gli effetti cagionati dall' istesso Reno, mi vi confermano, conciossiacosachè quando egli fu abbandonato dal Po, dopo non molti anni, o perchè avesse interrito il suo alveo, o perchè gl' increscesse il troppo lungo cammino, anch' egli naturalmente si voltò, e prese la strada dell' istes-

istesso Po verso la Stellata. Anzi in quegli istessi anni, che egli vi andò solo, cominciò (per quanto dicono) a far delle rotte, segno evidente, che posando materia s' alza, il che si consà col detto d'alcuni interrogati nella visita dal Notaio, i quali sentirebbono grand' utile d' aver acqua corrente, e qualche sorta di navigazione, e nulladimeno affermano aver lui, mancando d' acqua perenne, fatti troppo alti interrimenti, sicchè rimettendolo dond' egli volontariamente partì, dubiterei, che dopo breve tempo, se non subito partisse di nuovo.

La seconda ragione piglio io dall' osservazione di quel che faceva il Panaro, quando con tanto applauso de' Ferraresi fu messo dal Signor Cardinal Serra in detto alveo di Volana, imperocchè non ostante, che egli avesse acqua perenne assai più che il Reno; pure nel tempo ch' egli vi stette, alzò il suo letto ben cinque piedi, come si è veduto sotto all' intestatura fatta dal Signor Cardinal Capponi al suo nuovo alveo; anzi il medesimo Signor Cardinale Serra, che pur desiderava, che apparisse questa sua operazione non esser stata d' alcun pericolo, o danno, fu costretto nelle piene di lui tagliarlo nella Sanmartina, perchè non rompesse, e danneggiasse la Città, il qual pericolo temerei io più dal Reno, come da portator d' acqua, e di torbide assai più copioso.

Terzo, mi dà gran fastidio nell' incertezza della riuscita del negozio, la grave spesa, perchè non approvando io di rimetterlo vicino alla fortezza, per molti rispetti, ed inviandolo dalla Torre del fondo alla bocca de' Masi vi vogliono otto miglia d' argini doppi, assai malagevoli a farsi, per essere il terreno coperto dall' acque, ma dalla bocca de' Masi fino a Codigoro sarebbe ancor di mestieri far nuovi scavamenti, affinchè avvicinandosi l' acqua col roder poi le ripe, si accomodasse un letto bastevole pel suo corpo, non essendo sufficiente a mio parere il profondamento fatto per Panaro, del quale, quando pur bastasse, pretenderebbono i Ferraresi d' esser rimborsati, e soddisfatti della spesa.

Quarto, ha forza in me il vedere, che gli stessi interessati nella remozione di detto Torrente, cioè i Bolognesi, non v' inclinano, e che tutta la Città di Ferrara eziandio quei Cittadini, che da lui ricevono danno al presente, l' abborriscono.

Questi, o perchè venga difficultata loro da cotal operazione l' introduzione dell' acqua del Po grande, o perchè veramente ne temino il pericolo; quelli, o perchè conoscano non poter lungamente il Reno durare in quel luogo, o perchè dubitino, che sia troppo esposto a' tagli di coloro, che non vel desiderano, checchè si sia, avendo altri modi, a me pare doversi tralasciare quello, che a chi ha bisogno, che egli si rimuova, è di minor soddisfazione, e che a chi contradice è di maggior dispiacere.

Final-

Finalmente io onoro assaissimo il giudizio del Signor Cardinal Capponi, il quale avendo al naturale ingegno suo, ed alla sua prudenza aggiunto uno studio, ed un osservazione, ed un esperienza particolare di queste acque, per spazio di tre anni continui, stimò non potere il Reno andar per Volana, col quale s' accorda il parere del Signor Cardinale S. Marcello Legato di questa Città, di cui per la sua esquisita intelligenza si dee far gran conto. Ma quando pure si volesse pigliar questa via, farebbe di mestieri unirgli l' acque perenni del canalino di Cento, del canal Navilio, del Guazzaloca, e nel suo bel principio quelle della Dardagna, che al presente è uno de' fonti di Panaro, acciocchè l' aiutassero portar le sue torbide al mare, ed allora senza fallo vi vorrebbe maggior cavamento, e disponersi a patire nel Polesine di S. Giorgio, e di Ferrara il danno delle surgive.

Più agevolmente inclinerei dunque a mandarlo alla Stellata nel Po grande per le ragioni, che ingegnosissimamente il Signor Cardinal Capponi raguna in una sua breve, ma ben fondata scrittura, non perchè veramente non fusse per apportare, e con le surgive, e con le rotte, massime ne' principj, qualche danno, ma perchè tal male io lo stimo di gran lunga il minore di qualsivoglia altro. E perchè in questo modo non si dà cagione a' Ferraresi d' esclamare, che si toglie loro la speranza di poter mai più vedere il Po alle mura della loro Città, a' quali dove si può, è ragionevole di soddisfare.

E' cosa certa, che il Po è stato posto dalla natura nel mezzo di questa gran valle fatta dagli Appennini, e dall' Alpi, per portar, quasi cloaca maestra, al mare ricetto di tutte l' acque, ancor quelle, che piovono da esse.

Che il Reno da tutti i Geografi, Strabone, Plinio, Solino, Mella, ed altri è annoverato fra i fiumi, che entrano nell' istesso Po.

Che quantunque il Po abbia da se stesso cambiato di cammino, nientedimeno il Reno anderebbe a trovarlo, se al suo corso non facessero contrasto l' opere fabbricate da gli uomini; onde non è, nè dee parere strano, se altri per maggior comune utilità glie lo renda.

Ma alla Stellata può egli andare per più strade, come apparisce dalle livellazioni fatte d' ordine mio, delle quali a me piacerebbe il voltarlo alla Botta de' Ghislieri, conducendolo sopra il Bondeno alla Chiesa di Gambarone poco più alto, o basso conforme sarà giudicato di minor danno, quando se ne doverà venir all' esecuzione, e questo per due ragioni principali: l' una, perchè si vien conducendo per l' estremità dello Stato Ecclesiastico senza separar quello di Ferrara da gli altri. L' altra si è, perchè la linea è più breve, e conseguentemente la caduta maggiore, conciossiacosachè in spazio di miglia dieci, e un terzo, cade

cade piedi ventisei, più assai di quel che chieggono i Periti, ed anderebbe per luoghi, dove potrebbe far poco danno, non ostante, che s' ingegnino gl' interessati d' amplificarlo incredibilmente.

In contrario due sole opposizioni si fanno degne d' esaminarsi; l' una, che s' impediscono gli scoli di S. Bianca, del canalino di Cento, e di Burana, e tutti quei, che entrano nel Po, per l' accrescimento in esso dell' acque; L' altra si è, che crescendo il Po sopra la soglia della chiavica Pilastrese ben 20. piedi, il Reno non vi averebbe caduta, onde si alzerebbe a segni spaventosi, fino a' quali non si potrebbono nè fabbricare, nè fabbricati mantenere gli argini, sicchè traboccherebbe sopra le campagne con danni, e rovine indicibili, e irreparabili, come ne mostra l' esperienza fatta del Panaro, che essendosi costretto con argini di andar nel Po, non essendo questi ancora nella sua grande escrescenza, egli ruppe nel Finalese, e nel Ferrarese, e quando pur ciò si potesse fare, ne seguirebbe, che messi nell' alveo del Po 2800. piedi riquadrati d' acqua, che tanto si fa conto esser quei del Reno, e del Panaro insieme nelle loro piene, alzerebbono quattro piedi almeno la superficie di esso in guisa, che, o converrebbe per tutto il suo tratto fino al mare alzargli ancora fino allo stesso termine gli argini, al che non basterebbono i tesori dell' Indie, ovvero converrebbe avere delle rotte crudelissime.

A questi due capi si riducono le ragioni diffusamente spiegate in contrario, e rispondendo prima all' ultimo, come più importante

Dico doversi considerare tre casi. Il Po grosso, e Reno basso. Secondo, il Reno grosso, il Po basso. Terzo, il Reno, ed il Po ambedue grossi insieme.

In quanto al primo, ed al secondo non vi è difficoltà, perchè se il Po non sarà nella sua maggior escrescenza, sempre il Reno vi averà caduta, nè vi sarà necessaria altra manifattura intorno agli argini, e se il Reno sarà egli basso, il Po rigurgiterà nell' alveo di quello, nè perciò seguirà male alcuno. Rimane il terzo dal quale si aspettano molti mali, ma egli è cosa indubitata, che le piene del Reno per venir dagli Appennini vicini, e dalle piogge, e per durare sette, ovvero otto ore al più, non mai, o di rado si rincontrano con quelle del Po, cagionate dal disfacimento delle nevi dell' Alpi, lontane almeno 400. miglia, ma perchè egli può talvolta accadere, si dice, che occorrendo non andrà il Reno altrimenti nel Po, ma se gli potrà lasciare, uno, o due sfoghi, cioè per l' alveo di Ferrara, come ha sempre avuto, e nella Sanmartina, dove corre al presente, e dove non ha dubbio, che gl' interessati se ne contenteranno, giudicando troppo util loro d' aver sopra i lor terreni l' acqua una volta ogni quattro, o cinque anni, in vece di averla continuamente; anzi lo sfogo si potrà regolare riserbandogli l' alveo,

veo, dove al presente corre il Reno, ed in vece d' inteſtarlo con un argine alla Botta de' Ghislieri, forſe inteſtarlo con una forte fabbrica di chiaviche, le quali ſi poſſono ad ogni beneplacito ſerrare, ed aprire, e per me non ho dubbio, che i Padroni medeſimi della Sanmartina gli anderanno arginando un alveo, che riſtretto nel tempo degli sfoghi conduca le torbide nel Po di Primaro, nè perciò ſi può temere d' alcuno interrimento, poichè ſi preſuppone dover molto di rado venir la neceſſità di ſervirſene, onde vi ſarebbe tempo biſognando d' andarlo ſcavando di mano in mano.

Ceſſano per queſta maniera tutti quei prodigi, che dall' entrar l' acqua del Reno groſſo nel Po alto ſi fanno con tanto timore, a' quali benchè non ſia di meſtieri altra riſpoſta, non s' ha per vera contuttociò quella quantità d' acqua, che s' aſſeriſce eſſer portata dal Reno, e dal Panaro. Avvengachè non meno acutamente, che veramente ha oſſervato il P. D. Benedetto Caſtelli le miſure, ponderando la larghezza, e la profondità del fiume, non eſſer baſtevoli a porre in chiaro la verità, ma che vi vuole ancora l' oſſervazione della velocità dell' acque, ed il termine del tempo, coſe finora non conſiderate da' Periti, e perciò non poterſi aſſerire, che quantità d' acqua portino i detti fiumi, nè far conſeguenza dell' alzamento loro. Ma egli è ben vero, che ſe tutti i fiumi, che entrano nel Po, che ſono più di trenta, alzaſſero nella maniera, che da queſti ſi fa il calcolo del Reno, non gli baſterebbono cento piedi d' altezza d' argini, e pure n' ha tanti, e tanti meno. Onde ſi conferma l' avvertimento del R. D. Benedetto, cioè, la proporzione dell' altezza dell' acqua del Reno in Reno, all' altezza dell' acqua del Reno in Po, eſſer compoſta dalla proporzione della larghezza dell' alveo del Po a quella del Reno, e della velocità dell' acqua del Reno in Po, alla velocità dell' acqua del Reno in Reno; chiaro argomento non potere in lui per queſto nuovo accreſcimento d' acque ſeguir alterazione, che neceſſiti d' alzare i ſuoi argini, come appariſce dall' eſempio del Panaro, che anzi, che gonfiare il Po, l' ha piuttoſto renduto magro, perchè egli è andato rodendo molti renai, e molte iſolette createſi nel ſuo letto, per mancamento d' acque ſufficienti a portar la materia delle piene in tanta latitudine, e come s' impara dalla prova fatta da noi nel Panaro con l' acqua di Burana, concioſſiacoſachè meſſi nel fiume ſegni ſtabili, e turata la detta chiavica, non ſi vidde abbaſſamento ſenſibile, nè meno avendola dopo aperta, ſenſibile alzamento, dal che ſi giudica dover ſuccedere il medeſimo al Po del Reno, avendo ſenz' altro maggior proporzione Burana al Panaro, che Reno al Po, conſiderato lo ſtato di eſſi fiumi, nel quale fu fatta l' oſſervazione.

Di ſorte, che ceſſa il biſogno di quei grandi alzamenti degli argini, ed

ed il pericolo delle rotte tanto del Reno, quanto del Po, ed anco il dubbio, che le chiaviche le quali scolano nel Po, ricevino impedimento, il quale quando bene vi fosse, trascorrerebbe in ore brevissime, ed in quanto alle rotte del Panaro seguite nel 1623. non so perchè, mentre si confessa non essère il Po stato allora nella sua grossezza, s' abbia più tosto ad attribuire la colpa a lui, che a scaricarnelo.

La verità si è, che l' argine non fu altrimente fatto per alcuna prova, poichè l' istesso oggi rimane intero, e perfetto, e che il Panaro non traboccò, anzi vi era quando ruppe ben più d' un piede, e mezzo di vivo de' suoi argini, ma ruppe per una topinara (topinara chiamano quà quelle buche, che fanno le talpe) e per la qualità di essi argini, come costa dal detto d' alcuni testimoni esaminati d' ordine mio per saperne la verità. Ne posso quì astenermi di dire, che si converrebbe in simiglianti negozi camminar più sinceramente. Ma per assicurarsi nientedimeno al possibile di così fatte rotte, le quali potrebbono dal principio per la novità degli argini avvenire, io presuppongo dal Po al luogo donde si taglierà il Reno dover far arginatura alta, e grossa con le sue banche, talmentechè ragionevolmente non si debba temere di qualsivoglia copia d' acqua, ancorchè fosse vera quella concorrenza di tre fiumi più ingegnosamente esagerata, che sussistente in fatto, per quel che di sopra si è detto, a cui non mi par dover più lungamente rispondere, siccome ne anco a quei, che dicono, che il Po sarà ammotito dal Reno, avvengachè questi sono gli stessi, che pretendono introdurre una piccola particella d' esso Po nell' alveo di Ferrara, acciocchè conduca al mare non il Reno solamente, ma eziandio tutti gli altri torrenti, de' quali ci lamentavamo, e perchè egli è di più impossibile, che un fiume tanto grande come il Po sia atterrito da un torrente, che non può quasi aver, per dir così, alcuna proporzione con esso lui.

Vengo ora alla materia degli scoli; ed in quanto al Condotto di Burana già si tratta di voltarlo nel Po grande, sicchè in tal caso non riceverà danno, e se pur non si rimovesse una botte sotterranea seguirebbe il viaggio, che egli tiene al presente, ed anco si potrebbe far riboccare nello stesso alveo nuovo del Reno, che accomodandosi alla superficie dell' acqua del Po, si manterrebbe più basso di quel, che fosse Panaro, quando veniva a Ferrara, nel quale con tutto questo scolò Burana per alcun tempo.

Il condotto di Santa Bianca, ed il canalino di Cento anch' essi o per due botte sotterranee possono scolare senz' alcun danno dove scolano al presente, ovvero senz' altra manifattura nello stesso nuovo alveo, benchè con alquanto più di malagevolezza, ed intanto l' alveo di Ferrara rimaso asciutto, sarebbe sufficiente ricettacolo di qualsivoglia altro scolo, che vi restasse. Le

Le quali operazioni con 150. mila ſcudi bene, e fedelmente amminiſtrati ſi perfezionerebbero, nè li Bologneſi ſi moſtreranno ritroſi in provvedergli, oltre che doveranno contribuire anco quei Ferrareſi, che parteciperanno del comodo.

Siami lecito in queſto luogo proporre un penſiero, il quale per avventura in un iſteſſo tempo cagionerebbe due beni, ancorchè non ſia del tutto nuovo. Fu al tempo di Papa Paolo V. trattato da un cotal Creſcenzio Ingegnero di tagliar ſopra le Papozze il Po grande, e fatto un ſufficiente cavamento derivarne l' acqua nel Po d' Ariano per rendere a queſto la navigazione, il che non fu poi effettuato, o per l' oppoſizioni di coloro, i cui beni ſi doveano tagliare, o per la groſſa ſomma di danari, che v' era neceſſaria; ma nell' andare viſitando quei fiumi ſi è veduto, che cotal taglio ſi potrebbe agevolmente fare ſotto le Papozze in un froldo, cioè in una corroſione dell' argine chiamato Santa Maria, e tirare un foſſo della grandezza che foſſe giudicato baſtevole da' Periti fino al Po d' Arian ſotto le ſecche di eſſa S. Maria, il che per non eſſere opera di più di 160. pertiche ſi finirebbe con ſolo 12000. ſcudi.

Primieramente ſi crede, che ſenza fallo correndovi l' acqua aprirebbe in mare quella bocca, che al preſente è quaſi interrita dalla ſpalla della rena, che vi ha portata la nuova bocca di Porto Viro, e che rimetterebbe in piedi il Porto di Goro, e la ſua navigazione.

E forſe l' eſperienza c' inſegnerebbe, che la ſuperficie del Po verrebbe ad abbaſſarſi per queſto nuovo ſmaltimento d' acqua, ſicchè l' ingreſſo del Reno aſſolutamente non faceſſe in lui alcuno alzamento, onde ſe così n' avveniſſe, non averebbero preteſto di lamentarſi quei Principi, che moſtrano dubitare, ſe per queſta nuova acqua nel Po patiſcano le chiaviche.

Il che non ho voluto tralaſciare di ſpiegare a V. S. Illuſtriſſima, non già perchè io glie lo ponga avanti per coſa ben ſicura, ma perchè ella ne poſſa, volendo, pigliar parere da perſone eſperimentate in ſimili affari.

Torno bene a replicare per indubitato, che il Reno non può, nè dee ſtare più, dov' egli oggi ſi trova, e che altrove non può andare, che nel luogo, ove il diſegnava il Sig. Cardinal Capponi, e che a me per ora piacerebbe più d' ogn' altro, ovvero in Volana, donde fu tolto via, potendo a parte del male, ch' egli vi può fare, ovviare la vigilanza degli uomini.

Ma dalla remozione d' eſſo oltre all' alleggerimento del male, che egli ſteſſo fa, ne riſulterebbe ancora la diminuzione di quello, che è cagionato dagli altri torrenti alla deſtra del Po di Argenta, conciosſiacoſachè mancando ad eſſo Po tutta l' acqua di quello, verrebbe egli ad abbaſ-

abbaſſarſi in guiſa, che le valli vi averebbono maggior caduta, e per conſeguenza ſmaltirebbero più copia d' acqua, onde anche in eſſe più agevolmente caderebbero li ſcoli de' paeſi di ſopra, maſſime ſe fuſſe perfezionato il cavamento del Zenzalino, per d' onde l' acque di Marrara ſcendeſſero in Marmorta: ſi allargaſſe ancora, e ſi finiſſe quello della Baſtia, per lo quale nel detto Po di Argenta entraſſe tant' acqua, quanta gli ſi toglieſſe per la remozione del Reno, avvengachè in tal modo s' abbaſſerebbero le valli doppiamente, nè gli Argentani, e quei del Poleſine di S. Giorgio, ed i Comacchieſi averebbero cagione di lamentarſi, poichè non ſi darebbe loro più acqua di quello, che foſſe ſtata tolta prima, anzi talvolta, che l' avevano torbida, l' averebbono chiara, nè temerebbero d' alcuno alzamento, e con queſto ſi reſtituirebbero alla coltura grandiſſima quantità di terreni, al che fare ſarebbe aſſai la ſomma di 50. mila ſcudi, e ciò baſterebbe al preſente intorno a' detti torrenti, conducendoli un poco più avanti a riempire intanto i maggiori fondi delle valli, per non entrare in opera più vaſta, e più difficile, che ſeco anche ne apportaſſe la difficoltà dell' altre operazioni, e così veniſſe ad impedire l' utile, che queſti popoli aſpettano dalla paterna carità di Sua Beatitudine.

All' Illustrissimo, e Reverendissimo Signor, e Padrone Colendissimo Monsignor D. Ferrante Cesarini.

IL mio Trattato della Misura dell' Acque Correnti, non ha, Illustrissimo, e Reverendissimo Signore, la maggior prerogativa, che l' essere stato frutto del comando della Santità di N. S. Papa Urbano Ottavo, quando la Santità Sua restò servita comandarmi, che io andassi con Monsignor Corsini nella visita, che gli fu imposta l'anno 1625. dell'Acque di Ferrara, Bologna, Romagna, e Romagnola, poichè con quella occasione applicando io tutto lo studio al servizio, ed obbligo mio, spiegai in quel trattato alcuni particolari non bene avvertiti, e considerati finora (che io sappia) da nessuno, ancorchè per se stessi sieno importantissimi, e di grandissime conseguenze. Contuttociò rendo grazie a V. S. Illustrissima dell' onore, ch'ella fa a quella mia operetta, ma non vorrei già, che col stimarla tanto pregiudicasse al concetto universale, che il mondo tiene del suo purgatissimo giudizio.

Quanto poi a quel punto, che io tocco nel fine, cioè, che il considerare la velocità dell' acqua corrente, supplisca alla considerazione della lunghezza, tralasciata nel comun modo di misurare l' acque correnti; avendomi ella comandato, che in grazia della pratica, ed anco per scoprir bene il disordine, che segue oggidì comunemente nella distribuzione dell' acque delle fontane, dimostrassi, che la cognizione della velocità serva per conoscere la lunghezza; ho pensato soddisfare al suo comandamento, col raccontare una favola, la quale se non m' inganno, ci spiegherà la verità, in modo, che ancora il rimanente del mio trattato resterà assai più chiaro, ed intelligibile ancora a quelli, che vi sentono qualche durezza.

Fu già ne' tempi antichissimi, avanti che l' arte maravigliosa del tessere fusse in uso, ritrovato in Persia un ricchissimo, e strano tesoro, il quale consisteva in una moltitudine grande di pezze d' Ermesino, o Damasco, che si fosse, credo, che arrivasse a ben due mila pezze, le quali erano di tal condizione, che ancorchè la loro larghezza, e grossezza fosse finita, e determinata, conforme a quello, che si usa ancora di presente, in ogni modo la lunghezza loro era in certo modo infinita, perchè senza mai mancare uscivano quelle due mila pezze con i loro capi giorno, e notte senza intermissione di queste, a segno che di ciascuna pezza uscivano 100. canne il giorno da una profonda, ed oscura spelonca consacrata dalla superstizione di quei popoli alla favolosa Aracne. In quei primi tempi (credo, che fossero di quella tanto lodata, ed in vano sospirata età dell' oro) era in libertà d' ognuno di tagliare

da

da quelle pezze quella porzione, che gli pareva senza difficoltà nessuna: ma peggiorandosi poi, e corrompendosi quella felicità ignorantissima del Mio, e Tuo, termini veramente perniziosissimi, origine di tutti i mali, e cagione di tutte le discordie, furono da quelle genti poste alla spelonca forti, e vigilanti guardie, le quali avessero pensiero di vender la mercanzia, ed in questa maniera cominciossi a far guadagno sopra la ricchezza di quel tesoro, vendendo a diversi negozianti il jus, per dir così, di quelle pezze, a chi d'una, a chi di due, e a chi di più. Ma quello, che fu peggio di tutto, furono dall' ingorda avarizia ritrovate sottilissime invenzioni per ingannare ancora i Mercanti, che venivano per comprare la suddetta mercanzia; e rendersi padroni, chi d'uno, chi di due, e chi di più capi di quelle pezze di drappo, e particolarmente furono accomodate ne i più reconditi segreti della spelonca alcune macchine ingegnose, con le quali ad arbitrio delle guardie si ritardava la velocità di quei drappi nell'uscire della spelonca, in modo, che quello, che di ragione doveva avere 100. canne il giorno di drappo, non n'aveva più che 50. e quello, che ne doveva aver 400. godeva il benefizio di 200. solamente, e così tutti gli altri venivano defraudati della loro ragione, essendo il sopra più venduto, usurpato, e dispensato secondo la volontà degli avari ministri; talchè il negozio camminava confusamente, senza ordine, e senza giustizia in modo, che la Dea Aracne sdegnata contro quelle genti, privò tutti di quel benefizio, chiudendo affatto con un orribile terremoto la bocca della spelonca, in pena di tanta empietà, e malizia, nè valse loro lo scusarsi, con dire, che mantenevano al compratore la pattuita larghezza, e grossezza del drappo, e che della lunghezza, essendo infinita, non si poteva tener conto nessuno: perchè il savio, e prudente Sacerdote della sagrata spelonca rispose, che l' inganno consisteva nella lunghezza, la quale veniva defraudata, mentre si ritardava la velocità del drappo nell' uscita; e quantunque la lunghezza totale del drappo fosse infinita, non finendo mai d' uscire, e però incomprensibile; in ogni modo la lunghezza sua considerata a parte a parte, la quale usciva dalla caverna, ed era negoziata, restava sempre finita, e poteva essere ora maggiore, ed ora minore, secondo che veniva ad esser constituito il drappo in maggiore, o minore velocità, e soggiunse di più, che la buona giustizia ricercava, che quando si vendeva una pezza di drappo, ed il dominio di essa, non solo doveva essere stabilita la larghezza, e grossezza del drappo, ma ancora si doveva determinare la lunghezza, determinando la sua velocità.

Il medesimo disordine, e confusione spiegato in Favola, segue perappunto in Istoria nella distribuzione dell'acqua delle fontane, mentre si vendono, e si comprano, avendo riguardo solamente alle due dimensio-

ni della larghezza, e dell' altezza della bocca, che trasfonde l' acqua; e per rimediare a un tale inconveniente è necessario stabilire ancora la lunghezza nella velocità: imperocchè mai si potrà formare concetto nessuno della quantità del corpo dell' acqua corrente con le due dimensioni sole della larghezza, ed altezza senza la lunghezza.

Ed affinchè tutto si possa ridurre ad una pratica facilissima, con la quale si potranno e vendere, e comprare le acque delle fontane, giustissimamente, e con misure esquisite, e sempre constanti:

Debbesi prima esaminare diligentemente la quantità dell' acqua, che trasfonde tutto il condotto principale in un determinato tempo, come sarebbe d' un' ora, di mezza, ovvero di altro minore intervallo di tempo (ed io ho un modo squisitissimo, e facilissimo di farlo) e ritrovando noi, che tutto il condotto principale trasfonda, v. gr. mille barili d' acqua nello spazio d' un' ora; dovendosi vendere parte di quest' acqua, si doverà vendere, non già con le misure ordinarie, e fallaci, ma si doverà fare il partito con l' obbligo di dare, e mantenere al compratore 10. ovvero 20. o altra quantità di barili, conforme all' accordo, nello spazio d' un ora, ovvero d' altro determinato, e stabilito tempo. E quì aggiungo, che quando si sia per prendere resoluzione di fare un tale aggiustamento, io metterò un modo di partire, e misurare il tempo con minuzie tali, che si potrà dividere lo spazio d' un' ora in 4. e 6. e 8. mila parti senza un minimo errore: il qual modo mi fu insegnato già dal Signor Galileo Galilei, primo Filosofo del Serenissimo Gran Duca di Toscana, e mio Maestro, e questo modo servirà facilmente, e mirabilmente al proposito, e bisogno nostro a segno, che si potrà sapere precisamente quante fogliette d' acqua trasfonderà una fontana in un dato tempo d' ore, mesi, ed anni; e con questo modo si potrà stabilire una fistola, che scarichi in un dato tempo una data, e determinata copia d' acqua.

E perchè l' esperienza quotidiana ci mostra, che le scaturigini delle fontane non si mantengono sempre ricche, ed abbondanti d' acqua egualmente; ma in alcuni tempi crescono, in altri scemano, il quale accidente potrebbe partorire qualche difficoltà nella nostra distribuzione: pertanto, acciò sia levato ogni minimo scrupolo, crederei, che fosse ben fatto accomodare un bottino secondo il bisogno, nel quale sempre traboccasse una stessa quantità d' acqua, la quale non fosse maggiore di quella, che trasfonde il condotto principale ne' tempi asciutti, e che le fontane sono scarse d' acqua, affinchè in questo bottino si mantenga l' acqua sempre in un modo. Poi al bottino così aggiustato si vadano mettendo le fistole de' particolari, a' quali si vendono dalla Reverenda Camera Apostolica, conforme a quanto si è notato di sopra, e quella quantità d' acqua, che sopravanza, si faccia traboccare in altro bottino, nel quale

le fieno collocate le fiftole dell' acque pubbliche, e di quelle, che fi doveranno vendere di mano in mano; ed in quefto modo ordinato, che farà il negozio, farà parimente rimediato alli tanti difordini, che feguono continuamente, de i quali per brevità ne voglio notare quattro folamente per benefizio pubblico, ed anco privato, come quelli, che mi fono paruti più enormi, ed intollerabili.

Il primo difordine è, che nel modo comune di mifurare, difpenfare, e vendere l' acque delle fontane, non s' intende nè da chi vende, nè da chi compra, quanta fia veramente la cofa, che fi vende, o che fi compra; nè io ho mai potuto trovare neffuno nè Ingegnero, nè Architetto, nè Perito, nè altri, che mi abbia faputo difcifrare, che cofa fia, e quanta fia un' oncia d' acqua, o due, o dieci, ec. Ma nel noftro di fopra fpiegato modo di difpenfare l' acque delle fontane, s' intende beniffimo la vera quantità dell' acqua, che fi compra, o fi vende, cioè, che ella è tanti barili l' ora, tanti il giorno, e tanti in capo all' anno, ec.

Il fecondo difordine, che fegue di prefente nella diftribuzione delle fontane, è che governandofi il negozio, come fi governa, refta in arbitrio d' un vil muratore di levare a uno indebitamente, e dare ad un altro ingiuftamente più, o meno acqua di quello, che li perviene di buona giuftizia: ed io n' ho vifti efempi in fatto. Ma nel noftro modo di mifurare, e diftribuire l' acque, non fi può commettere fraude neffuna, e dato il cafo, che fi commetta, è faciliffima cofa conofcerla, ed emendarla, con ricorrere a' tribunali competenti.

Terzo, interviene bene fpeffo (e n' abbiamo efempi antichi, e moderni) che difpenfandofi l' acqua nel modo ordinario, e volgare, viene alle volte difpenfata più acqua di quello, che farà in Regiftro, nel quale faranno regiftrate, come dicono, dugento once, v. gr., e ne faranno difpenfate dugento cinquanta, e più once. La qual cofa intervenne al tempo di Nerva Imperatore, come fcrive Giulio Frontino nel fecondo libro, che fa *De Aquæductibus Urbis Romæ*, dove nota, che aveva in *Commentariis* 12755. quinarie d' acqua, e poi in *erogatione* trovò, che ne difpenfava 14018. quinarie. E fimile errore ha continuato, ed è in ufo ancora modernamente fino a' noftri tempi. Ma fe farà offervata la noftra regola non s' incorrerà in tal difordine, anzi farà fempre dato a ciafcheduno il fuo, conforme al fantiffimo fine d' ogni buona giuftizia, la quale *dat unicuique quod fuum eft*.

Quarto, è manifefto, che è in odio, ed abominevole alla Maeftà Divina, *Pondus, & pondus, menfura, & menfura*, come dice lo Spirito Santo per bocca di Salomone ne i Proverbi al cap. 20. *Pondus, & pondus, menfura, & menfura, utrumque abominabile eft apud Deum*. E per tanto chi non vede, che il modo di partire, e mifurare l' acque corren-

renti, comunemente usato, è espressamente contro la legge di Dio? Poichè in esso la stessa misura alle volte è maggiore, e alle volte minore? Disordine tanto enorme, ed esecrando, che ardirei dire, che per questo rispetto solo doverebbe essere condannato, e proibito ancora per legge espressa umana, la quale ordinasse, che in questo negozio si adoperasse il nostro modo, ovvero più esquisito, e praticabile, nel quale la misura si mantenesse sempre d'un tenore costante, e determinato, come facciamo noi, e non fare come ora è *Pondus, & pondus, mensura, & mensura.*

E questo è quanto ho voluto rappresentare a V. S. Illustriss. e Reverendiss. per obbedire a' suoi cenni, riserbandomi a dare più minuto conto di questo mio pensiero, venendo l' occasione di ridurre alla pratica così santa, giusta, e necessaria riforma della Misura dell' Acque correnti, e delle fontane in particolare: la qual regola potrà ancora essere di grandissimo utile nella divisione dell' acque maggiori, per adacquare le campagne, e per altri usi, e le fo riverenza. Roma in S. Calisto li 12. d' Agosto 1639.

Di V. S. Ill. e Rev.

Dev. ed Obb. Servitore
D. Benedetto Castelli Ab. Cassin.

LET-

LETTERA DI GALILEO GALILEI

SOPRA IL FIUME BISENZIO

A RAFFAELLO STACCOLI.

Da Bellosguardo li 16. di Gennaio 1630.

SOtto dì 22. Dicembre mi fu significato da V. S. molto Illustre, ed Eccell. esser volontà del Sereuissimo Gran Duca nostro Signore, che per li 26. detto, insieme col Sig. Giulio Parigi, e con i due Ingegneri, Bartolotti, e Fantoni, io dovessi intervenire in una visita del Fiume di Bisenzio, per sentire le relazioni de i detti Ingegneri, e poter poi col Sig. Parigi referire, quanto ci paresse giusto in questa materia, che verte intorno alla resoluzione da pigliarsi per rimediare a i danni, che detto fiume apporta a i terreni adiacenti.

Tal visita fu dipoi differita per le cause ben note a V. S. Eccell. tra le quali una fu, che peravventura dal vedere, ed esaminare alcune scritture fatte da i detti Ingegneri, e sopra di esse dir nostro parere, si potrebbe sopire quelle difficoltà, e controversie, che rendono dubbi quelli, a' quali sta il determinare, e risolvere quanto si debba fare; perlochè, avendo io veduto, quali sieno i pareri delli due Ingegneri, dirò (con quella più chiarezza, e brevità, che mi sarà possibile) l' opinione mia intorno a questa materia, sempre da me stata tenuta per difficilissima, e piena d' oscurità, e nella quale sono stati commessi molti equivoci, ed errori, e massime avanti, che i professori fussero stati renduti cauti dalli avvertimenti del Mol. Rev. Pad. Abate D. Benedetto Castelli in quel suo libretto veramente aureo, che sua Paternità scrisse, e pubblicò tre anni sono, intorno alle misure dell' acque correnti.

E' stato il parere dell' Ingegnere Bartolotti, ed in una sua scrittura l' espone, di ridurre una parte del fiume, che corre con molta tortuosità, in un canale dritto, stimando di potere in questa maniera ovviare alle inondazioni. Esamina l' Ingegner Fantoni tale scrittura, e molto avvedutamente gli oppone; replica l' Ingegner Bartolotti all' opposizioni, cercando di sostenere essere il consiglio suo l' ottimo, che prender si possa in questo partito.

Ora perchè io inclino nell' altra opinione, che è di lasciare in loro essere le tortuosità, e fare quei restauramenti, che propone l' Ingegner Fantoni, andrò esaminando l' ultima replica del Bartolotti, mostrando per quanto potrò, quanto facil sia l' abbagliare in questi oscurissimi movimenti dell' acque.

Persiste dunque l' Ingegner Bartolotti in riprovare come inutile ogni provvedimento, che si facesse, fuori che quello del levare le tortuosità, riducendo il fiume in canale dritto, con dire, il rimedio proposto dall' Ingegner Fantoni essere stato fatto altre volte, cioè quarantaquattro anni fa, ed essersi pur ritornato al medesimo stato di prima.

Ma io vorrei sapere, se la restaurazione fatta in quel tempo, nel così tortuoso fiume, fu di qualche profitto, o pure del tutto inutile, ed infruttuosa. Non credo, che si possa dire, che ella fusse totalmente vana, perchè nè l' altro Ingegnere la proporrebbe, nè ci sarebbe alcuno del paese, che non reclamasse a tal proposta.

Se dunque i provvedimenti furono giovevoli, e furono fatti senza rimuovere le tortuosità, adunque l' esser dopo qualche tempo ritornati i medesimi danni, non depende dalle torture, ma da altre cagioni; che insomma si ritrova essere, che il letto si è ripieno, è ristretto, e questo mediante le torbide, che vanno deponendo, e perchè il rimediare alle torbide, e loro deposizione è impossibile, però bisogna contentarsi, ed accomodarsi a dovere di tempo in tempo rimuovere il deposto.

Inoltre, se già si vede, che le provvisioni fatte nelle tortuosità, giovavano, e di questo siamo fatti sicuri dall' esperienza, perchè si dee tentare un rimedio dubbio, e che potrebbe (oltre al non apportar giovamento maggiore allo sfogo dell' acque) arrecare altri accidenti dannosi, alli quali l' antiveder nostro non ha potuto forse arrivare?

Ma dirà quì il Bartolotti, avere esso scorti vantaggi tali nel canale dritto, e breve, che l' inducono ad attenersi a tal partito, e però noi anderemo esaminando essi vantaggi, cioè quelli, che egli stesso produce. E perchè il medesimo afferma di più ne i vantaggi, che appresso siamo per esaminare, consistere tutta la somma di questo negozio, e l' altre cose esser tutti pannicelli caldi (che così li nomina) ed alterazioni di poco momento, e da non la finir mai, però in questi ci fermeremo, e gli anderemo resecando al vivo, con flemma, e curiosità, e non senza speranza di potere arrecare qualche giovamento, col mostrare, come pur di sopra ho detto, quanto sia facile l' equivocare, e l' ingannarsi.

Da quanto scrive l' Ingegner Bartolotti circa questa materia, si raccoglie due esser le principali, e massime imperfezioni, le quali egli attribuisce al canale tortuoso, e delle quali per suo parere manca il canale diritto, mentre amendue si partano dal medesimo principio, e vadano a ter-

a terminare, e sboccare nel medesimo fine, sicchè la total dependenza, e declività sia l' istessa in questo, ed in quello.

La prima delle quali è, che dovendosi distribuire l' istessa pendenza in un canale lungo, quale necessariamente è il tortuoso in comparazione del retto, le parti di esso vengono meno inclinate, ed in conseguenza il moto fatto in esse più lento, e lo scarico dell' acque più tardo.

La seconda è, che l' acqua ripercuotendo nelle svolte del canale tortuoso, viene ributtata, e grandemente impedita nel suo corso, talchè, venendo ritardata doppiamente, cioè per la poca pendenza, e per gl' incontri delle torture, più facilmente rigonfia, e trabocca sopra gli argini, e gli rompe, ed allaga le campagne adiacenti.

Ora per più chiara intelligenza di ciò, che in tal materia mi occorre dire, andrò separando, e dividendo l' una dall' altra di queste due imperfezioni, considerando prima quello, che arrechi di tardità al moto la sola istessa declività, ma compartita in un canale lungo, in comparazione della velocità, che l' istessa pendenza induce in un canal corto, posto che amendue fosser diritti, dipoi anderemo esaminando quali, e quanti sieno l' impedimenti della tortuosità.

Quanto al primo, io produrrò tre proposizioni, le quali non dubito, che nel primo aspetto parrebbero gran paradossi a chiunque le udisse dire: tuttavia procurerò di renderle credibili, siccome in effetto son vere.

E prima dico, che in due canali, de i quali la totale pendenza sia eguale, le velocità del moto saranno eguali, ancorchè l' un canale sia lunghissimo, e l' altro breve.

Dico secondariamente, che in questi medesimi canali con egual verità si può dire, il moto esser più veloce nel meno inclinato, cioè nel più lungo, che nel più corto, e più inclinato.

Terzo dico, che le diverse velocità non seguitano la proporzione delle diverse pendenze, come pare, che il detto Bartolotti stimi, ma si diversificano in infiniti modi, anco sopra le medesime pendenze.

Vengo alla prima proposizione, per dichiarazione, e confermazione della quale non credo, che dall' Ingegnere Bartolotti, nè da altri, mi sarà negato, verissimo essere il pronunziato di colui, che dirà, le velocità di due mobili potersi chiamare eguali, non solamente quando essi mobili passano spazi eguali in tempi eguali, ma quando ancora li spazi passati in tempi diseguali, avessero tra di loro la proporzione de' tempi de' loro passaggi, e così per esempio quello, che in quattro ore andasse da Firenze a Pistoja, non si può chiamare più pigro d' un altro, che in due ore andasse da Firenze a Prato, tuttavolta, che Pistoja fusse lontana venti miglia, e Prato solamente dieci: perchè a ciascheduno tocca

sot-

sottosopra ad aver fatto cinque miglia per ora; cioè avere in tempi eguali passati spazj eguali. E però qualunque volta due mobili scendano per due canali diseguali, se passassero in tempi, che avessero la medesima proporzione, che le lunghezze degli stessi canali, si potranno veramente chiamare essere egualmente veloci. Ora bisogna, che quelli, a i quali sin quì è stato ignoto, sappiano, che due canali quanto si voglia diseguali in lunghezza, purchè le totali pendenze loro sieno eguali, vengono dall' istesso mobile passati in tempi proporzionali alle loro lunghezze, come per esempio. Posto, che la linea retta BD, (*Fig.* 1. *Tav. IV.*) sia il livello orizzontale sopra il quale si elevino i due canali diritti, e diseguali BA maggiore, e CA minore; de i quali le totali pendenze sieno eguali, cioè misurate dalla medesima perpendicolare AD. Dico, che il tempo, nel quale un mobile scenderà dal termine A insino in B, al tempo, nel quale il medesimo scenderà da A in C, averà la proporzione medesima, che gli stessi canali, cioè sarà tanto più lungo, quanto il canale AB è più lungo dell'AC, e questa è proposizione dimostrata da me ne i libri de i moti naturali, e de i projetti; onde resta manifesto, le velocità per amendue i canali essere sottosopra eguali. Io ben comprendo d' onde ha origine l' equivoco, che altri piglia nello stimar falso quello, che io affermo per vero, per lo che m' ingegnerò di rimuoverlo.

Dice uno, come non si muove più velocemente v. gr. una palla pel declive A C, che una simile per AB, se quando quella partendosi dal punto A sarà arrivata al termine C, questa non avrà passata una parte dell'AB, a gran segno grande quanto AC? ma questo concedo io per verissimo, e conseguentemente concedo ancora, che quando la velocità nel resto della linea AB, fusse quale nella prima parte verso il principio A, il moto resolutamente, e con assoluta verità si dovrebbe chiamar più lento per AB, che per AC, ma per levar le tende all' equivocazione, dico, che la fallacia del discorso depende dal figurarsi con errore i movimenti fatti sopra esse linee AB, AC, come equabili, e uniformi, e non come inequabili, e continuamente accelerati, quali sono in effetto. Ma se noi gli apprenderemo quali sono di due mobili, che partendosi dalla quiete nel punto A, vanno necessariamente acquistando maggiori, e maggiori gradi di velocità, secondo la proporzione, che veramente osservano, troveremo esser vero, quanto io affermo. In dichiarazione di che è primieramente da sapersi, che un mobile grave, partendosi dalla quiete, e scendendo per un canale diritto in qualsivoglia modo pendente, ovvero cadendo a perpendicolo, si và con tal proporzione accelerando, che dividendo il tempo della sua scesa in quali, e quanti si vogliano tempi eguali, come v. gr. in minuti d' ora, se lo

spa-

spazio passato nel primo minuto sarà, per esempio, una picca, il passato nel secondo sarà tre picche, nel terzo minuto passerà cinque picche, nel quarto sette, e così successivamente gli spazj passati ne i susseguenti minuti anderanno crescendo secondo i numeri dispari 9. 11. 13. 15. E questa pure è delle proposizioni vere, e da me dimostrate.

Ripigliando adesso la medesima figura di sopra, (*Fig. 2. Tav. IV.*) nella quale il canale A B, sia per esempio lungo il doppio dell' altro A C, ed intendansi due mobili, quali sarebbero due palle, scendere liberamente per essi, e ponghiamo il mobile nel più declive A C, in un minuto d'ora avere sceso una picca, avrà nel secondo minuto passato tre picche, nel terzo cinque, e nel quarto sette, come dimostrano gli spazj notati, e segnati con i numeri 1. 3. 5. 7. e così in minuti quattro averà passato tutto il canale A C, posto che sia lungo picche 16. Ma l' altra palla nel canale A B, più lungo il doppio, ed in conseguenza la metà meno declive, pongasi essersi mossa la metà meno veloce (e questo conforme al vero, ed all'opinione dell'Ingegnere) sicchè nel primo minuto abbia passato mezza picca, ma continuando d'accelerarsi conforme alla regola assegnata, e dimostrata, passerà nel secondo minuto tre mezze picche, nel terzo cinque, e conseguentemente negli altri minuti 7. 9. 11. 13. 15. mezze picche; e perchè nel canale A C, si contengono picche 1. 3. 5. 7. che fanno la sopraddetta somma di picche 16. nell' altro A B, che è doppio dell' A C, conviene, che in numero sieno picche 32. cioè mezze picche 64. quanto appunto sono le notate 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. passate in otto minuti di tempo, e le 16. contenute in A C, passate in minuti quattro. Dal che è manifesto le velocità ne i due canali interi essere sottosopra eguali, poichè nell'uno si passano 16. picche in quattro minuti, e nell'altro 32. in otto minuti; sebbene è anco vero (per la soddisfazione della parte) che la velocità nell' A C, è maggiore, poichè nel tempo, che il mobile partendosi da A, ha passate le 16. picche A C, l'altro passa solamente le 16. superiori mezze picche. Ma è anche vero all' incontro, che in altrettanto tempo si passano le 48. mezze picche, cioè, le 24. intere inferiori verso B, sicchè con altrettanta verità si potrà dire il moto per A B, esser più veloce che per A C, che era la seconda proposizione, che io aveva proposto di voler dimostrare. Concludiamo per tanto, che pigliandosi i canali interi, le velocità in amendue sono eguali, ma nella parte superiore del canale lungo (che in questo esempio è solamente la sua quarta parte) il moto è più tardo, ma nelli tre quarti rimanenti è altrettanto più veloce, passandosi nell' istesso tempo, spazio una volta e mezzo maggiore di tutto il canale A C. E perchè per lo scarico d'una piena si ha da considerare il corso dell' acqua per tutta la lunghezza del canale, non mi pare,

pare, che resti più luogo all'Ingegnere di dubitare (per quanto depende dalla maggiore, o minor lunghezza, minore, e maggior pendenza delle parti de i canali) tanto scarica il più lungo, e meno declive, quanto il più corto, e più pendente, cioè, tanto il tortuoso, quanto il diritto.

E quì non voglio lasciar di mettere in considerazione a V. S. Ecc. come potrebbe essere, che alcuno equivocando per un altro verso, prendesse errore, mentre si persuadesse non esser possibile, che passando un mobile con tanta maggior velocità il canale più corto, e più pendente, non si avesse per esso a scaricare maggior quantità della medesima materia, e in più breve tempo, che pel più lungo, e meno inclinato.

Al che io rispondo, e con particolare esempio dichiaro, che dovendo noi scaricare v. gr. dieci mila palle d'artiglieria con farle passar per questo, e per quel condotto, essendo, che una palla scorre il più breve in un minuto di tempo, ma il lungo in due minuti, è vero, e manifesto, che quando lo scarico si avesse a fare d'una palla per volta, sicchè non si lasciasse andare la seconda, fin che la prima non fusse condotta al fine del condotto, nè la terza, se non scaricata che fusse la seconda, e così conseguentemente tutte, l'una con tale intervallo dopo l'altra, torno a replicare, che è vero, che lo scarico pel condotto breve si farebbe nella metà del tempo, che per lo lungo. Ma se le palle si lasciassero andare l'una dopo l'altra senza spazio intermedio, sicchè si toccassero, il fatto succederebbe d'altra maniera. Perchè posto v. gr. che la lunghezza del canale corto fusse capace d'una fila di cento palle solamente, ed il canale lungo, di dugento, è vero, che il corto averebbe scaricate le prime sue cento palle, quando il lungo comincerebbe a scaricar la sua prima, ma continuandosi poi lo scarico, e deponendosi le rimanenti palle con egual getto da ambedue i condotti, si troverà il canale breve non si essere avvantaggiato in tutto lo scarico, salvo che di cento delle dieci mila palle, perchè cento sole resteranno da scaricarsi nel canale lungo, finito che sia tutto lo scarico nel corto, e così l'avanzo del tempo non sarà della metà, ma d'un centesimo, e di meno ancora sarebbe, quando maggior fusse il numero delle palle da porsi, e scaricarsi. Ora lo scarico dell'acque si fa in questa seconda maniera, cioè, con esser perpetuamente le succedenti parti contigue alle precedenti, talmente, che lo scarico fatto pel canale corto non si vantaggia (essendo la metà del lungo) d'altro, che d'una sola sua tenuta d'acqua, e duri la piena quanto si voglia. Vedasi ora quante di tali tenute passano nel tempo, che dura essa piena, e si conoscerà l'avanzo esser tenuissimo, anzi pure esser nullo, e di niun rilievo sì la prima tenuta, che scarica anticipatamente il canale corto, come di nessun danno

l'ul-

l' ultima, che resta nel canale lungo, perchè i danni non vengono dalle prime acque, che cominciano ad alzare, nè dall' ultime, che si partono, ma da quelle di mezzo, mentre il fiume è nel suo maggior colmo. Anzi quando simile avanzo fusse di considerazione, l' utile si trarrebbe dal canale maggiore, essendo che l' acqua, che in esso si contiene, come più lontano dal trabocco, quanto più ciò sarà, tanto ci scanserà del danno.

Da quanto sin quì ho detto, parmi, che assai manifestamente si scorga; che il vantaggio, il quale l' Ingegnere si prometteva dalla brevità del canale, e dalla maggior pendenza, non sia se non debolissimo, anzi nullo; ma la sua nullità molto più ancora si estenua (se però il niente è capace di diminuzione) mentre, che io leverò certa supposizione ammessa sin quì a favore della parte, la quale nel nostro caso non ha luogo, e il supposto ammesso gratis è tale.

Si è conceduto come universalmente vero, che nel canale la metà più corto, e di parti il doppio più pendenti, il moto sia almeno nelle prime parti del canal lungo più tardo il doppio, che nel canal corto; poichè si è veduto, che nel tempo, che il mobile passa le 16. picche assegnate per la lunghezza del canal corto, nel lungo non si passano se non 16. mezze picche, ma ciò non avviene, se non quando il suo moto comincia dalla quiete. Ma se i mobili entreranno ne i due canali, mentre ambedue abbiano già impresso un comun grado di velocità; l' accelerazioni, che se li aggiungeranno mercè delle pendenze diseguali de i due canali, non saranno altrimenti più trà di loro differenti, come se si partissero dalla quiete; e lo spazio, che si passerà nel canale lungo, nel tempo che si passa tutto il corto, non sarà solamente la metà della lunghezza del corto, ma più, e più, secondo, che l' impeto, e la velocità comune precedente sarà stata maggiore, e maggiore nella maniera che segue.

Ripigliamo la precedente figura, (*Fig. 3. Tav. IV.*) dove si era concluso, che posti i mobili nel termine A in quiete, e di lì scendendo per i canali A C, A B, nel tempo, che il mobile per A C, avesse passato tutto lo spazio A C, l' altro per A B, non avrebbe passato più, che la quarta parte di esso A B, che è la metà di A C, cioè (come allora si esemplificò) in A C si passeranno sedici picche in quattro minuti, ed in A B otto picche solamente.

Ora poniamo che i mobili entrando pel comun termine A, l' uno nel canale A B, e l' altro nel canale A C, si trovino non in quiete, ma per aver già scorso per altro canale A E, o per qualsivoglia altra cagione, già impressi di tal grado di velocità, che con quello passassero v. gr. 10. picche per minuto, che sarebbe il passare comunemente 40. picche in 4. minuti, aggiungasi al mobile, che scorrerà per A C, le 16. picche da passarsi, mercè della nuova pendenza in quei quattro minuti, ed

ed al mobile, che fcorrerà per A B, le otto, che pafferebbe quando partiffe dalla quiete in A, ed averemo, che l' un mobile pel declive di A C, pafferebbe 56. picche, mentre l'altro per la pendenza fimile all' A B, ne pafferebbe 48. e così fi fa manifefto, che la velocità per A C, non farà più doppia della velocità per A B, ma fefquifefta, cioè la fefta parte folamente di più. E fe noi faremo la precedente comune velocità effere ancora maggiore, ficcome è manifefto, che ponendo v. gr. che nell' entrare i mobili per gli canali A B, A C, fi trovaffero aver impeto di far 50. picche al minuto, la velocità per A C, non differirà dalla velocità per A B, più di quello, che differifca 216. da 208. o vogliam dire 27. da 26. Vedafi adeffo, fe nel tempo delle piene, cioè de i colmi altiffimi, l'entrata pel canale, o corto, o più pendente, o lungo, o di minor pendenza, fi faccia come dall' ufcita d'un lago quieto, o pure l'ingreffo fia impetuofo, e velociffimo, che fenza altro lo troveremo fommamente veloce, e però di guadagno, o fcapito o nullo. o infenfibile, il quale poffa provenire dalla maggior, o minor pendenza, la quale anco non può effere fe non pochiffima, rifpetto alla lunghezza de i canali.

Di quì fi veda quanto fia fottile il filo di quefte pendenze, dal quale dipendeva la fomma di quefto negozio. Ma voglio, che con altra fottilità l'affottigliamo ancor più, moftrando come quefta decantata pendenza non ci ha quella affoluta autorità di decretare in quefta caufa, qual comunemente mi pare le venga attribuita, e fpecialmente dall' Ingegner Bartolotti, mentre egli regola il più, ed il men veloce corfo de' fiumi dalla fola maggiore, o minor pendenza. La qual limitazione io ftimo non effer interamente adeguata all' effetto, nè tale, che (come fcrive l' Ingegnere) oltre a quella non fi poffa affegnare altro: Perchè fe come afferifce, i laghi mancano di moto, ed i fiumi fi muovono, perchè quefti hanno pendenza, e quelli ne mancano, ed oltre a ciò alcuni fiumi corrono con velocità maggiore, ed altri più lenti, folo per effer quelli più, e quefti meno declivi, e non per altro, ne feguirebbe, che dove non è pendenza, giammai non fuffe moto, e dove la pendenza non è maggiore, mai non fuffe maggior velocità, e dove le pendenze fuffero eguali, o la medefima, quivi fuffe fempre la velocità eguale; ed in fomma, che le velocità s' andaffero regolando fecondo la proporzione delle pendenze, le quali confeguenze ben feguono ne i mobili folidi, ma ne i fluidi, credo, che procedano affai differentemente. Dichiarerò quello, che trovo accadere ne i folidi, per vedere, fe l'isteffo accaggia ne i fluidi. E prima per folido voglio, che intendiamo una palla di metallo duriffimo, perfettamente rotonda, e pulitiffima, e che ci figuriamo il canale, dove fi dee fare il moto, pur di materia folida, ed efquifitamente pu-

pulito, e terso. In questo canale, se sarà locato in perfetto livello orizzontale, sicchè manchi del tutto di pendenza, non è dubbio, che postavi la detta palla, resterà in quiete, trovandosi indifferente al muoversi più innanzi, che indietro, o vogliam dire perchè muovendosi non acquista migliore stato, poichè non s'appressa al centro, dove la natura sua come grave lo tira. Ma così non avverrà dell'acqua; perchè se noi ci immagineremo esser quella palla una mole di acqua, si dissolverà, e verso l'una parte, e l'altra scorrerà spianandosi, e se le bocche del canale saranno aperte, scolerà fuora tutta, salvo che quella minima particella, che rimane solamente bagnando il fondo del canale. Ecco dunque, che anco nel canale, che manca di pendenza, e dove i corpi solidi stanno fermi, e quieti, li fluidi si muovono. E'anco assai manifesta la cagione del muoversi, essendo che l' acqua nello spianarsi acquista pendìo, avvicinandosi più le sue parti al centro, ed ella istessa si fa in certo modo pendenza, servendo le sue parti inferiori per letto declive alle superiori, o vogliam dire, sdrucciolando le parti superiori sopra l'inferiori. E quì comincia a farsi manifesto, come non è la pendenza del letto, o fondo del canale quella, che regola il movimento dell' acqua. Vediamo ora quello, che accade ne i canali di pendenze varie, e quali sieno le differenze di velocità in essi.

Di sopra si è esaminato quello, che accade di due canali di lunghezza diseguali, ma di egual pendenza, dichiarando, che i tempi de i passaggi per essi hanno fra di loro l' istessa proporzione, che le loro lunghezze. Ora conviene determinare de i canali egualmente lunghi, ma di pendenza diseguali, ne i quali dico, che i tempi de' movimenti fatti per essi hanno la proporzione subdupla di quella, che hanno le loro pendenze contrariamente prese.

Ma perchè questi termini son forse alquanto oscuri, è bene dichiararli, però segneremo (*Fig. 4. Tav. IV.*) due canali egualmente lunghi A B, A D, ma di pendenze diseguali, sicchè del più inclinato sia l' A D, determinata dalla perpendicolare A E, e quella d'A B, dalla perpendicolare A C, e pongasi per esempio tutta la perpendicolare di A D, cioè A E, importare nove soldi, e la pendenza di A B, cioè la perpendicolare A C, esser soldi quattro. Dico, che essendo le pendenze tra di loro nella proporzione di nove a quattro la proporzione de' tempi, ne i quali i mobili passeranno i canali A B, A D, essere, non come nove a quattro, ma come nove a sei pigliando tra nove, e quattro il numero medio proporzionale, che è sei (perchè siccome il nove contiene il sei una volta, e mezzo, così il sei contiene il quattro) e questa proporzione del primo numero a quello di mezzo, si chiama appresso i geometri suddupla della proporzione del primo al terzo numero. Dico

per

per tanto, che la proporzione de i tempi de i passaggi per gli canali A B, A D, sarà come nove a sei, ma contrariamente presi, cioè, che il numero nove pendenza del canale A D, determina il tempo della scesa, non per esso A D, ma A B, ed il numero medio, cioè il sei, determina il tempo della scesa per A D, sicchè il tempo per A B, al tempo per A D, sarà come nove a sei, quando le pendenze di A D, e di A B, sieno come nove a quattro.

La dimostrazione di questa proposizione è posta pur da me nel mio trattato del moto. e tanto si rincontrerà puntualmente accadere nel moto de i corpi solidi; ma non già così risponderà ne i fluidi, ne i quali si vede far grandissima variazione di velocità, non solamente per piccolo accrescimento di pendenza, che si faccia nel letto del canale, ma ancor che questa non si accresca punto, e pochissimo quella della superficie superiore d' acqua.

Imperocchè, se considereremo quale accrescimento di pendenza possa arrecare al nostro fiume d' Arno, otto, o dieci braccia, che egli s' alzi quì da noi, da compartirsi in 60. miglia di lunghezza, quale è quella del suo alveo fino alla sua foce, non ha dubbio, che piccolo dovrebbe esser l' augumento della velocità sopra quella, che le sue acque hanno, mentre son basse, le quali forse non si conducono al mare in 50. ore, dove nelle piene alte arrivano per avventura in manco d' otto, che regolandosi secondo la ragione della semplice pendenza accresciuta, tal differenza di tempo dovrebbe esser pochissima. Perchè posto che la pendenza del letto del fiume nel tratto di 60. miglia, che sono braccia 180. mila, sia v. gr. 100. e tale sia della superficie dell' acqua bassa, nelle piene sarà 108. onde conforme alla regola dell' accrescimento di velocità, pigliando tra 108. e 100. il numero proporzionale di mezzo, che è meno di 104. la velocità nella piena, dovrebbe avanzar quella dell' acque basse di manco di quattro per cento, e così se l' acqua bassa corre al mare in 50. ore, nella piena doverebbe metterne 48. e più; ma ella ve ne metterà meno d' otto. Bisogna dunque ricorrere ad altro, per causa del grande augumento nella velocità, che all' accrescimento della pendenza, e dire, che per una delle potenti ragioni è, che nell' accrescere in tal modo la pendenza, s' accresce sommamente la mole, e il cumulo dell' acqua, la quale gravitando, e premendo sopra le parti precedenti col peso delle susseguenti, le spinge impetuosamente, cosa, che non accade ne i corpi solidi, perchè quella palla soprannominata è sempre la medesima in tutte le pendenze, e non avendo augumento di materia sopravvegnente, tanto solo più speditamente si muove nel canale più inclinato, quanto il meno inclinato gli detrae più del suo peso, ed in conseguenza del movimento, che la spigne a basso.

Ora

Ora perchè nell' accelerazione del corſo dell' acque più colme, poca parte ve ne ha la maggior pendenza, e molta la gran copia dell' acqua ſopravvenente, conſiderisi, che nel canal corto, ſebbene vi è maggior pendenza, che nel lungo, l' acque inferiori del lungo ſi trovano ben tanto più caricate della maggior copia dell' acque ſuperiori prementi, e ſpingenti, dal quale impulſo può ſoprabbondantemente eſſer compenſato il benefizio, che potrebbe derivare dalla maggior pendenza.

Altre conſiderazioni potrei produrre per dichiarar maggiormente ancora, la brevità del canale non eſſere apportatrice di quel benefizio, che altri s' immagina; ma mi pare, che il detto ſin quì ſia aſſai, quanto a queſta prima parte. Perlochè verrò alla ſeconda; eſaminando gl' incomodi, che ſtimano provenire dalle tortuoſità del canale.

Quanto alle tortuoſità, e fleſſioni del canale, io non ſarei repugnante a concedere, che quando elle fuſſer fatte d' angoli rettilinei, e maſſime ſe fuſſero acuti, o retti, e anco preſſo che retti, il ritardamento del corſo fuſſe conſiderabile, e anco notabile; ma quando gli angoli fuſſero ottuſi, ancorchè contenuti da linee rette, credo bene, che il ritardamento ſarebbe poco, ma quando il fiume andaſſe, come ſi dice, ſerpeggiando, e che le ſtorte fuſſer in arco, credo reſolutamente, che l' arreſto ſarebbe impercettibile, e quello, che mi muove a così credere, è queſto.

Nel canale diritto per conceſſione dell' Ingegnere Bartolotti, e credo d' ogn' altro, neſſuno oſtacolo trova l' acqua corrente ove percuotere, e però non viene deviata, e impedita dal ſuo corſo. Ma ſe il canale ſi romperà, piegandoſi ad angolo acuto, o retto (come dimoſtra la Fig. 5. Tav. IV.) nella ſponda A B C, non è dubbio, che l' acqua, che ſcorreva lungo la riva A B, intopperà nell' oppoſta B C, ricevendo qualche ritardamento nel reflettere il ſuo corſo lungo la B C, ma è anco manifeſto, che ſe la fleſſione A B C fuſſe ad angolo ottuſo, (come dimoſtra la Fig. 6. Tav. IV.) per venir l' acqua men deviata dal precedente corſo lungo la ripa A B, aſſai più agevolmente ſi ſvolgerà ſecondando la B C, e di mano in mano quanto più l' angolo, che la ſponda B C, fa ſopra l' A B, ſarà ottuſo, tanto più facile ſarà il volgerſi l' acqua, a tale che il piegarſi per un angolo ottuſiſſimo ſarebbe ſenza verun contraſto, o renitenza, e però ſenza diminuzione alla velocità. Ora notiſi prolungando la linea A B in D, che l'angolo acuto C B D, è quello, che determina la deviazione della linea C B, dalla dirittura di A B D, il quale angolo, quanto più ſarà ſtretto, tanto più l' ottuſo A B C, ſarà largo, e la refleſſione più dolce, e facile.

Notiſi per tanto (*Fig. 7. Tav. IV.*) il terzo canale A B C, piegato in arco ſopra il punto B, ſecondo la circonferenza B E C, e prolungando

do a dirittura la retta A B, in D, si osservi quanto sia grande l' angolo C B D, il quale come è noto, a chi possiede i primi elementi della geometria, è minore di qualsivoglia angolo acuto rettilineo, per lo che resta chiaro, l' inflessione, che si fa nel punto B dell' arco B C, sopra la retta A B, esser più ottusa di tutti gli angoli ottusi rettilinei, ed insomma il passaggio del punto B, dalla retta A B, nell' arco B C, non esser sensibilmente differente dal cammino diritto; e se noi piglieremo qualsivoglia altro punto nell' arco B C, quale sia, per esempio, il punto E, tirando la retta tangente F E, avremo parimente l' angolo C E F, minore di tutti gli acuti rettilinei, e la flessione delle due parti d' arco B E, C E, nel punto E niente differente dal cammino per B E, e per la retta E F, e perchè questo medesimo accade in ogni punto della circonferenza B E C, però possiamo concludentemente affermare, insensibile essere la difficultà nella conversione del corso dell' acqua dal canal retto A B, pel curvo A B E C, e però impercettibile il ritardamento. Quì potrebbe per avventura far difficoltà l' Ingegnere, opponendosi con dire, che il mio discorso sia concludente solamente in quella parte d' acqua, che viene rasentando la sponda A B E C, ma non già nelle parti di mezzo, quali sono le G E, le quali venendo impetuosamente a dirittura percuotono nella parte opposta E, e sopra la tangente F E, constituiscono l' angolo rettilineo G E F, al quale si può dire, che sia uguale il misto G E C, e però apportatore d' impedimento al corso. A questo si risponde, che ciò potrebbe accadere nel tempo, che l' acqua fusse bassissima; sicchè qualche rivoletto separato scorresse per mezzo del canale, ma quando l' alveo sia pieno (che è quello stato, che noi consideriamo solamente) nel piegarsi, che fanno le parti dell' acqua prossima alla sponda A B E, conviene, che le propinque sue laterali si pieghino esse ancora, e vadano cedendo, e accomodandosi alla medesima svolta. Ma quando pure l' impeto, e l' incontro le rendesse alquanto contumaci, che danno ne potrebbe seguire? Io non vedo altro, che fare alquanto più violenza, nella sponda opposta circa il punto E; onde fosse bisogno fortificarsi un poco più con gli argini in quel luogo, che negli altri, e forse potrebbe accadere, che l' acqua regurgitando rigonfiasse alquanto sulla svolta; ma questo non diminuirà punto la sua velocità, perchè tale alzamento le servirà per far divenire la sua pendenza maggiore nella parte del canale seguente E C, dove col crescer velocità, verrà a compensare il ritardamento patito sul principio della svolta, operando un effetto simile a quello, che noi giornalmente vediamo accadere ne i fiumi assai colmi, mentre nel passare sotto gli archi de i ponti, urtando nelle pile, o imposte di detti archi, gli conviene ristringere l' acque, le quali rialzandosi nelle parti di sopra, si fanno pendenza tale sotto gli archi,

chi, che correndovi velocissimamente senza scapito alcuno, continovando il corso loro, non consumano un sol momento di tempo di più nel loro intero viaggio, che se avessero avuto il canale libero.

Io so Ecc. Sig. che in questa mia scrittura sono alcune proposizioni, le quali per aver nel primo aspetto sembianza di paradossi, e d' impossibili, mi manterranno, anzi mi accresceranno nel concetto di molti l' attributo, che mi vien dato di cervello stravagante, e vago di contrariare all' opinioni, e dottrine comunemente ricevute anco da gli stessi professori dell' Arti, e per questo non mi è ascoso, che meglio sarebbe (conforme a quell' utile documento) tacer quel ver, che ha faccia di menzogna, che pronunziandolo, esporlo alle contradizioni, impugnazioni, e talvolta anche alle derisioni di molti. Tuttavia in questo ancora son di parere diverso dal comune, e stimo più utile il proporre, ed esporre alle contradizioni pensieri nuovi, che per assicurarsi da i contradittori, empire le carte di cose trascritte in mille volumi; ed in questa occasione V.S. mi riceva, e mi spacci per censore, offizio, che pur viene ammesso nella repubblica, e forse tra i più utili, e necessarj, e quello, che ho detto, e quel che son per dire, sia ricevuto, non come parto della mia ambizione, acciò che il mio consiglio sia anteposto a' pareri de' più intelligenti di me, ma come nato dal desiderio d' essere a parte nelle migliori deliberazioni, se non positivamente, almeno negativamente, cioè coll' avere additati quelli inconvenienti, che si debbon fuggire, e vagliami la protesta, e la dichiarazione, che fo d' esser meno intelligente degli altri, a poter più liberamente portare in mezzo le mie fantasie.

Tornando dunque sulle tortuosità del fiume, dirò un altro mio concetto, il quale penso, che sia per giunger nuovo, ed anco esorbitante all' Ingegnere, e forse ad altri, ed è questo, che

Posta l' istessa pendenza tra due luoghi, tra i quali si abbia a far passare un mobile, affermo la più spedita strada, e quella, che in più breve tempo si passa, non esser la retta, benchè brevissima sopra tutte, ma esservene delle curve, ed anco delle composte di più linee rette, le quali con maggior velocità, ed in più breve tempo si passano. E per dichiarazione di quanto dico, segnamo (*Fig.* 8. *Tav. IV.*) un piano orizzontale secondo la linea A B, sopra il quale intendasi elevata una parte di cerchio non maggiore d' un quadrante, e sia C F E D, sicchè la parte del diametro D C, che termina nel toccamento C, sia perpendicolare, o vogliam dire a squadra sopra l' orizzontale A B, e nella circonferenza C F E, prendasi qualsivoglia punto F, dico adesso, che posto, che E, fosse il luogo sublime, di dove si avesse a partire un mobile, e che C fusse il termine basso, al quale avesse a pervenire, la strada più spe-

dita, e che in più breve tempo si passasse, non sarebbe per la linea, o vogliamo dire pel canale brevissimo E C, ma preso qualsivoglia punto nella circonferenza E, segnando i due canali diritti E F, F C, in più breve tempo si passeranno questi, che il solo E C, e se di nuovo negli archi E F, F C, si noteranno in qualsivoglia modo due altri punti G, N, e si porranno quattro canali dritti E G, G F, F N, N C, questi ancora si passeranno in tempo più breve, che gli due E F, F C, e continuando di descrivere dentro alla medesima porzione di cerchio un condotto composto di più, e più canali retti, sempre il passaggio per essi sarà più veloce. E finalmente velocissimo sopra tutti sarebbe, quando il canale fusse curvo, secondo la circonferenza del cerchio E G F N C. Ecco dunque trovati canali, che hanno la medesima pendenza (essendo compresi tra i medesimi termini E C) e che sono di differenti lunghezze, ne i quali i tempi de i passaggi sono (al contrario di quello, che comunemente si stimerebbe) sempre più brevi ne i più lunghi, che ne i più corti, e finalmente tardissimo nel cortissimo, e velocissimo nel lunghissimo. E queste sono conclusioni vere, e da me dimostrate ne i sopraddetti libri del moto. Questo, che io dico è vero universalmente, non solo quando la superficie del quadrante D E C, gli fusse eretta a squadra sopra l' orizzonte A B, ma anco quando fusse, quanto si voglia inclinata, purchè il punto E, sia elevato più del C, acciò vi sia qualche pendenza, e che l' E D, perpendicolare al C D, sia posta parallela all' orizzontale A B. Ma per levare in parte l' ombra, che nel primo pronunziare di tal concetto forse occupò la mente dell' uditore, rappresentandolo come paradosso, e manifesto impossibile, consideriamo quello, che accade ne i canali segnati E C, E F C, come nel principio loro sotto il punto E, l' inclinazione del canale E F è maggiore, che quella del canale E C; sicchè l' impeto per quella dee esser maggiore, che per questa, e tale ancora dee continuarsi per tutto il tratto F C, che sebben poi la pendenza nella parte F C è minore della pendenza E C, tuttavia la velocità già concepita pel vantaggio di E F, è più potente per conservare l' acquisto fatto, che non è la declività della rimanente parte di E C, a ristorare il danno della perdita già fatta. Vedasi parimente, che nell' altre figure composte di più linee, la pendenza superiore è sempre maggiore, e finalmente nell' istesso quadrante è maggiore, che in tutte l' altre figure. Aveva pensato in questo luogo di toccare altro accidente più strano in aspetto, e che maschera il vero con faccia di menzogna, più che l' altre cose dette, ma giacchè mi viene in taglio, dicasi, e gl' increduli aspettino in breve la dimostrazione concludente con necessità; onde essi restino appagati, ed io scincerato, e conosciuto per veridico. E' paruta disorbitanza il pronunziare, che i due canali E F, F C,

si

si passino in manco tempo, che il solo E C, ma quale assurdo parrà il sentire, che ambedue si passino più presto, che uno di loro, cioè, che partendosi il mobile dal termine E, in tempo più breve si conduca al termine C, per gli due canali E F, F C, che pel solo F C, partendosi dal punto F? e pure tale accidente è vero.

Da quanto di sopra ho detto, vorrei, che i Signori Ingegneri, e Periti ne cavassero un avvertimento (ma forse di già l' hanno osservato) circa il compartire la pendenza ne i canali, e letti de' fiumi, che è di non la distribuire ugualmente per tutto, ma andarla sempre diminuendo verso il fine del corso, come per esempio. Dovendosi cavare (*Fig.* 9. *Tav. IV.*) un alveo di fiume dal principio A, sino al termine C, tra i quali estremi vi sia la pendenza notata A B, io non giudicherei, l' ottimo compartimento di essa pendenza essere il distribuirla per tutto egualmente cavando il fondo del letto secondo la linea A D C, sicchè le sue parti fossero tutte egualmente inclinate, la qual linea non sarebbe retta, ma colma in mezzo, dovendo quasi secondare la curvità del globo terrestre; ma crederei esser meglio fare il compartimento secondo la circonferenza A E C, cioè, dando maggior pendenza nelle parti verso A, e diminuendola sempre verso C, dove non avrei per disordine, quando bene per qualche spazio l' acqua dovesse andare senza pendenza. Nè temerei, ch' ella fusse per allentare il suo corso, essendo sicuro, che nel piano orizzontale (quando non vi sieno impedimenti esterni, ed accidentarj) la velocità, concepita dal mobile nel modo precedente sopra un piano declive, si conserva uniforme, e tale, che nel piano passerà spazio doppio del passato nell' inclinato in tempo eguale al tempo del passaggio per l' inclinato, mentre il suo principio fu dallo stato di quiete, come io dimostro nel mio soprannominato libro del moto.

E quì voglio mettere in considerazione, come il temere, che un' acqua corrente nel passare per una parte del suo canale, la quale avesse minor pendenza, che le parti precedenti, possa ritardare il suo corso, e farla rigonfiare, e finalmente farla traboccare, è, se non m' inganno, timor soverchio, e vano, perchè io stimo, che non solo la minor pendenza non ritardi l' impeto concepito nella precedente maggiore, ma che nè anche il puro livello sia bastante a ritardarlo.

E per dichiararmi; posto (*Fig.* 10. *Tav. IV.*) il canale inclinato A B, pel quale sia corso il mobile, e che oltre al B, debba passare nella parte B C, meno inclinata, dico, che la velocità per A B, non si diminuirà altrimenti nel seguente canale B C, anzi continuerà di crescere, se vi sarà punto di pendenza, o si conserverà, quando sia posto a livello, dubito bene, che potrebbe forse accadere, che alcuno con un poco d' equivoco si persuadesse, che diminuendosi la pendenza in B C, in rela-

zione di A B, si dovesse anco diminuire la velocità; cosa, che è falsa in relazione al caso precedente pel medesimo canale A B, ma bene è vero in relazione a quello, che seguiterebbe nel canale B D, continuato all' A B, coll' istessa pendenza. Ritarderà dunque il mobile il corso, che sarebbe per B D, ma non il fatto per A B, anzi seguiterà d' accrescerlo, ma bene con proporzione minore. Però il dubitare, che per le svolte, le quali nel canale, che va serpendo, possono aver minor pendenza, che l' altre parti, che più si distendono, secondo l' inclinazione del piano suggetto, si possa fare tal diminuzione di velocità, che l' acqua trattenuta rigonfi, e trabocchi, l' ho per evento da non temersi; perchè non è vero, che la velocità si scemi, anzi si va sempre augumentando; se già la svolta non fusse tale, che convertisse la pendenza in salita, al qual caso converrebbe provvedere, ma non credo, che ciò avvenga nel fiume di Bisenzio, nel quale l' acqua ancorchè bassa si muove sempre. Oltrechè il colmo alto trova ben esso modo di farsi la pendenza, dove ne fusse scarsità, e mancamento.

Io avrei alcun' altre considerazioni da proporre intorno ad altri particolari, ma perchè la somma del presente negozio, come prudentemente nota l' Ingegnere Bartolotti, consiste in questo punto principalissimo fin quì assai ventilato, mi riferberò ad altra occasione a discorrere circa tal materia più copiosamente, non convenendo anco il tener V. S. Ecc. (occupata sempre in negozj gravissimi) più impedita in cose meno importanti.

Dirò solo qualche cosa per concludere intorno alla deliberazione da prendersi pel restauramento del fiume Bisenzio, che io inclinerei a non lo rimuovere del suo letto antico, ma solo a nettarlo, allargarlo, e per dirla in una parola; alzare gli argini dove trabocca, e fortificarli dove riempie. E quanto alla tortuosità, se n' è alcuna oltremodo cruda, e che con qualche taglio breve, e di poco incomodo, e danno alle possessioni adiacenti, si possa levare, la leverei, benchè il benefizio, che si possa ritrarne, non sia di gran rilievo.

Ci sono molte altre incomodità, e difficultà quasi insuperabili promosse, e messe in considerazione dall' Ingegner Fantoni nella sua scrittura, le quali non mi è paruto di dover replicare, ma solo confermarle, come importantissime nel presente negozio.

Questo, che ho detto, è stato per obbedire al cenno del Serenissimo Gran-Duca Nostro Signore, significatomi da V S. molt' Ill. ed Ecc. alla quale dedicandomi, e confermandomi servitore, con reverente affetto bacio le mani, e prego felicità.

AN-

ANNOTAZIONE

ALLA LETTERA

DEL GALILEO.

Nella precedente lettera dell' immortal Galileo tanto è promossa la dottrina delle velocità dell' Acque Correnti, e tali importanti proposizioni essa dottrina risguardanti vi son dimostrate, che s'è creduto poter essa meritamente aver luogo subito dopo il Trattato del Castelli, non ostante la poca stima, che alcuni ne mostrano; anzi che questo ci costringe a rilevare il progresso, che con tal lettera può dirsi aver dato il Galileo alla scienza dell' Acque Correnti. Trattandosi di togliere al fiume Bisenzio alcune tortuosità, e portarlo per conseguenza nell' Arno per un canale men lungo, avverte il Galileo, 1. *Che in due canali, de quali la total pendenza sia eguale, le velocità del moto saranno eguali, ancorchè l' un canale sia lunghissimo, e l' altro breve*; onde nell' addirizzamento de' fiumi, benchè si accorci il cammino, non si accelererà però niente di più il moto dell' acqua per esso, anzi passerà questa per una qualunque sezione in egual tempo; e la differenza solo sarà dal passare per quelle sezioni un poco prima, o un poco dopo: lo che però solamente è vero, se si prescinda dalle resistenze, le quali, essendo nel canale più lungo maggiori, che nel più breve, possono più in quello, che in questo indurre un qualche ritardo. 2. Che *non è la pendenza del letto, o fondo del canale quella, che regola il movimento dell' acqua*, ma quella della superficie; proposizione contraria all' ordinario sentimento degli Architetti anteriori, e contemporanei del Galileo. 3. Che *nell' accelerazione del corso dell' acque più colme, poca parte vi ne ha la maggior pendenza, e molta la gran copia dell' acqua sopravvenente*. 4. Nelle svolte, o flessioni del Canale, conformate in una curva, *insensibile essere la difficoltà nella conversione del corso dell' acqua dal canal retto pel curvo, e però impercettibile il ritardamento*; anzi si dimostra esser nullo. 5. Che quando l' acqua sia pure ritardata in qualche svolta (può dirsi generalmente in qualunque sezione) *e l' acqua rigurgitando rigonfiasse alquanto, questo non diminuirà la velocità, perchè tale alzamento le servirà per far divenire la sua pendenza maggiore nella parte del canale seguente*; riflessione che ha per sua prova l' esperienza, osservandosi in tutti i fiumi una continua mutazione di pendenza nella superficie dell' acqua, la quale si alza appunto, ove maggiori sono le resistenze, e s' abbassa dipoi, ove sieno minori, riacquistando colla maggior altezza la velocità perduta per la resistenza, e mantenendo così il necessario equilibrio fra l' altezze, e le velocità. 6. La via più breve per la discesa d' un mobile da un punto all' altro, cioè *la strada più spedita, o quella che in più breve tempo si passa, non esser la retta, brevissima sopra tutte, ma esservene delle curve, ed ance delle composte di più linee rette, le quali con maggior velocità in più breve tempo si passano*: Questa Curva prenunciata dal Galileo è stata determinata da' posteriori mattematici, ed è la Brachistocrona, ovvero l' Oligocrona, cioè della discesa più veloce. 7. Vuol finalmente il Galileo, che passando l' acqua da un canale, in altro meno inclinato, *la minor pendenza non ritardi l' impeto concepito nella precedente maggior pendenza*: E questo si verifica ogni volta che i due tratti del canale formassero, come segue appunto ne' fiumi, una curva andante, ovvero una retta, ed una curva, che abbia la prima per tangente; mentre che realmente, quando un mobile da un piano inclinato passa in altro meno inclinato, la velocità diminuisce, e si riduce ad avere tal proporzione alla primiera velocità, quale ha al sen totale, il seno del complemento dell' angolo compreso da' due piani; come il Varignoni ha dimostrato, ed il P. D. Guido Grandi nell' Annotazioni al Trattato del Galileo del Moto Accelerato.

Mostrati insussistenti i vantaggi, che a prima vista si presentano nell' addirizzamento de' Fiumi, conclude il Galileo non doversi rimuovere Bisenzio dal suo antico letto. Nondimeno noi ci arrischieremo a notare generalmente, che molte volte coll' addirizzare gli alvei de' fiumi possono ottenersi considerabili vantaggi 1. Diminuendosi le resistenze, le piene si tengono più basse. 2. Con togliere la percossa, e corrosione a qualche ripa, si toglie la causa di altre molte corrosioni inferiori, la

la difesa delle quali importar potrebbe molto più dell' addirizzamento; se pure altre cause non vi sieno, come per esempio sbocchi d' altri fiumi, che portino materie grosse ec. le quali sussistendo ancora dopo l'addirizzamento, possono rimettere il fiume nello stato primiero 3. L' acquisto del terreno. 4. Lo sbassamento del fondo del fiume nelle parti superiori; poichè mantenendosi i fiumi una determinata pendenza secondo le materie che portano, lo scorciamento dell' alveo produrrà necessariamente uno sbassamento nelle parti superiori di esso, e faciliterà intanto l' ingresso degli scoli. E' da riflettersi però, che il sopradetto sbassamento può riuscir nocivo alle parti inferiori del fiume, poichè le materie delle parti superiori, che ordinariamente sono le più grosse, calando inferiormente, vi rialzano il letto, dovendo le materie grosse portate dalle piene distribuirsi in un alveo raccorciato, laddove prima restavano distribuite in un tratto tortuoso, e più lungo. Quindi è che l'addirizzamento ne' fiumi esige da' Periti molte considerazioni nel bilanciare la spesa, e i pericoli coll' utilità, e il vantaggio, e nel preveder gli effetti che produr può lo sbassamento dell' alveo nel tronco superiore, ed il rialzamento nell' inferiore. Così Vincenzo Viviani celebre Mattematico, e Ingegnere dell' Ufizio della Parte, che in Firenze presiede alla direzione de' fiumi, stimò utilissimo togliere molte tortuosità in Bisenzio, e ciò eseguì con felice esito, non ostante il contrario sentimento, che il Galileo suo Maestro nell' antecedente lettera sostenuto avea con tante sottili considerazioni, alcuna delle quali, come si è notato, non ha veramente luogo, se il moto si faccia in un mezzo non libero, e resistente, quale è appunto ne' Fiumi.

TRAT-

TRATTATO
DELLA DIREZIONE
DE' FIUMI

Nel quale si dimostrano da' suoi veri principj i modi più sicuri, e meno dispendiosi di riparare a' danni, che sogliono farsi dall' Acque.

DI D. FAMIANO MICHELINI

FILOSOFO, E MATTEMATICO DEL SERENISS. PRINCIPE

LEOPOLDO DI TOSCANA

E già Professore delle Mattematiche nello Studio di Pisa.

PROEMIO DELL' AUTORE
A' BENIGNI LETTORI.

Dopo una lunga, e attenta considerazione degli effetti rovinosi de' fiumi, e de' ripari, che sogliono comunemente opporsi loro per difender le campagne adiacenti dalle inondazioni, parmi (s' io non m' inganno, o Cortesi Lettori) d' aver ritrovato i veri modi non pure di rimediare con artificj molto facili a' danni di essi, che sono gravissimi, e continui, ma ancora le regole di bene indirizzare il corso loro, e accomodargli alla navigazione. I mezzi per conseguire questi fini sono molto diversi da quelli, che sono stati usati fin' ora: onde io ben comprendo qual giudizio ne doverà esser fatto, stimandosi comunemente prudenza l' aderire alle cose, che son piaciute a' nostri maggiori, e che dal saper loro, e dalla lunga sperienza sono state approvate. E per lo contrario è riputata leggerezza il lasciarsi lusingare dalle promesse speciose, le quali s' allontanano dalla via comune, e battuta, per entrare in un' altra non praticata, ed esposta a mille pericoli, e difficultà. Ma ciò non ostante si son pure in ogni tempo ritrovate cose nuove, le quali ne' precedenti secoli non solo parevano incredibili, ma con gran disprezzo, e derisione da principio erano rifiutate. Pareva cosa impossibile, che la vasta mole d' un gran navilio potesse esser diretta, e girata senz' adoperar molte macchine, e forza grande, e pure un debol fanciullo movendo semplicemente la tavola del timone, rivolta un vascello dovunque ei vuole. Chi mai si sarebbe indotto a credere, che la medesima nave potesse spingersi velocemente pel mare, senza lo sforzo di numerosa ciurma applicata a muovere i remi? E pure vi fu, chi senza fare sforzo niuno seppe spignerla nell' alto pelago con distendere una semplice tela, e standosi egli a sedere ebbe ardir di servirsi della gran forza del vento, come di schiavo remigante, con maestrìa tale, che col medesimo vento potesse far viaggi contrari. Qual cosa in natura più tremenda, e meno immitabile fu giammai veduta che il fulmine? Nientedimeno dopo il corso di tanti secoli riuscì all' uomo con poca polvere accesa non solamente formare il tuono, ma agguagliar percuotendo l' eccessiva violenza del folgore. Ma non troverei la fine del mio discorso, s' io volessi arrecare simiglianti esempli, ne' quali si vede l' industria, e la perspicacia dell' ingegno umano essersi saputa valere delle forze grandi, ch' ella non ha, e deludere (per così dire) la natura stessa adoperando la possanza dell' acqua, dell' aria, e del fuoco, come di suoi ministri applicati a servirlo ossequiosamente. Una simil cosa stimo io, potersi fare intorno a' fiumi da chi saprà valersi artificiosamente della gran forza loro, necessitandogli ad operare in maniera, ch' e' non possano, nè vogliano rompere gli argini, e inondar le campagne. Le quali cose, se io averò conseguite, stimerò di non avere impiegato il tempo inutilmente in questa speculazione, da cui così gran benefizio può risultare. Laonde ancorchè io proponga cose molto speciose, e nuove, non è giusto, che alla bella prima senza essere inteso io sia deriso, e disprezzato, come promulgator di cose impossibili. Chieggo adunque alla vostra Benignità, che questa mia scrittura sia letta prima, ch' io sia condannato; dimanda nè ingiusta, nè difficile ad impetrarsi, perchè in

fine

fine poco perdimento di tempo ricerca un' Opera così breve, e non leggendola s' incorre in pericolo di far torto alla verità, d' aggravar la propria coscienza condannando le cose, senza sapere s' elle sien degne di biasimo, e di defraudare il zelo del Principe, ed il bene del pubblico, il quale patisce tante spese, e tanti danni dalle inondazioni de' fiumi. Non si ammetta (vi prego) per sufficiente confutazione quello, ch' io m' aspetto, che sia per dirsi dal volgo, cioè, che la Pratica in quest' affare dell' acque, e de' fiumi sia di gran lunga superiore alle speculazioni, ed alla Teorica. Imperocchè tutto quello, che sa, e che fa di buono la Pratica, tutto è fondato, dimostrato, e insegnato prima dalla Teorica, e tante belle operazioni, che fanno gli Abbachisti, gli Architetti, e gl' Ingegneri, altro non sono, che maravigliosi parti dell' Aritmetica, e della Geometria, le quali dopo tante loro vigilie, e sudori messero nelle mani de' meccanici bello, e smaltito, quanto essi fanno molte volte senza pur saperne il perchè. Onde sovente addiviene, che alcuni puri pratici non intendendo a chi debbano saper grado di tanti ingegnosi strumenti, e sottilissime operazioni, sono ingrati verso le Mattematiche, e quelle stimano, ed asseriscono inutili, nè s' accorgono di far contro a se stessi, mentre condannano quelle scienze, che a loro furon maestre, e da cui l' arti loro ricevettero i fondamenti, e 'l principio. Non si disprezzi adunque questa mia invenzione circa i ripari de' fiumi, nè per esser nuova, perchè tutte le cose furon nuove una volta, nè per esser messa in luce dalla Teorica, e donata alla Pratica, perchè a quella sola appartiene l' inventare, e specular cose nuove in questo genere con fondamento, siccome a questa l' applicarle, e metterle in uso per benefizio del Mondo. Conchiudo pertanto, che si legga attentamente questa breve scrittura, prima di fulminare i biasimi, e le derisioni contro all' Autore di essa: perchè io poi spero, che l' evidenza delle ragioni, con le quali ella è provata, dovrà persuadere qualunque non appassionato, che si compiaccia accuratamente vederla. Che però non solamente prego, ed esorto, ma ancora metto a scrupolo a chi s' appartiene, che la vegga, e la consideri per servizio del Principe, e per bene de' popoli, al quale tutti siamo obbligati. Se l' invenzione da me proposta prima bene intesa, e poi ben praticata partorirà quel gran giovamento, che io spero, stimolerò me stesso con la felicità dell' evento a ricercar più attentamente, perfezionare, e quando che sia, proporre alcun' altre speculazioni nella stessa materia dell' acque, e spezialmente i rimedi tanto ricercati per le inondazioni del Tevere, e per la Laguna di Venezia, affine di liberare dagl' imminenti pericoli quelle due famose Città, Reine della Terra, e del Mare. Ma ritornando a nostra materia, prima d' entrar nel discorso debbo avvertire, che essendo fatta questa scrittura non solo per i più intendenti, e periti nelle scienze Mattematiche, e Filosofiche, ma ancora per render capaci i semplici Ingegneri, i quali talvolta perturba l' entrare nelle speculazioni Geometriche, che pur son necessarie per soddisfare agl' ingegni elevati; debbo (dico) avvertire, che gl' Ingegneri pratici potranno delle dimostrazioni poste in questo Trattato contentarsi solo delle proposte, e delle conclusioni già stabilite, e continuar la lettura di tutto il rimanente discorso. E i Mattematici si compiaceranno di tollerare, trovandoli, alcuni vocaboli impropri, e nuovi nelle scienze, ma assai appropòsito per la materia pratica, e per chi dee operare. Vivete felici.

TRAT-

TRATTATO
DELLA DIREZIONE DE' FIUMI.

CAPITOLO I.

Delle cose, che debbono supporsi, e premettersi per perfetta intelligenza della forza de' fiumi, e della robustezza de' loro ripari.

ESsendo mia intenzione trattar brevemente del modo di riparare a' danni, che sogliono apportare i fiumi alle Città, e alle campagne adiacenti; nel primo luogo, conforme richiede il metodo dottrinale, recherò alcune suppofizioni evidenti al senso, e poi dimostrerò alcuni Lemmi necessarj per la chiara intelligenza delle cose, che s' hanno a trattare.

I. Primieramente suppongo, che la forza minore ceda alla maggiore.

II. Secondo, che l' acqua, come qualsivoglia altro corpo grave abbia facoltà di muoversi, e spingersi verso il centro della terra, la qual facoltà comunemente si chiama gravità.

III. Terzo suppongo, che tal discesa dell' acqua in quanto grave, e lo sforzo, ed impeto di discendere si farà per la via più breve, (*a*) la quale sarà la diritta perpendicolare alla superficie orizzontale della terra; ma venendo impedita da qualche ostacolo sarà ella ad ogni modo sforzo per condursi da un luogo più alto ad un basso per la via più breve, e più ripida, cioè per quella, che più s' avvicina alla brevissima, cioè alla perpendicolare sopra la superficie orizzontale. Come per esempio, (*Fig. 11. Tav. IV.*) essendo BC il piano dell' orizzonte, l' acqua, e qualunque grave costituito nel punto sublime A, dal quale per più vie può condursi, e cadere sopra il detto piano orizzontale per l' AB perpendicolare a quello, o pure per l' inclinate AC, e AD, delle quali tutte ella sceglierà la perpendicolare AB, come brevissima, e ripidissima fra tutte l' altre, ma quando ella sia impedita dalla durezza di qualche piano inclinato all' orizzonte, caderà per una linea retta collocata nel piano verticale al piano dell' oriz-

zon-

(*a*) Ed in vece di così supporre, si dimostra anzi, che i mobili scendono per la via più breve, poichè in questa la gravità respettiva, la quantità della discesa, o l' approssimazione al centro della Terra riesce maggiore.

zonte, e fcerrà fra tutte le vie inclinate l' A C, come più breve della più remota A D, e come più proffima alla perpendicolare, mentre coftituifce l'angolo acuto C A B minore dell'angolo D A B. Dalla qual figura fi comprende, che fe due triangoli averanno la medefima, o uguale altezza per uno de' lati intorno ad un angolo eguale, o comune, ma l'altro lato maggiore dell' altro lato intorno al medefimo angolo, quello, che averà maggior lato, averà anco maggior angolo oppofto a detto lato di quell'angolo oppofto al lato minore. E fia la fteffa figura A B C D, che intorno all'angolo medefimo B vi fia l' altezza comune A B: ma nel triangolo A D B il lato D B è maggiore del lato C B nel triangolo A C B, onde facilmente fi deduce, che l'angolo D A B del triangolo D A B oppofto al lato D B, è maggiore dell' angolo C A B nel triangolo C A B oppofto al lato C B, e quefto perchè il tutto è maggiore della fua parte. Ovvero effendo l'angolo A C B efterno maggiore dell'interno, ed oppofto D verrà, per la 32. del primo, l'angolo D A B maggiore dell' angolo C A B, il che è fempre vero ancorchè l'angolo B comune non fuffe retto.

Suppofto quefto, paffo a dimoftrare, che fe un grave farà collocato fopra un piano inclinato al piano dell'orizzonte, egli fcenderà fopra di quello per la retta linea, che farà perpendicolare alla comune fezione di detti due piani. *Fig.* 12. *Tav. IV.*

Sia il piano elevato A B C D, il quale incontri il piano dell' orizzonte O H C D, e fi feghino fcambievolmente nella retta linea C D. Pofto poi qualunque grave nel punto E fublime del piano inclinato, dal quale cafchino le rette linee E F, E C, E D, delle quali la fola E F fia perpendicolare alla C D. Dico ora, che il grave dal punto E fcorrerà fopra il piano A C per la retta linea E F, e non mai per la E C, o per la E D.

Cafchi dal punto fublime E la retta E G perpendicolare al piano dell'orizzonte, che l'incontri in G, e congiunganfi le rette linee F G, C G, G D. Prima perchè la E F è perpendicolare fopra la C D, adunque nel triangolo E C F la retta E C oppofta all' angolo retto, e però maffimo di tutti gli altri, farà maggiore della F E; per la medefima ragione la D E farà maggiore della fteffa F E, e però la F E verrà a effer la minore di tutte quelle vie, che dal punto fublime E per lo piano inclinato arrivano fino al piano orizzontale.

Proverò appreffo, che la F E fia la più vicina alla perpendicolare E G eretta al piano dell' orizzonte, e la più ripida di qualfivoglia altra, perchè la retta linea E G fu tirata perpendicolare fopra il piano dell' orizzonte O H C D, adunque la fteffa E G farà angoli retti con le due F G, C G, che fono nel piano foggetto, e concorrono con effo lei in

G.

G. Per la qualcosa nel triangolo E G F sarà il quadrato di E F eguale a' due quadrati insieme presi delle rette E G, G F. Ma nel triangolo rettangolo E F C il quadrato della C E opposto all' angolo retto F, verrà ad essere eguale a' quadrati della C F, e della F E, cioè a' tre quadrati della C F, dell' F G, e della G E insieme presi. Finalmente nel triangolo E G C il medesimo quadrato della C E, opposto all' angolo retto G, verrà a esser eguale a' quadrati delle C G, e delle G E insieme presi. Laonde i tre quadrati insieme delle C F, F G, G E saranno eguali a' due quadrati delle C G, G E, toltone via il quadrato di E G comune, verrà a rimanere il quadrato di C G eguale a' due quadrati delle G F, ed F C. Per la qual cosa l' angolo C F G, sarà retto, e però il lato C G, che lo suttende, sarà maggiore del lato F G. Avendo dunque due triangoli rettangoli E G F, E G C l' altezza E G comune, ma il lato G F minore del lato G C, sarà l' angolo F E G minore dell' angolo C E G, e così di qualunque altro D E G; e però l' inclinata E F sarà più vicina alla perpendicolare E G, che non è la E C, e così di qualsivoglia altra E D; e sono tali angoli de' piani perpendicolari a quel dell' orizzonte, poichè tutti passano per la retta E G; adunque la E F è viepiù ripida, e pendente, che non è la E C, o qualunque altra E D. E' dunque manifesto, che la E F perpendicolare alla C D è la più breve, la più vicina alla perpendicolare E G, eretta all' orizzonte, e la più ripida di quante se ne possano tirare dal punto E del detto piano fino all' orizzonte posta nel piano F E G perpendicolare al medesimo orizzonte. Potendo dunque il grave costituito in E scorrere per la superficie inclinata A C fino al piano dell' orizzonte H D, benchè egli possa condurvisi per più vie, non lascerà giammai la brevissima, e più ripida F E, per condurvisi per le vie più lunghe, e meno vicine alla perpendicolare, e meno ripide in virtù della supposizione fatta. Sicchè è manifesto quello, che si propose.

Ora per l' avvenire la via brevissima, e più ripida di quante si possano fare in un piano inclinato all' orizzonte, qual fu la E F, chiamisi la *Via della scesa*, la quale sarà costituita in un piano verticale, o perpendicolare all' orizzonte, e questo chiamisi piano della scesa.

Coroll. I. Notisi ancora, che la G F comune sezione del piano verticale, e dell' orizzonte viene a esser sempre perpendicolare alla medesima C D, comune sezione del piano inclinato A C, e dello stesso orizzonte.

Coroll. II. E però la comune sezione D C del piano inclinato, e dell' orizzonte sarà sempre perpendicolare al piano verticale F G E, che passa per le due E F, F G.

Sia finalmente (*Fig.* 13. *Tav. IV.*) il piano del rettangolo A B C D inclinato al piano dell' orizzonte E F G H in maniera che il lato A B sia più alto, e sollevato, che non è C D, ma il lato A D sia più alto, che non

non è l'opposto C B, dico che la via della scesa in detto piano non sarà perpendicolare a niuno de lati opposti del parallelogrammo rettangolo A C, ma farà angoli obliqui con qualsisia di essi.

Da' punti sublimi A, B, D caschino le A L, BN, D M perpendicolari al piano dell'orizzonte E G, che l'incontrino ne' punti M, L, N, e perchè tutto il lato A B è più elevato, che non è l'opposto D C, adunque il punto A sarà più elevato dall' orizzonte, che non è D, e però la perpendicolare A L sarà maggiore della D M. Laonde la retta linea A D prodotta concorrerà finalmente col piano dell' orizzonte E G nel punto O verso le parti D. Poi perchè il lato A D è più elevato sopra l' orizzonte, che non è l'opposto B C, adunque il punto A sarà parimente più elevato, che non è il punto B, e però la retta linea A B prodotta concorrerà anch'ella col piano dell' orizzonte in qualche luogo verso le parti B, come in P. Ora perchè i due punti O, P, son collocati in ambedue i piani dell'orizzonte E G, e dell' inclinato B D; adunque saranno posti nella loro comune sezione, la quale sarà una linea retta O P, e questa segherà il rettangolo D B posto nel medesimo piano elevato nella retta I K, la quale verrà a formar un triangolo rettangolo con i due lati O A, A P: e perchè l' angolo A è retto, saranno nel triangolo A O P i due angoli rimanenti O, P acuti; e perciò tirandosi dall' angolo retto A la retta linea A R perpendicolare sopra il lato O P, verrà ella a cadere dentro il triangolo, e perciò farà angoli acuti con ambedue i lati D A, A B. Ma è la retta A R la via della scesa nel piano elevato D B, poichè ella è perpendicolare alla O P comune sezione di due piani, dell' orizzonte E G, e dell' elevato D B; adunque la via della scesa nel piano D B viene a segare ad angoli acuti ciascuno de' lati D A, A B, e i suoi opposti: il che bisognava dimostrare.

CAPITOLO II.

Della forza, ch' è necessaria per ritener l' acqua stagnante.

E' Manifesto, che l'acqua ritiene mai sempre la natural sua gravità, in virtù della quale fa forza per condursi verso il centro della terra, dove tutti i gravi anderebbono, se non fossero impediti. E tal forza, o instinto di condursi al centro si esercita, benchè il grave sia constituito in quiete, come è manifesto al senso. Ma perchè l' acqua è un corpo fluido, che si sparge da per tutto verso le parti inferiori, e collaterali, è necessario determinare verso qual parte ella esercita la massima forza della sua gravità; e perchè la forza dell' acqua non in una sola maniera, e con una sola direzione si esercita, quando i vasi, ne' quali è contenuta sie-

fieno di varie, e differenti figure, però dovendo osservare il metodo dottrinale, considereremo nel primo luogo i vasi, o vivai di figura di parallelepipedo, o di cilindro rettangoli, la base, o fondo de' quali sieno cerchi, o quadrati, e sieno costituiti paralleli al piano dell' orizzonte; sicchè le sponde di detti vasi vengano a essere perpendicolarmente elevate sopra il fondo, o piano dello stagno, e dell'orizzonte. Sia egli ripieno d'acqua stagnante. Dico, che rimossi tutti gl'impedimenti accidentali, cioè l'agitazione dell'acqua fatta da' venti, o da altra cagione, e l'asprezze delle superficie interne dell'alveo, gli argini faranno piccolissima forza per ritener detta acqua in comparazione di quella, che doverà fare il fondo.

Intendasi il piano A B (*Fig.* 14. *Tav. IV.*) esser inclinato al piano dell'orizzonte B C, e l'altezza, o sublimità di quello perpendicolare all' istessa orizzontale, sia l'A C. Appoggisi poi sopra il piano inclinato A B il solido grave D, il quale sia denso, o pure se è fluido sia ritenuto in una cassetta; è manifesto per gli elementi meccanici, che il peso totale, o assoluto del solido D al momento ch'egli esercita in detto piano inclinato, ha la stessa proporzione che la lunghezza del piano A B alla sua elevazione perpendicolare A C, in maniera che se l' A B fosse doppia dell' A C, e il solido D pesasse in aria due libbre, sarebbe egli in tal sito forza per una libbra solamente, e così chi volesse con la mano, o con un argine E F sostenere la caduta, o precipizio del solido D per detto piano inclinato, non averebbe a fare altra forza, che per una sola libbra, essendo aiutato in questo caso dal piano A B, il quale in gran parte sostiene il grave, che fa impeto di condursi al centro per una linea perpendicolare all' orizzonte B C. Intendasi ora sollevarsi il piano A B circolarmente intorno all' infimo suo termine stabile B, come in B G, e B I, anderà mai sempre crescendo la sua elevazione perpendicolare G H nel triangolo rettangolo H B G, e così successivamente il momento del solido D per lo detto piano anderà crescendo, imperocchè sempre più, e più si fa minore la proporzione dell' A B, o B G all' H G, cioè quella del peso assoluto del solido D al suo momento. Per la qual cosa il fondo, o ritegno E F, verrà sempre a far forza maggiore, e maggiore per impedire il precipizio del solido D, sopra il piano A B. Di quì è manifesto, che se il piano A B si condurrà in I B ad esser perpendicolare sopra il piano dell' orizzonte B C, allora converranno insieme il lato A B, e la perpendicolare A C, costituendo una sola linea B I, e la base B O del sopraddetto triangolo, verrà ad essere un punto solo: e perchè la proporzione del peso totale di D al momento, o forza, ch' egli esercita in tal piano elevato, sta come l' A B, o pur B I, alla I O, che è eguale a se medesima, adunque il momento, o forza, che eser-

cita il grave D aderente al piano I B, quando egli è perpendicolare all' orizzonte B C, è eguale al suo peso assoluto, e totale. Per la qual cosa il fondo, o ritegno inferiore E F non potrà impedire la caduta, e precipizio di detto solido, se non se il oppone con altrettanta forza, cioè con resistenza eguale al peso assoluto, e totale del D, il quale, benchè sia fluido, egli è pure un grave, che esercita il suo impeto nel centro della sua gravità; non meno, che se fusse un cubo di cristallo. Ora s'egli è vero, che il fondo, o ritegno E F dee esercitare forza eguale al peso assoluto del grave D, non è possibile, che per lo contatto collaterale del piano I B perpendicolare all'orizzonte patisca lo stesso piano compressione alcuna da detto grave, perchè se ciò fosse vero, oltre alla resistenza totale, che fa il fondo F E, vi sarebbe anco quella del piano collaterale I B, che fra tutte due insieme sarebbono una somma maggiore del peso del solido D, e così un grave di due libbre peserebbe più, quando egli è appoggiato ad un piano perpendicolare all' orizzonte, che se egli pendesse per l' aria libera, la qual cosa è impossibile. Figuriamoci ora il grave D esser l'acqua d'un vivaio aderente ad una delle sponde A B perpendicolare all'orizzonte: è manifesto per le cose dette, che il fondo E F resiste contro tutto l'impeto, e compressione, che fa detto grave, nè molto rimane alla sponda A B, e questo si dee intendere rimossi tutti gl'impedimenti, fra i quali volendo annoverarvi quello che dipende dalla divisione, e disposizione delle parti, che compongono un fluido, quale è l'acqua, pare ad alcuni, che queste poste in un vaso, mentre premono in giù, toccando, e appoggiandosi a quell' asprezze collaterali, vengano a far forza a guisa di biette contro gli argini collaterali, dal che ne segue, che altrettanto debba scemare la compressione contro il fondo del vaso. Ma quando questa si conceda, per non esser questo luogo da esaminare sì fatte sottigliezze, e' si vede, che sarebbe poca cosa: poichè ne' cannellini di vetro sottili il contatto collaterale dell' acqua con la superficie interna, non proibisce la caduta, se non ad alcune gocciole d'acqua piccolissime, e le maggiori tutte cadono, e si precipitano per la bocca inferiore del cannello. Resti dunque stabilito, piccola esser la forza, che dovranno far le sponde del vivaio, in comparazione di quella massima, che dovrà far il fondo, contro del quale si esercita lo sforzo, che fa il fluido soprastante per condursi al centro della terra, verso dove naturalmente si muove, non già verso i lati orizzontalmente.

Per confermazione delle cose dette fin quì, e per capacitare le persone, che non avessero pratica delle dimostrazioni meccaniche, piacemi venire ad un altra prova, immediatamente dipendente dal solo principio a tutti notissimo, che le materie terrestri tendano solamente al centro della terra, nè abbiano alcuna propensione al moto trasversale, o orizzontale.

Con-

Consideriamo dunque i vasi, o vivai, come si è detto di sopra, di figura di parallelepipedo, o di cilindro rettangoli, il fondo de' quali sieno cerchi, o quadrati, e sieno costituiti paralleli al piano dell' orizzonte, e sia il vaso ripieno d'acqua stagnante. Dico ora, che gli argini faranno piccolissima forza per ritener detta acqua, in comparazione di quella, che dovrà fare il fondo, e se mi fosse lecito allungarmi in questa materia, quanto io vorrei, forse potrei dimostrare, che la proporzione della resistenza degli argini a quella, che dovrà fare il fondo, sia quasi quella, che ha la superficie al solido, cioè l' indivisibile al quanto, o il finito all' infinito; ma perchè il fine, per lo quale si arrecano somiglianti speculazioni, che è il modo pratico di rassettare le rotture, ed ovviare alle inondazioni de' fiumi, non ha bisogno di cotali sottigliezze, mi basterà mostrare solamente piccola esser la forza degli argini, in paragone di quella, che dovrà fare il fondo per sostenere l' acqua stagnante; intendendo però sempre rimossi gl' impedimenti esterni, o accidentali.

Figuriamoci dunque, che il vano del vivaio sia totalmente occupato da un solido di cristallo, o di ghiaccio simile di figura al vivaio: perchè dunque tal pezzo di cristallo, come materia terrestre, tende verso il centro della terra, ed a quello, non impedito dal fondo del vivaio, anderebbe per linea retta, e perpendicolare alla superficie del vivaio, nè giammai trasversalmente verso gli argini, non avendo propensione alcuna al moto orizzontale, o trasversale, adunque cotal massa di cristallo, o di ghiaccio trovando il solo ostacolo del fondo, che impedisce il suo natural moto, eserciterà sopra di quello il suo momento, pesando, e facendo forza, nè punto spingerà, o aggraverà le sponde, verso le quali (come si è detto) non ha alcuna propensione, avendola tutta verso il fondo, che gli proibisce andare verso il centro della terra. La resistenza dunque degli argini alla resistenza del fondo, è come il semplice toccamento della superficie degli argini con quella del cristallo, o ghiaccio, che si combaciano, cioè come la superficie degli argini interiori del vivaio a tutta la massa del cristallo, o ghiaccio, che occupa il vano del medesimo vivaio, in modo, che la resistenza degli argini alla resistenza del fondo, sarà come la superficie al solido, o come l' indivisibile al quanto, o finalmente come il finito all' infinito. E quando si volesse attribuire al semplice toccamento delle dette superficie lisce, e terse qualche resistenza, e' si vede, che sarebbe piccolissima cosa in riguardo della spinta, o passione che patisce il fondo, sopra il quale s' esercita l' intero peso di detto cristallo, o ghiaccio.

Intendasi finalmente il cristallo, o ghiaccio risoluto negli ultimi suoi componenti col fondersi, o liquefarsi, questi combaceranno la superficie interna degli argini, come prima facevano, ma non per questo averanno

maggior propensione di muoversi verso di essi, essendo diventato un fluido; perchè non rimane a detto fluido altra inclinazione di muoversi, che verso il centro della terra. Il che s'intenderà facilmente supponendo rimuoversi il fondo in un istante, e profondarsi fino al centro della terra, o farsi per così dire un pozzo senza fondo fin' agli antipodi, di larghezza quanta è quella del vivaio. Se dunque c' immagineremo per una parte quell'intera massa di cristallo, che occupava tutto 'l vano del vivaio, partirsi cadendo verso il centro, anderà ella sempremai strisciando gli argini del pozzo, essendo un solo solido unito. Ma considerando dall' altra parte muoversi il liquido, gli altissimi, e innumerabili componenti di esso, non saranno necessitati nel lor corso a muoversi tutti con la stessa velocità, perchè quella moltitudine di minimi, che scenderà per la linea distesa dal centro del fondo del vivaio verso il centro della terra, anderà con la massima velocità, e quegli altri innumerabili minimi, che scenderanno per gli angoli, o per gli contorni, si muoveranno con la minima velocità, e così le più vicine alla linea di mezzo, sarebbero sempre più veloci delle più lontane, che però in tal moto si formerebbe una figura piramidale, o conica, onde non anderebbero in progresso del moto lambendo gli argini del pozzo, come faceva la massa del cristallo, ma se ne discosterebbero. Dal che si vede chiaramente, che l' appoggio di tal fluido, e per conseguenza dell' acqua sopra gli argini del vivaio è minima cosa: ma sopra il fondo è massima. (*a*)

CA-

(*a*) Che l'acqua, gravitando con tutto il proprio peso sul fondo del vaso che la contiene, non eserciti forza alcuna contro le pareti di esso, è proposizione oramai presso di tutti dimostrata falsa non solo dalla ragione, ma riprovata ancora dall' esperienza. I fluidi tutti racchiusi ne' vasi, egli è verissimo, che come corpi tendono con uno sforzo proporzionale alla total lor massa, al centro de' gravi: Ma come fluidi, ciascuna particella di essi ha una tendenza, e facilità di accostarsi da per se sola al centro della Terra, ed esercita per ogni parte un continuo sforzo di sottrarsi a qualunque pressione, il che non succede ne' corpi solidi, le parti de' quali tutte insieme unite, non possono che tutte insieme muoversi, ed accostarsi al detto centro. Quindi è, che i fluidi in un vaso contenuti gravitano sul fondo di esso con il total peso della colonna, che sopra vi posa; ed inoltre, sforzandosi ciascuna parte di essi di sottrarsi, e scappare, preme in conseguenza, e sforza la parete verticale del vaso, o comunque inclinata, con una forza corrispondente alla pressione, e carico che soffre dalle parti soprapposte; perlochè la forza de' fluidi contro le pareti d'un vaso è diversa a diverse altezze, e tanto maggiore, quanto più si accosta al fondo, e la forza che per essi si esercita contro la più bassa linea della parete è l'istessa appunto che quella da essi esercitata contro un egual linea del fondo del vaso, e diminuisce successivamente, diminuendo l' altezza, in proporzione aritmetica, fino a diventar nulla nella superficie superiore: Dal che ne segue che l' azione de' fluidi contro ciascuna parte, o linea orizzontale della parete verticale del vaso che li contiene, può rappresentarsi per l' ordinata ad un triangolo, che abbia per base, ed altezza, l' altezza medesima del fluido contenuto; e l'azione contro tutte le linee della superficie della parete sarà rappresentata dall' area del medesimo triangolo; siccome l' azione contro una parte della superficie suddetta, dal segmento corrispondente dell' istesso triangolo, onde, se la parete del vaso sia parallelogramma, l'azione del fluido contro di essa equivarrà ad una colonna che posi sulla stessa superficie, ed abbia per altezza la metà dell' altezza del fluido sopra il fondo del vaso; e l'azione contro una parte della medesima superficie equivarrà

CAPITOLO III.

Che la forza del moto di qualsivoglia corpo mobile può esser impercettibile.

BEnchè sia concetto comune, che l'acque correnti, in virtù del moto rapido conceputo, acquistino forza straordinaria, con la quale rovinano argini, ponti, ed altri edifizi assai stabili, e forti, parmi non esservi perfettamente intesa la natura di tal moto, nè perchè, o quando possa con tant' efficacia operare: poichè si troverà caso, nel quale il moto rapidissimo di qualsivoglia corpo non operi punto più di quello, che si farebbe, quando non si movesse. Inoltre perchè da questa materia dipende la perfetta intelligenza delle cose più importanti del soggetto, che io ho preso a trattare, non sarà se non bene esaminare la natura di questi movimenti con qualche accuratezza. E però io suppongo primieramente il moto di qualsivoglia corpo altro non essere, che un transito del mobile da un luogo ad un altro. Secondariamente suppongo, che vi sieno due sorti di moto, uno è quello, che si fa trasportandosi il mobile

varrà ad una colonna di fluido, posata sull' istessa porzione, la cui altezza sia media aritmetica tra l' altezza minima e massima del fluido sopra detta porzione: Laddove l' azione de' fluidi contro ciascuna parte del fondo è da per tutto come l' altezza del fluido, ed in quella maniera che il rettangolo è doppio del triangolo, così, supposti eguali il fondo, e la parete bagnata, l'azione del fluido contro la superficie del fondo, è doppia dell' azione contro la superficie della parete, o ciò che è lo stesso, in parità di circostanze, la pressione del fondo alla pressione della parete verticale sta come 2. ad 1.

Il Michelini si sforza di mostrare il contrario, cioè, che nulla sia la forza d' un fluido contro la parete verticale del vaso, o che essa sia alla forza del medesimo fluido contro del fondo come il finito all' infinito; errore, che, come vedrassi, lo ha trasportato in molti altri. Le ragioni, che egli ne adduce, sono evidentemente inconcludenti, e si riducono a queste; cioè, che un solido passando allo stato di fluidità, non possa acquistare diverse propensioni, e che un corpo qualunque non può esercitare due forze: alla prima si risponde, che appunto il costitutivo d' un fluido è l' aver parti disgiunte, che tendono per ogni verso al centro de' gravi, come si è detto di sopra: alla seconda si replica, che diversa è l'azione della pressione del fluido contro la parete, dall' azione del peso contro del fondo; ed in quella maniera che un corpo posto sopra un piano orizzontale esercita contro questo l'azione del proprio peso, anche quando va a percuotere, ex.gr. una parete, così la colonna d' un fluido può premere una parete, e nel tempo istesso aggravare di tutto il proprio peso il fondo del vaso.

In supplemento della dottrina dell' Autore si noterà, che se la parete fosse inclinata, come sono per ordinario le sponde, e gli argini de' fiumi, siccome l' azione del fluido agisce egualmente per ogni parte, così ancora ciascun punto di questa superficie inclinata soffrirà, egualmente che l' orizzontale, e la verticale, un carico proporzionale all' altezza del fluido, che resta sopra esso punto; perlochè le pressioni delle parti della superficie inclinata cresceranno a misura che son vicine al fondo in proporzione aritmetica, e saranno rappresentate da ordinate ad un triangolo, la cui base sia l' altezza della superficie istessa; e la cui altezza sia una perpendicolare eretta all' estremità inferiore della base della parete, ed eguale all' altezza dell' acqua sopra il fondo del vaso; e perciò il carico di tutte le linee, prese orizzontalmente, della superficie inclinata, sarà rappresentato dall' area di detto triangolo, e se la parete è parallelogramma, detto carico equivarrà al peso d' una colonna d' acqua, che posi sopra la data superficie bagnata, e la di cui altezza sia la metà dell' altezza dell' acqua sopra il fondo del vaso.

attualmente da un luogo ad un altro, qual' è quello, degli animali, che si muovono per la terra, per l'acqua, e per l'aria, abbandonando il sito, che prima possedevano, e conducendosi successivamente in altri, ed altri luoghi, e questo è conosciuto, e vien chiamato da tutti moto attuale, o progressivo: l'altro è, quando solamente nel mobile vi è l'instinto, sforzo, ed energia di muoversi da uno ad un altro luogo: ma per esser ritenuto, o impedito da un ostacolo contrapposto, pare che l'effetto del moto non segua, come una gran palla d'artiglieria posata sul pavimento, benchè ella abbia quell'energia di condursi all'ingiù, è nondimeno necessitata a fermarsi, non potendo rimuovere l'impedimento del suolo, il quale occupa il luogo, dove la detta palla vorrebbe subentrare, essendo impossibile, che due corpi possano stare nel medesimo luogo. Ora questo tale sforzo di muoversi, viene ad esser una cosa di mezzo tra l'assoluta quiete, e 'l moto attuale, e potrebbesi chiamare energia, e sforzo di moto piuttosto, che quiete, perchè si vede in tal caso, che non vi è solamente un semplice contatto delle due superficie di detti corpi, ma vi si conosce certa spinta tanto gagliarda, ed efficace oltre al contatto, che dà qualche indizio del moto intrinseco di tutte le parti del corpo, però forse chiamato grave da' nostri maggiori, e maestri, benchè detto moto non sia manifesto al senso. Cavasi questo dal vedere, che le parti del corpo premente, o dell'ostacolo sogliono infragnersi, piegarsi, o condensarsi. Ora comunque si sia, chiamerò questo sforzo di moto, *Moto d'energia* (a), benchè paia quiete.

Nel terzo luogo considero, che tanto il moto progressivo, quanto quello d'energia, hanno forza d'operare, e spignere altri corpi immobili, massimamente i meno resistenti, allora che questi possono impedire in qualche modo il corso, e lo sforzo di quelli: ma quando niente impediscono il movimento del corpo, che si muove, o lo sforzo, ed energia di quello, non vi è ragione, che quello patisca, nè che questo operi cosa alcuna contra di quello, e così cotal moto attuale, o d'energia, verrà ad essere in tal caso infruttuoso, ed equivalente ad una semplice quiete. Per intelligenza di questo punto importantissimo considero, che queste due sorti di moto possono variamente accoppiarsi in un medesimo soggetto, secondo la varia disposizione delle linee, per le quali s'indrizzano i detti moti, e secondo, che possono operare i medesimi; e prima vediamo quello, che succede, quando le direzioni d'ambedue concorrono verso la stessa parte, facendo angoli, e amendue operano, nè uno di loro rimane ozioso. Questo interviene, allora che un corpo grave sta posato so-

(a) Questa forza detta dal Michelini *Moto d'Energia*, chiamasi da' moderni Mattematici *forza morta*, lo che è da avvertirsi in tutto questo Trattato.

fopra un piano inclinato al piano dell' orizzonte, dove gli è conceduto lo fcorrere, e muoverfi attualmente per la pendenza di detto piano inclinato, e unitamente il moto d'energia fa forza verfo 'l centro della terra per una linea perpendicolare al piano dell' orizzonte, che viene a fegare, e fare angoli obliqui con la linea del moto attuale difegnata nel piano inclinato. Ora da quefte due direzioni fegantifi viene a rifultarne una terza, che cade fra le dette due, e per la quale fi efercita nel piano inclinato lo sforzo refultante dall' energia, o pefo di detto grave, e dall' impeto, col quale egli fi muove attualmente. Se dunque il fuolo del piano inclinato farà men robufto di quello bifognava, per refiftere alla detta terza fpinta, farà neceffitato a cadere, e verrà lacerato, o pure le fue parti, fe fono diftraibili, verranno diffipate, e fpinte all' ingiù, corrodendofi il fuolo di detto piano inclinato con preftezza maggiore, o minore, fecondo che la forza comune refultante dalle già dette farà più, o meno gagliarda, e impetuofa. (*a*)

Effendofi confiderato il cafo, nel quale interviene il moto attuale col moto d'energia, refta ora da vedere, qual' effetto produca il folo moto d'energia fcompagnato dal moto attuale; e quì fono due cafi: uno nel quale l'energia operi, l'altro nel quale fia oziofa. Perchè fe io confidero un cubo di bronzo pofato fopra il pavimento, egli folo efereiterà il moto d'energia aggravando il fuolo, e in quefto cafo lo sforzo, ed impeto, contro 'l quale il pavimento dovrà refiftere, bafterà, che non fia minore della gravità di detto folido premente. Se poi il detto cubo oltre al pavimento toccherà lateralmente anch' il muro della ftanza, allora è manifefto, che contro il muro non fi efercita, nè il moto attuale, nè

 quel-

(*a*) La forza con la quale un corpo, pofto fopra on piaoo inclioato, tende a diffipare, e difgiungere le parti del piaoo, vuole il Michelini, effere il rifultato di due forze, delle quali l'una fpinga il corpo per il detto piano, l'altra morta per cui effo corpo fi porterebbe perpendicolarmente al centro della terra. Ma egli è evidente, che la prima di quefte forze è un effetto, o piuttofto parte della feconda, la quale fi rifolve in quella che agifce coo direzione parallela al piano, e nell'altra ad effo perpendicolare, con cui lo preme. Onde non è punto accurato in quefto Capitolo il difcorfo del Michelini, nè per confeguenza può efferlo ne' feguenti, ne' quali parla degli effetti di tal forza compofta; in vece di quefta però può foftituirfi da per tutto altra forza prodotta dal moto attuale, e dalla preffione, ed è quella appuoto detta dello sfregamento, ma non coofiderata dal noftro Autore: Ed intendendo per la fopraddetta forza compofta queft' altra di sfregamento, come fi notò doverfi iotendere per moto d' Energia la forza morta, fuffifteranno le cooleguenze dedotte ne' feguenti Capitoli dal Michelini. Quefta forza poi di sfregamento, per cui le parti del fluido in moto incontrandofi nelle parti del piano, fopra cui fcorre, le percuotono, e tagliano, fe poffon vincerne la coefione, perdendo tanta forza quanta ne impiegano per fuperarne la refiftenza; tal forza, dico, è in ragione del quadrato della velocità del fluido in moto, ed è tanto maggiore, quanto maggiore è la forza colla quale l'ifteffo fluido aggrava il piano percorfo: E poichè le parti de' corpi fluidi pofti in moto non meno che ftagnanti, a norma di quanto fi è detto nel capitolo precedente, premono anco le pareti verticali, contro a ciò che profegue ad afferire il Michelini io quefto capitolo, eferciteranno contro di effe pareti l'altra forza di sfregamento a mifura di tal preffione, quale però nel cafo del moto violento, può effere dalla forza centrifuga diminuita fenfibilmente.

quello d' energia da detto cubo. Imperocchè il primo cessa per essersi detto cubo posto in quiete senza altro impulso progressivo verso il muro, che il puro contatto; il secondo d' energia s' impiega tutto verso il suolo inferiore, che impedisce il corso verso il centro terrestre, e però da' fianchi non patirà il muro compressione veruna, fuorchè il solo contatto.

Figuriamoci adesso un muro di materia quanto si voglia tenera, e questo venga toccato lateralmente da un cubo di bronzo; è manifesto, che il muro ancorchè fosse di latte appreso, dal contatto laterale del cubo non patirebbe compressione alcuna, non avendo il cubo moto alcuno attuale, nè energia, o sforzo di muoversi lateralmente. Intendasi sopravvenire al detto solido di bronzo un moto quantosivoglia impetuoso, secondo la direzione parallela alla lunghezza del muro, è manifesto, che il cubo in tutto il suo corso rapidissimo anderà lambendo la superficie del muro, e conservando successivamente quel primiero piacevole contatto, e così se astrarremo l' impeto dell' aria, e l' asprezza della superficie del bronzo, e del muro, o altri impedimenti esterni, non vi riman ragione, perchè in tutta la carriera rapidissima debba mai lacerarsi, o rovinare il muro, non patendo egli altro impeto, che quel puro contatto piacevole senza niuna compressione, che il cubo vi faceva nel tempo della sua quiete: e però il muro rimarrà stabile, e illeso, non meno nel moto, che nella quiete del detto solido di bronzo. Ma se poi il moto attuale, o d' energia si farà per una linea, che concorra, e faccia angolo con la superficie del muro, allora si farà manifesto l' effetto del moto di detto corpo duro, lacerando, e rovinando il muro con maggiore, o minore strage, secondo che egli sarà meno resistente alla durezza di tutto il solido, o de' minimi suoi componenti, se il cubo sarà fluido, che se li muove attualmente, o per energia all' incontro. L' altra ragione della strage maggiore sarebbe il ricevere l' impeto, e la percossa meno obliquamente; sicchè massimo sarebbe l' urto d' un tiro fatto ad angoli retti alla superficie di detto muro. Conchiudasi pertanto, che il moto, per veemente, che egli si sia, di qualsivoglia corpo fluido, o denso, niente opera allora, che la direzione del suo moto attuale, o d' energia, non faccia angoli colla superficie di qualsivoglia muro, o argine, ma a quello sia parallelo.

CA-

CAPITOLO IV.

Della forza, che doveranno fare gli argini d' uno ſtagno, che abbia il fondo inclinato al piano dell' orizzonte.

BEnchè paia ſtrano ad alcuni, che l' acqua ſtagnante priva di moto attuale, alla quale ſolamente rimane l' energia di ſpingere il ſuolo, che l' impediſce il condurſi al centro della terra, abbia ella nondimeno a fare sforzo collaterale contro le ſponde, credo io di poterlo con molta chiarezza moſtrare. Sia pertanto (*Fig. 15. Tav. IV.*) il vivaio A E C H; le ſponde del quale ſieno elevate in maniera, che ritengano l' acqua ſtagnante, ma il pavimento, o ſuolo E I H F, ſia inclinato al piano dell' orizzonte, a elevazione del quale ſia E G. Dico, che la ſponda A B H F, poſta dalla parte più baſſa del vivaio, farà forza per ritenere l' acqua ſtagnante, e la reſiſtenza, che dovrà fare, al peſo aſſoluto di tutta l' acqua del vivaio, averà quaſi l' iſteſſa proporzione, che l' altezza del ſuolo E G, alla lunghezza del ſuolo inclinato E F.

Perchè la detta acqua è un grave, che eſercita la ſua energia nel centro della ſua gravità, ed è ſoſtenuta dal piano inclinato E I H F, adunque per gli elementi meccanici il peſo aſſoluto, e totale di detta acqua, al momento, ch' ella eſercita in tal ſito, ha la ſteſſa proporzione, che la lunghezza del piano inclinato E F, alla ſua elevazione E G; adunque quando E G fuſſe tre parti di quella, che la E F n' è dieci, e il peſo di tutta l' acqua foſſe dieci libbre, il pavimento inclinato averebbe a durar fatica ſolamente per ſoſtener ſette libbre di peſo, e le altre tre doveranno eſſer ſoſtenute da quella forza, che impediſce lo ſcorrere per detto piano inclinato. Ma tale ſcorſa viene impedita dal ritegno della ſponda A B H F, adunque ella dee far forza baſtante a ritenere il peſo di tre decimi di tutta l' acqua, cioè delle tre libbre. (*a*)

Perchè non ſempre le reſiſtenze debbon eſſer eguali per l' appunto agl'

(*a*) Se l' acqua contenuta nel vivaio foſſe un ſolido, il momento totale, o peſo aſſoluto di eſſa poſta ſopra il piano inclinato E I H F, al momento per diſcendere con cui premerebbe la ſponda A B H F, ſtarebbe come E F, ad E G: ma eſſendo un fluido, e dependendo la preſſione contro le pareti laterali dalla ſola altezza per le coſe notate di ſopra, ne ſegue che la ſponda A B H F ſarà dall' acqua pigiata con tanta forza, con quanta appunto ſarebbe, ſe il fondo E I H F foſſe orizzontale, ed il fondo inclinato ſarà aggravato del peſo d' una colonna d' acqua che abbia per baſe l' iſteſſo fondo, e per altezza una linea media aritmetica tra l' altezza maggiore, e la minore, come può dedurſi dall' eſpoſto ſopra; e benchè ciaſcuna particella d' acqua che poſa ſul piano inclinato abbia forza per sdrucciolare ſopra queſto piano verſo la ſponda A B H, tal forza però è come contrabbilanciata dalla forza che eſercita la particella d' acqua della colonna contigua, quale colla forza che fa per ſpanderſi per ogni verſo, reagendo la ſoſpinge con altrettanta forza all' insù, verſo la ſponda E I D G, onde cade affatto il ſentimento del Michelini eſpoſto in queſto Capitolo.

agl' impeti, pesi, o percosse, e questo per varie cagioni (come si vede negli elementi meccanici) delle quali non è quì luogo da trattarne, però si disse, che la resistenza, che dovrà far l' argine al peso totale dell' acqua, averà quasi l' istessa proporzione, che l' altezza del suolo E G, alla lunghezza del suolo inclinato E F. Dal che si cava, che se in un vivaio sarà il suolo composto di due piani fra di loro dalle sponde fino al mezzo del piano soggetto inclinati, che facciano angolo, se eglino saranno egualmente elevati sopra l' orizzonte, faranno forza del pari, ma se uno averà elevazione maggiore dell' altro, toccherà la forza maggiore a quello, che ha minore elevazione.

Ma se finalmente l' inclinazione non si farà nel mezzo, se eglino faranno angoli eguali, le resistenze saranno eguali a proporzione, e se faranno angoli disuguali, quello doverà a proporzione far forza, o resistenza maggiore, che farà angolo minore.

CAPITOLO V.

Della resistenza, che debbono fare gli argini de' fiumi.

Essendosi ne' capitoli antecedenti considerata la forza, che debbono fare le sponde, e i fondi de' vivai per resistere alla pressione dell' acqua stagnante, deesi ora con accuratezza cercare la forza dell' acqua corrente, che si esercita contro le sponde, e contro il fondo de' fiumi, la quale viene ad essere eguale alla resistenza, che debbono avere sì le sponde, che il fondo. E perchè gli effetti sono molto varj, secondo che saranno i fiumi dritti, o torti, più, o meno rapidi, o averanno il fondo duro, e sassoso, o pure di parti tenere, e amovibili, e secondo che la figura del suolo, e delle sponde sarà diversa; per procedere con ordine, supponghiamo primieramente, che il fiume sia dirittissimo, pendente verso il mare, e che si muova lentamente, o con rapidità quanta altri voglia, quale è il fiume R Z (*Fig. 16. Tav. IV.*) uniformemente pendente verso il termine Z, la sezione del quale A B C F ad angoli retti alle sponde, in qualsivoglia luogo presa, sia un parallelogrammo rettangolo, sicchè il fondo D B non sia più inclinato verso una sponda, che verso l' altra, e gli argini A E, D F sieno perpendicolari al piano dell' orizzonte. Per non replicar bene spesso le medesime parole, chiamerò *Fiume uniforme, e regolarmente diretto*, quello, il cui suolo pende solamente verso il termine, che punto non è inclinato più verso l' una, che l' altra sponda, che abbia gli argini perpendicolarmente elevati al piano dell' orizzonte, che sieno paralleli fra di loro. Laonde è necessario, che la sezione di detto fiume in qualunque luogo presa ad angoli ret-

retti alle ſponde, e all' orizzonte ſia un parallelogrammo rettangolo, e che tutti i parallelogrammi delle ſezioni abbiano le baſi eguali, e parallele al piano dell' orizzonte. Dico ora, che la reſiſtenza degli argini dovrà eſſere aſſai piccola, in comparazione di quella del fondo. Perchè l' acqua R Z è un corpo grave, che ha due movimenti, uno attuale ſopra il piano inclinato C E, e l' altro d' energia, o sforzo in quanto grave verſo il centro della terra, per linee perpendicolari al piano dell' orizzonte, quali ſono le A B, F C; lo sforzo dunque comune riſultante dal moto attuale, e dalla ſpinta dell' energia, o gravezza dell' acqua, ſi eſercita tutto intero contro il fondo B C D E obliquamente, verſo la pendenza Z, dove concorrono i detti due moti, e non già contr' alle ſponde A B E, C F D, perchè il moto attuale del fiume corrente è parallelo al piano interno di ciaſcun argine, movendoſi l' acqua da C verſo D direttamente. Parimente il moto d' energia, o la ſpinta della gravità dell' acqua viene ad eſſer anco fatta per una direzione parallela al piano interno de' medeſimi argini, eſſendo (in quanto al ſenſo) parallela a qualſivoglia altezza di quello A B, nè eſſendo inclinato il ſuolo verſo gli argini, ma ſolamente verſo Z, e dovendo tal moto eſſer perpendicolare al piano dell' orizzonte, (*Cap.* 3.) adunque l' acqua corrente R Z non farà forza notabile contro gli argini A B E, C F D, ma ſolamente gli combacerà nel corſo parallelo alla ſuperficie interna di detti argini, ſenza ſpingerli ſenſibilmente, non conſtituendo angoli la direzione del moto attuale, o d' energia dell' acqua colla ſuperficie interna di detti argini A B E, C F D, ma ſolamente combaciandoli nel ſuo equidiſtante moto. Se dunque l' acqua corrente R Z non fa impeto, nè ſpigne i detti argini con veruno de' ſuoi moti, non averanno detti argini a far forza per reſiſtere a quell' impeto, che non gli ſpinge. Per la qual coſa averanno a durar tanta fatica, quanta baſta a ritenere l' acqua ſtagnante, la quale è pochiſſima in comparazione degli urti, che patiſce il ſuolo del fiume percoſſo dall' impeto attuale, e dall' energia, o peſo di tutta l' acqua. Onde gli argini de' fiumi dirittiſſimi, per veloce che ſia il corſo dell' acqua, ſarebbero aſſai ſicuri, e ſtabili, quando foſſero rimoſſe le cagioni accidentali, atte a perturbare le regolari operazioni di ſopra narrate. (*a*)

CA-

(*a*) Abbiamo già notato al Cap. 2. contro l' opinione del Michelini, quanta appunto, e quale ſia la forza dell' acqua contro le ſponde, o argini; e nel Cap. 3. l' altra forza di ſfregamento, che con la preſſione, e moto attuale eſercita l' acqua contro eſſe ſponde non meno, che contro il fondo, contro del quale però l' azione di tal forza è maggiore, ſiccome è maggiore la preſſione.

Quindi è, che non tutti i muri, o argini ſono capaci, come penſerebbe il Michelini, a ſoſtenere la preſſione, e lo ſfregamento dell' acqua, ma in eſſi è neceſſaria una determinata groſſezza, affinchè roveſciati non ſieno dalla preſſione dell' acqua, ſiccome ancora è neceſſaria nelle lor parti non meno, che nelle parti componenti il fondo, una ſufficiente

coe-

CAPITOLO VI.

Della resistenza, che dovrà far l' argine d' un fiume dirittissimo, alloracchè il suolo, o piano del fiume è inclinato verso detto argine.

DOpo essersi mostrati gli effetti, che fa l' acqua corrente in un fiume diritto, il suolo del quale non sia inclinato più all' una, che all' altra sponda, deesi ora considerare la varietà, che cagioni il letto inclinato verso una delle sponde.

Sia dunque un fiume R Z, (*Fig.* 17. *Tav. IV.*) che chiamerò *Uniformemente diretto non regolare*, che in tutti i luoghi abbia le sezioni, intese ad angoli retti a gli argini, trapezie, tra di loro simili, parallele, ed eguali, e similmente poste, che è il medesimo, che dire, che il letto del fiume sia inclinato verso l' una delle sponde uniformemente per tutta la lunghezza del fiume: abbia gli argini retti al piano dell' orizzonte, e la pendenza verso il termine sia parimente uniforme, e sieno i suoi argini A B, E F: Dico ora, che l' argine E F dovrà far non poca forza per resistere agl' impeti, ed urti dell' acqua corrente, mentre il fondo sia elevato da uno degli argini A B, e depresso verso l' argine opposto F E.

Perchè in virtù dell' inclinazione trasversale del letto C D H, pendente verso D, l' acqua sostenuta, quando anche fosse stagnante, esercita il suo momento, o compressione, parte sopra il letto inclinato C D H, e parte sopra l' argine opposto F E H D, (*Cap.* 4.) secondo che l' elevazione D C del letto del fiume sopra il piano orizzontale sarà maggiore, o minore; e però l' acqua di detto fiume premendo con parte del suo peso sopra l' argine D F E H, averà verso quella parte il moto d' energia, il quale accoppiato col moto attuale da D verso H della corrente, verrà a comporsi una direzione d' ambedue i detti moti, che non sarà più parallela alla superficie dell' argine F E, ma l' urterà facendo angolo con quella, e però strisciando veementemente, e urtando il corpo dell' acqua detto argine E F, verrà a scuoterlo, e corroderlo ancora, se sarà di parti frangibili, e distraibili. Per la qual cosa la resistenza dovrà farsi parte dal suolo inclinato del fiume, e parte dall' argine opposto, dove che all' argine superiore A B non resta forza veruna da esercitare, perchè la di-

coesione per opporsi allo sfregamento, altrimenti e gli argini, e il fondo appoco appoco si corroderanno per fino che le loro parti per qualunque cagione crescano di resistenza, o il moto de' filamenti aquei tanto si ritardi, che queste due forze finalmente si pareggino, come succede ne' fiumi per l' allargamento naturale delle sezioni, per cui sceman, l' altezza, e la velocità, e conseguentemente la forza dell' acque contro il fondo, e le sponde.

direzione composta da' due moti di detta acqua, non va ad urtare la superficie dell' argine A B, ma va continuamente discostandosene, sicche viene a farli contro la medesima forza, che sarebbe la superficie superiore dell' acqua d' un fiume contro una mano, che leggermente la toccasse. Inoltre è da considerare, che non in tutte l' altezze dell' argine, o del fondo, si esercita la medesima forza, per resistere all' impeto dell' acqua, perchè nell' orlo supremo dell' argine G I, l' acqua, che vi si appoggia, posto, che sia un sottilissimo velo, averà anco pochissimo peso, del quale anche minor parte toccherà a sostenerne all' argine, e benchè il moto suo attuale sia veemente (qual' è quello del fiume) tuttavia egli non può avvalorar tanto il peso non molto grave dell' acqua, sicchè possa fare scossa sensibile. Non già così interverrà alle parti più basse dell' argine, e del letto del fiume verso D H, poichè successivamente esse parti più basse hanno addosso maggior copia d' acqua, e però un corpo maggiore, e di maggior peso, il cui moto d' energia, o impeto va crescendo, secondochè più si profonda l' acqua; e così la gravità maggiore, e il suo impeto d' energia, congiunto a quello del moto attuale, secondo la direzione F E, urterà con maggior validità, o momento le parti di mano in mano più basse dell' argine, e del letto del fiume, le quali doveranno resistere all' aggravamento, impeto, e corrosione maggiore, e però esse parti più basse doveranno di mano in mano esser più, e più resistenti. (*a*)

CAPITOLO VII.

Che l' acque torbide de' fiumi mosse velocemente rodono il suolo mobile, ma le stesse quando si ritardano, o si rendono immobili depongono sopra il letto del fiume quelle minute parti terrestri, che compongono la torbidezza, e sollevano il letto del fiume.

EGli è certo, che l' acque de' fiumi di loro natura chiare, e limpide, vengono intorbidate da quelle minute, e finissime particelle terrestri, le quali vengono precipitate da' torrenti, che scorrono per le campagne lavorate, e che negli stessi fiumi dagli urti, che fanno l' acque nel-

(*a*) I principj quivi accennati sono gli stessi, che sonosi riprovati al cap. 4. L' argine F E D H non soffre più dell' altro opposto, se non in quanto sostener deve maggior altezza d' acqua, lo che è capace di corroderlo, e demolirlo, in quanto che, accresciutasi per tale altezza la pressione a piè dell' argine, s' accresce la forza dello sfregamento, e perciò ivi può restare più corroso, e scalzato: Ordinariamente ove è maggior fondo, ivi si determina a correre il filone dell' acqua, anzi per lo più il maggior fondo più vicino ad un argine piuttosto che all' altro, è un effetto dell' essersi presso a quello gettato il filone; onde per la vicinanza di esso i filamenti aquei vicini all' argine F E D H essendo dotati di maggior velocità, eser itano contro esso una forza di sfregamento maggiore, che contro l' altro, per cui ancora potrà il primo essere corroso, facendosi ivi l' alveo incurvato, e tortuoso, quantunque nell' ipotesi del Michelini avesse il fiume il suo corso parallelo alle sponde.

nelle ſponde, e ne' fondi cretoſi, viene a ſollevarſi quella parte terreſtre in quei moti impetuoſi irregolari, e vertiginoſi, che in vari ſiti fanno l' acque de' fiumi in tempo di piene. E benchè le dette minutiſſime particelle terreſtri ſieno più gravi in iſpecie dell' acqua, poſſono tuttavia dalla forza, e varietà dell' impeto, col quale ſi muove l' acqua, eſſere urtate, e diſperſe in varie parti della medeſima acqua, e così renderla tutta torbida, e terroſa. Ora tal torbidezza non laſcia mai d' eſercitare il ſuo talento naturale di far forza per condurſi all' ingiù come grave, ma vi ſono due cagioni, una, che glielo vieta affatto, un' altra, che lo ritarda. Quella, che totalmente glielo impediſce, è il corſo velociſſimo congiunto a' moti irregolari, e de' vortici, che bene ſpeſſo da ogni minimo urto, o impedimento, che incontri nel fondo, ſi riflette l' acqua all' insù ſpignendo di nuovo in alto le parti terree, che compongono la torbidezza. La cagione, che ritarda loro la caduta, ſi è la ſuperficie accreſciuta ſempre più a proporzione, quanto queſti minuti frammenti terreſtri vanno diventando più piccoli, la quale non può ſeparare le parti dell' acqua per condurſi al fondo, ſe non con molta tardità. Da queſto ne ſegue, che quando l' acque torbide corrono velocemente, non poſſono deporre totalmente la loro torbidezza nel ſuolo, perchè l' impeto ſteſſo, col quale ſcorre l' acqua, è baſtante a portar via anche quelle minime parti renoſe del fondo, non che quelle, che attualmente ſono diſperſe per l' acqua, ſicchè ſe pur ſe ne deponeſſe qualche parte, ſarebbe ella da qualche altra furia d' acqua agitata, e di nuovo ſparſa, e confuſa per la detta acqua, per cagione ancora di quei moti vertiginoſi, ed irregolari, che ſi oſſervano nell' acque correnti. Ma poi quando il corſo dell' acqua ſi ritarda, o perchè la piena va ſcemando, o perchè ella ſi riduce in alcuni ſeni verſo le ripe, che non hanno eſito, ne' quali è poſſibile talvolta, che ſi renda affatto immobile; nel primo caſo ceſſando la cagione di rinnovare la torbidezza, e concedendo tempo alla torbida di cadere, e condurſi al ſuolo, può cominciare ad imporre, eſſendo più veloce la caduta delle parti minime terreſtri, che quella dell' acqua. O pure (che è coſa più evidente) eſſendo la corrente talmente debole, che non poſſa in que' moti, ed urti irregolari riſollevare in alto l' impoſtime già caduto; il che molto più facilmente dovrà ſuccedere in que' luoghi, dove l' acque torbide non corrono punto, perchè quivi agiatamente poſſono le parti terreſtri, che intorbidano l' acque, condurſi al fondo ſenz' eſſere impedite, rimoſſe, e riſollevate da nuove agitazioni. E però è certiſsimo, (a) che l' acque torbide non mai

(a) L' acque delle piogge ſtaccano per ordinario da' monti, dalle colline, e dalle pianure iſteſſe, terre, arena, e ſaſſi ancora di mole conſiderabile, e tali materie conducono, o ſpingono ne' fiumi ne' qua-

mai impongono, nè innalzano il suolo, o letto del fiume, se non in quei tempi, e luoghi, ne' quali il corso dell' acque notabilmente si ritarda, o si rende affatto immobile.

CAPITOLO VIII.

I fiumi uniformi, e regolarmente diretti, che corrodono il fondo, lo corrodono più nelle parti di mezzo, che verso le sponde.

DOpo aver considerato in generale la forza, che fa l' acqua corrente sopra il fondo, e gli argini de' fiumi, e la resistenza, che debbon fare le dette parti variamente situate, e formate, deesi ora particolarmente considerare, in qual parte del suolo l' acqua corrente eserciti maggior forza. Per procedere con maggior chiarezza, supponghiamo, che il fiume dirittamente scorra verso il suo termine con qualunque velocità, e porti acque chiare, e sia il piano del fondo composto di parti minutissime, le quali facilmente possano muoversi, e staccarsi l' una dall' altra. Sia inoltre il detto piano non più inclinato all' una, che all' altra sponda, le quali sieno perpendicolarmente erette al piano dell' orizzonte, e sieno tra di loro parallele, e dell' istessa materia, e resistenza, che

---

quali l' acque unite, alcune di tali materie strascinano, e ruotano sul fondo di essi, ed altre, attese le loro diverse grandezze, e gravità, sollevate, ed incorporate seco trasportano, ed acciò quelle materie non si fermino, e queste non calino, e si depongano nel fondo, abbisogna che la lor resistenza ad esser mosse, e sollevate sia superata dalla forza impellente, e dall' agitazione dell' acqua; ma la loro resistenza, non meno che la forza impellente, e l' agitazione dell' acqua dipende in gran parte dall' inclinazione del piano, sul quale sono esse materie, e sopra cui scorre l' acqua, diminuendosi la prima, ed aumentandosi l' altra nel farsi maggiore l' inclinazione del piano; perciò questa si stabilirà tale appunto quale si conviene all' equilibrio di dette forze; ed allora non si faranno nuove deposizioni, nè rialzamenti di fondo, se non distruggasi nuovamente quest' equilibrio, o per diversità di nuove materie che il fiume porti, o perchè la velocità, e forza del fiume sia in qualche sito accresciuta, o diminuita presso una delle ripe per l' allontanamento del filone; nel qual caso in tal sito farassi nuova escavazione, e deposizione: ovvero se universalmente la forza del fiume sia accresciuta, per l' introduzione di alcuna quantità d' acqua, onde la quantità della forza del fiume diventi maggiore della resistenza delle materie componenti il fondo, e sieno queste strascinate, sollevate, e trasportate; o diminuita per la diversione di qualche quantità considerabile d' acqua, onde si depongano quelle materie che l' acqua portava seco incorporate. Da tutto ciò può dedursi, che non sempre *l' acque torbide de' fiumi* mosse velocemente rodono il suolo mobile, ma è necessario per questo effetto, che la velocità s' aumenti sì, che la forza dell' acqua superi la resistenza delle parti del fondo, e sponde; e che neppure *le stesse* acque torbide, *quando si ritardano, depongono sopra il letto del fiume quelle minute parti terrestri che compongono la torbidezza*, se non quando, e finchè il ritardo sia tale, che la resistenza delle materie che porta l' acqua, superi l' agitazione, e forza impellente di questa: onde è chiaro, che i fiumi dovrebbero in breve tempo stabilire il loro alveo, sì relativamente alla loro profondità, che alla larghezza, ed inclinazione, se nuove accidentali cagioni nel variare la forza dell' acqua non cagionassero escavazioni, o deposizioni in alcuni siti, se le dette cagioni agiscano solamente in una qualche parte del fiume; o universalmente, se agiscano per tutto il di lui corso, come fanno appunto, e la diversità delle piene, e il prolungamento dell' alveo, ed altre potenti cagioni, che saranno esposte tutte più a lungo in altro luogo più opportuno.

che il fondo. Dico, che tal fiume fcaverà il fuo letto più nel mezzo, che dalla parte de' lati verfo le fponde. Perchè l' inferior letto, o fondo del fiume è un piano non più inclinato all' uno, che all' altro argine, l' acqua, che vi corre fopra eferciterà il fuo moto d' energia, o pefo interamente fopra il piano del fondo, e pochiffimo fopra gli argini, come fi diffe nel capitolo quinto. E perchè, in virtù della pendenza del fiume verfo il mare, l' acqua fopraftante attualmente fi muove, e fcorre con una tal velocità, fecondo la direzione del letto del fiume, ed ambedue le direzioni ne compongono una comune inclinata fopra il letto del fiume, con la quale lo premono, e fpingono; adunque è neceffario, che le parti minutiffime, e amovibili di tal fuolo, o letto fieno ftaccate, e corrofe dall' impeto attuale, e d' energia dell' acque: ma non dirigendofi il moto attuale, nè quello d' energia contro gli argini, effendo fempre paralleli a quelli, non verranno a sforzarli, e fpignerli. Laonde non v' è ragione, perchè eglino debbano effer molto corrofi dalla corrente, che non gli urta. Ma benchè gli argini non patifcano fpinta fenfibile, non è poffibile tuttavia, che l' acqua vi fcorra fenza toccarli, e ftrifciarli. Ora la fperienza fenfata, e la ragione c' infegna, che quel femplice contatto dell' acqua con gli argini, ritarda evidentemente la velocità dell' acqua, che gli tocca, e l' acqua ritardata parimente ritarda la fua contigua, e così di mano in mano fin' al mezzo del fiume, dove l' acqua fi vede effer maffimamente veloce, in comparazione dell' acque collaterali: e benchè quefta differenza di velocità paia cofa piccola, e da non tenerfene conto, maffime da principio, ad ogni modo la natura la fente, e opera fecondo quella infenfibilmente, tanto che in progreffo di tempo produce effetti fenfibiliffimi, e manifefti anche agli occhi noftri, a fimilitudine d' una pianta, che ogni giorno va crefcendo, fenza conofcerfi l' accrefcimento, fe non dopo qualche tempo. Così dunque è neceffario, che l' acqua chiara di detto fiume, dov' ella con maggior velocità fcorre, roda, e fcavi l' inferior letto più di quello, che può fare dalle parti collaterali verfo le fponde, (*a*) dove più lentamente fi muove. Da quefto ne fuccederà, che il fondo del fiume non farà un piano, come prima, ma verrà fcavato nelle parti di mezzo, e verfo gli argini farà follevato a fcarpa, perfeverando gli argini quafi nella fteffa forma, per aver poco, o nulla patito dal femplice contatto,

(*a*) Ha creduto neceffario il Michelini in quefto Capitolo il fupporre l' acqua chiara; ma quello che è neceffario fupporre fi è, che tali fieno le materie componenti l' alveo, tale l' inclinazione del fondo di quefto, che la forza dell' acqua fuperi la refiftenza di dette materie ad effer moffe, e follevate: ed in tal fuppofizione è fempre vero quanto afferifce quì il noftro Autore, fia l' acqua torbida, o chiara; fieno, o non fieno corrofe le fponde; nè altro è da avvertire, che alla forza compofta da effo addotta, deefi foftituire l' altra da noi di fopra accennata *di sfregamento*.

to, e dalle direzioni del moto attuale, e d' energia, parallele alla superficie di detti argini. E' dunque manifesto, che detto fiume si scaverà più nel mezzo, che da' lati.

CAPITOLO IX.

De' fiumi sopraddetti, che nelle piene portano torbide minute, e conservano la medesima dirittura.

MOlto importa intendere da' suoi veri fondamenti le cagioni, perchè i fiumi perdono la primiera loro direzione, ed acquistano tortuosità, e mutano letto; le quali cose per intendere perfettamente, è necessario sapere, perchè, o come possano i fiumi mantenersi diritti. Supponghiamo adunque un fiume uniformemente diretto, che scorra dirittamente verso il suo termine con qualsivoglia velocità, il cui letto, e sponde sieno composte di parti minute, e amovibili. Oltr' a ciò sieno gli argini talmente alti, che sieno capaci delle massime piene, le quali portino torbide minute. Dico, che questo fiume manterrà sempre la medesima dirittura verso il termine. Perchè si suppone, che il piano inferiore dell' alveo sia pendente verso il termine, nè sia inclinato più verso l' una, che l' altra sponda, e però non v' è ragione, che sia offeso più l' uno, che l' altro argine. Ma se tali argini non sono offesi nè corrosi, si manterranno mai sempre paralleli fra di loro, e se in tutti i siti del fiume gli argini si conservano paralleli, è necessario, che anche il fiume tutto ritenga la medesima dirittura di prima. Se altri poi volesse credere, che i detti argini dovessero qualche poco esser corrosi dal contatto, e strisciamento dell' acqua, che vi scorre con impeto non inclinato, ma parallelo alla superficie interna di detti argini, egli dovrebbe ancora concedere, che egualmente gli argini opposti dovessero esser rosi, non vi essendo ragione, che l' uno più che l' altro patisca dalle spinte d' egual mole d' acqua egualmente alta, mossa con pari velocità, e che non vi esercita moto d' energia, per non essere il suolo inclinato più all' uno, che all' altro argine; e perchè la detta corrosione (quando vi fusse) s' ha da concedere in tutti i siti del fiume uniformemente nelle parti opposte; adunque qualsivoglia direzione, che acquisti uno degli argini, dovrà parimente acquistarla il suo argine contrapposto, nè mai interverrà, che l' argine destro nel medesimo sito s' incavi, e dall' altra parte il sinistro rimanga illeso, e divenga come promontorio, le quali cose, se sono vere (che mi pare non potersene dubitare) non v' è ragione, per la quale il detto fiume debba diventare tortuoso; sicchè egli dovrà mantenersi nella medesima dirittura verso il mare, e

queſto ſegue in riguardo delle ſponde, o degli argini. Ma paſſando a conſiderare quello, che per cagione del fondo può ſuccedere, vedeſi, che per eſſer egli compoſto di parti minutiſſime, e facilmente mobili, ma di natura uniformemente gravi, e minute in tutto il ſuolo: e la corrente dell' acqua, eſſendo ſempre mai maggiore nelle parti di mezzo, che nelle collaterali, (*Cap.* 8.) benchè il piano del fondo ſia perfettiſſimo, non trovando nel mezzo del fiume l' oſtacolo del contatto degli argini, reſterà egli nel mezzo ſommamente ſcavato, e ſuſſeguentemente manco, e manco nelle parti laterali dalla linea di mezzo. Di modo, che in capo a qualche tempo l' alveo non ſarà più piano, ma incavato, la cui parte infima ſarà la linea di mezzo del fiume, e le più alte ſaranno verſo gli argini, e così continuando il fiume a ſcorrere più velocemente nel mezzo, che da' lati, l' alveo diverrà più, e più capace. Sopravvenendo poi le piene, queſte con maggior proporzione roderanno nel mezzo, che da' lati, e però ſcaveranno più il letto del fiume, e benchè nello ſcemamento delle piene, l' acque torbide ſogliono deporre quelle minime parti terreſtri, che componevano la torbidezza, tuttavia tale impoſtime non può rimanere in quel luogo, dove il corſo dell' acqua è velociſſimo, ma bensì dove ella lentiſſimamente ſi muove, e concedendo ſpazio alla torbidezza non ſolo di precipitarſi, ma anco di fermarviſi. Dal che ne ſegue, che nelle parti di mezzo, dove l' acqua è velociſſima, non laſcerà impoſtime, ma bensì deporrà da' lati, dove l' acqua è poca, e ſi muove lentamente. Quindi avverrà, che gli argini acquiſtino una nuova ſcarpa, e vengano ad aver più ſaldi fondamenti, tanto è falſo, che poſſano eſſer corroſi dalla corrente del fiume. E ſe queſto dee ſeguir ſempremai (*a*) in tutte le piene ſuſſeguenti, cioè, che il mezzo reſti più, e più incavato, che da' lati, e conſeguentemente l' impoſtime verſo il mezzo venga ſempre ad eſſer manco, e manco a proporzione, ſecondo che più, e più ſi va incavando il letto del fiume, non ſolo detto fiume non muterà direzione, ma averà ſempre ſpazio da correre verſo il mare, ſenza pericolo, che per qualſivoglia gran piena trabocchi. E però par neceſſario, che il fiume ſi mantenga nella medeſima dirittura.

CA-

(*a*) L' eſcavazione del mezzo, non meno che le depoſizioni vicino agli argini, non poſſon farſi ſe non ſino ad un certo ſegno, ſino cioè ad ottenere un inclinazione, ed anco un acclività nell' alveo, onde s' abbia finalmente in tutte le parti di una qualunque ſezione del fiume, l' equilibrio accennato nell' annotazione al cap. 7.

CAPITOLO X.

Che i fiumi uniformi, e regolarmente diretti, il cui alveo, e sponde sieno sassose, e durissime, benchè sien capaci delle massime piene, potranno col tempo traboccar da gli argini.

DOpo aver considerato gli effetti, che produce la corrente d' un fiume dirittissimo nell' alveo arenoso, debbonsi anco notare quelli effetti, che seguir possono, allorchè il fondo, e gli argini sieno duri, e sassosi, e capaci delle massime piene. E prima, o l' acque del detto fiume son chiare, o no, o pure in tutti i tempi son velocissime, o lentamente corrono. Se elle in tutti i tempi fossero chiare, mosse con qualunque velocità grande, o piccola, non potrebbero, essendo limpide, lasciare intasatura veruna, nè deporre quella torbidezza, che non hanno: ma se non mai si va riempiendo il suolo, o alveo del fiume, rimarrà sempre capace delle massime piene, e per conseguenza non potrà egli traboccare per gli argini. Sia nel secondo luogo la corrente velocissima, benchè nelle piene porti acque torbide, non potrebbero queste lasciare impostime nello scemamento di quelle, perchè la velocità stessa del fiume lo porterebbe via: sicchè in questo caso non potrebbe il letto del fiume rinnalzarsi, o riempirsi, e però sarebbe capace delle massime piene, laonde non traboccherebbe.

Ma se la velocità non fosse grande in tempo di piene massime, non ha dubbio, che nello scemar delle piene l' acque torbide lascerebbero impostime da' lati verso le sponde, dove l' acqua corre più lentamente, che pe 'l mezzo, come si provò al Capitolo VII. Ora cessata la piena, essendo la corrente ordinaria assai lenta, non potrebbe portar via affatto l' impostime rimaso, e così il letto inferiore del fiume verrebbe ad esser rinnalzato da ambi i lati verso le sponde, e tal rinnalzamento dovrà sempre crescere nel progresso del tempo, perchè verso le sponde il fondo rinnalzato viene a sostenere in capo minor mole d' acqua di prima, e però di minor peso, ed energia; sicchè la forza, ed impeto dell' acqua composta dal peso, e dalla velocità scemati, riesce sempre minore, e meno atto a rodere il suolo, e portar via le intasature lasciate nella piena passata. (a) E perchè in ciascheduna piena susseguente per l' istes-

(a) Può la forza dell' acqua esse- tale, che non ostante il ritardo presso le sponde, sia ivi sufficiente a portare altrove le materie deposte; onde non si verifica sempre l'asserzione del Michelini; come non può verificarsi, che tali deposizioni, quando si facciano, debbano aumentarsi all' infinito; che anzi per le cose dette ne' Capitoli precedenti, devono esse ridursi a tale altezza, e solamente di tanto ristringersi dee la sezione, che per l' accresciuta altezza, e velocità, la forza dell' acqua giunga anco nelle parti laterali a superare la resistenza delle materie ad esser trasportate.

l' istessa ragione viene a farsi nuova intasatura, e però a rinnalzarsi il letto dalla parte delle sponde, se non altrove, e questo sempre più, e più, nè tal danno può risarcirsi dal profondarsi il fiume nelle parti di mezzo, per essersi supposto il fondo sassoso, e durissimo, ne segue per necessaria conseguenza, che la capacità dell' alveo diverrà sempre minore, e così in progresso di tempo non potrà esser capace delle massime piene, e però dovrà in tutti i modi traboccare; il qual' effetto in più breve tempo doverà succedere ne' luoghi, che per lunghissimo tratto sono piani, dove la corrente de' fiumi è lentissima, anzi par necessario, che il letto del fiume si riempia affatto: e in que' luoghi, che gli argini si fabbricano dall' arte, interviene, che il letto del fiume divenga più alto del piano della campagna; i quali effetti seguono per necessità, come si è detto, ancorchè l' alveo sia capace delle massime piene, e questo per essere il suolo durissimo da non poter profondarsi dal corso, ed energia del fiume.

CAPITOLO XI.

I sassi grossi, che portano alcuni fiumi in tempo delle loro piene possono essere trasportati in vari siti del fiume.

NOn poca utilità si ritrae dall' intender perfettamente, come, e dove possano muoversi i gran sassi, che da alcuni fiumi talvolta vengono trasportati particolarmente ne' tempi delle lor piene. E per maggior chiarezza supponghiamo la Figura 1. Tav. V. del fiume R Z essere regolarmente, ed uniformemente diretta, come di sopra fu dichiarato, e che abbia tutto il suolo E B C duro, sassoso, e spianato. Intendasi poi un gran sasso G, di figura rotonda, o sferica, o cilindrica, il centro, ed asse del quale sia collocato nella linea R Z del mezzo del fiume. Egli è manifesto, che il sasso G potrà essere spinto all' ingiù dall' impeto dell' acqua, il quale per minimo, o debole, che si sia, basterà per far ruzzolare il sasso G, quando egli fusse di figura sferica, anzi egli vi scorrerebbe da se medesimo senza che l' acqua ve lo spignesse. Ma essendo cilindrico appoggiato con una delle sue basi piane sopra il letto del fiume, si potrà dar caso, che abbia bisogno d' essere spinto con maggiore, e maggior forza dall' acqua, la quale finalmente potrà arrivare a muoverlo, potendo il momento composto dalla copia dell' acque, e dal suo peso, o energia, e dalla velocità del moto attuale superare l' eccesso del peso assoluto del sasso G. sopra il peso assoluto d' altrettanta acqua; e deesi solamente far capitale di tal' eccesso, non del suo peso assoluto, perchè un sasso demerso nell' acqua pesa meno di quello, che face-

faceva in aria, tanto appunto, quanto è il peso assoluto d' una mole d' acqua eguale al detto sasso. Ora io dico, che tal sasso continuerà a scorrere per la linea di mezzo R Z rimossi tutti gl' impedimenti accidentali, e che per qualunque accidente d' urto, o asprezza del suolo, o agitazione d' acqua irregolare fatta da' venti, o cosa simile potrà essere spinto il sasso G verso le sponde.

Circa il primo caso, perchè l' acqua massimamente veloce, è quella, che scorre per la linea di mezzo R Z, verrà a ricevere il sasso G la percossa più impetuosa dalla linea R H nel centro della sua gravità; e nelle parti M K, egualmente remote da detto centro, verrà ad essere spinto con meno impeto, ma però pari, ed eguali fra di loro, perchè le linee L M, ed I K parallele alla linea di mezzo R H, sono da essa egualmente remote per esser G sfera, o cilindro; e però l' acqua vi scorre con pari velocità, benchè più debole, che l' acqua R H. Adunque le due superficie eguali H K, ed H M vengono a ricevere impulsi d' acque eguali egualmente veloci, che tutte spingono con direzioni fra di loro parallele, adunque non vi è ragione, perchè la forza dell' acqua R H K I superi la forza eguale a se dell' acqua R H M L, e però è impossibile, che il sasso G sia spinto di quà, o di là della linea di mezzo R Z, sicchè è necessario, che il sasso G scorra per la medesima linea R Z.

Intendasi poi nello stesso fiume due sassi di peso, di mole, e di figura eguali, (*Fig. 2. Tav. V.*) quali sono G, e H contigui, ed egualmente remoti dalla linea R Z, è manifesto, che le due superficie L E, ed E N esposte all' impeto dell' acqua più furiosa, per esser più vicina alla linea di mezzo, che non è quella, che spinge le parti più remote L P, ed N S, patiscono il massimo impulso, e però si dee principalmente far capitale dell' impeto, che fa l' acqua K L M N, il qual non solo è maggior dell' impeto di tutto 'l resto del fiume, ma ancora verso la parte di mezzo R E, sempre è più furiosa, per la qual cosa viene a formarsi dall' acqua una bietta, qual è L E N, che fa forza direttamente per insinuarsi fra i due sassi G, ed H, ma la natura del cuneo, (*a*) e la sua figura spinta per la retta I E necessita i sassi G, H, a cedere il luogo movendosi lateralmente verso le sponde; adunque è necessario, che i detti sassi sempre più si scostino dalla linea di mezzo R Z, e per linee oblique si conducano verso le sponde.

(*a*) Non ha quì luogo la considerazione della bietta, o cuneo, nè le leggi con le quali agisce questa potenza meccanica, adoprata quì dal Michelini per dimostrare come i sassi G H sieno dall' acqua spinti verso le sponde. La vera cagione di ciò si è l' ineguaglianza della percossa, maggiore dalla parte che riguarda il mezzo del fiume, che dall' altra più vicina alle sponde, verso le quali, sieno pure i sassi posti in qualunque parte del fiume, saran costretti a rivolgersi.

Dichiarato questo, torno di nuovo a considerare il solo sasso G, (*Fig. 1. Tav. V.*) posto nel mezzo del fiume, e per qualunque accidente (che sono infiniti) la forza dell' acqua R H K I superi quella dell' acqua R H M L, o perchè dalla parte verso M incontri qualche asprezza nel letto del fiume, o perchè la superficie H K sia più aspra, oppure esponga all' impeto dell' acqua qualche faccetta più direttamente, di quel che si faccia la superficie H M, o perchè il vento, o altra cagione spinga più velocemente l' acqua, o accresca la mole dell' acqua contenuta nello spazio R H K I più di quello, che si faccia nella parte opposta: per la qual cosa il sasso G verrà spinto da due biette eguali, e simili O H M, ed N H K, una delle quali N H K fa maggior forza, che la sua contrapposta, e però è necessario, che il centro della gravità del sasso G sia rimosso dalla linea di mezzo R Z verso A D, così richiedendo la natura del cuneo, e dopo esserne rimosso, perchè molto più di prima la superficie H K vien percossa dalla linea di mezzo del fiume, che corre con impeto più, e più veloce, che la parte opposta, superando sempre più il primo momento il secondo, e percuotendo l' acqua la superficie H K a guisa di bietta, o cuneo per l' obliquità di detta superficie, è necessario, che sempre più, e più venga spinto il sasso G obliquamente, verso la sponda A D, come per una linea G Q, finchè si riduca egli a toccare la sponda A D, oppure l' impeto dell' acqua non sia più abile a poterlo spignere più oltre. (*a*)

Quello, che si è detto de' sassi rotondi, si vede senz' altro discorso potere aver luogo anche ne' sassi di figure piane, ed irregolari con varietà inesplicabili, dependenti dalla grandezza, dal peso, e dalla varietà delle loro figure, e da' siti vari, che si truovano avere, o vanno acquistando pe 'l fiume: onde in generale si comprende in tutti i sassi esser necessario, che poco, o molto debbano eglino esser rimossi dalla linea di mezzo del fiume, verso le sponde, non potendosi giammai rimuovere tutte le cagioni accidentali di tal trasportamento, se non per fortuna, e per brevissimo tempo.

CA-

(*a*) Diminuendosi la velocità dell' acqua nelle sezioni più larghe, in queste principalmente si arresteranno i sassi. Fa maraviglia veder talvolta ne' tratti de' fiumi in qualche lontananza da' monti, massi di mole considerabile trasportati dall' acqua sopra i greti più alti. Per spiegare questo fenomeno conviene ricorrere oltre la percossa dell' acqua, all' impeto concepito nella discesa da' monti, e nell' urto vicendevole, per cui si sbalzano, e si gettano quasi scagliati sopra i greti.

CAPITOLO XII.

I fiumi, che nelle piene portano sassi grossi, debbono mutar la direzione del corso delle loro acque.

PErchè da' monti sogliono spontaneamente, o dalle piogge, o dal vento spiccarsi sassi di varie grandezze, e figure, e questi per i torrenti entrando ne' fiumi possono per molto, o poco spazio scorrervi, è necessario considerare, quali mutazioni producano i detti sassi ne' fiumi. E per proceder con chiarezza, supporremo, come si è fatto per lo passato, essere (*Fig.* 3. *Tav. V.*) il fiume R Z uniforme, e regolarmente diretto, il cui suolo piano sia sassoso, e duro, e nelle piene torbide porti sassi grossi di varie figure, e grandezze. Dico primieramente, che il piano soggetto, o fondo del fiume, non sarà più spianato, ma sarà rinnalzato in diversi luoghi. Perchè scorrendo l' acque dirittamente verso il termine Z, e portando sassi di varie grandezze, e figure, questi saranno variamente trasportati, e agitati dal corso dell' acqua secondo gl' incontri varj, che patiscono in varj siti del fiume, le facce de' sassi più, o meno inclinate alla corrente del fiume, ed ordinariamente succederà, che la velocità massima del mezzo del fiume gli devierà alquanto dalla linea di mezzo, come si provò nel precedente capitolo, e così a poco a poco in vari siti del fiume confusamente, come in B, e C, e con lo scemare della piena scemando anco l' impeto dell' acqua, non solo altri sassi piccoli si saranno ridotti, e uniti in B, C, ma ancora di molta ghiaia, e rena, perchè gl' intoppi de' sassi grandi B, C, ritenendo l' acqua, che va ad urtargli, fa sì, che la corrente in que' luoghi sia molto pigra, e lenta; e però ella concederà spazio alla torbida di cadere, e posarsi intorno a' detti sassi B, C. Per la qual cosa cessata la piena, si troveranno ne' siti B, C alcuni rialti detti volgarmente renai: dal che ne segue, che il letto del fiume non sarà, come da principio, un piano inclinato verso Z, nè sarà egualmente incavato dall' uno, e dall' altro lato della linea di mezzo, com' era prima, ma acquisterà un letto in vari luoghi elevato, nel quale l' acqua più copiosa, e profonda verrà a scorrere tortuosamente. Sopravvenendo poi altre, ed altre piene potranno alzare molto più i detti renai, i quali avendo fatto divenire il letto del fiume inclinato da B verso D, e da D verso G E, l' acqua verrà necessitata a mutar direzione, dovendo ella scorrere per la via più declive, e tortuosa acquistata di nuovo, quale è la F D G E, non potendo continuare il primiero corso diretto, essendo impedita dagli ostacoli de' renai B, C, nè potendo scorrere verso i luoghi alti, e sollevati de'

detti renai, perchè la natural gravità dell' acqua la sforza non a salire, ma a scorrere per i luoghi più bassi, e declivi. E' adunque manifesto, che i fiumi, che portano sassi grandi, debbon mutar direzione.

CAPITOLO XIII.

I fiumi uniformi, e regolarmente diretti, che portano sassi grandi nelle piene, se averanno le sponde di parti amovibili, potranno esser in alcuni luoghi corrosi, e tutto il fiume diverrà tortuoso.

Dopo essersi considerati gli effetti, che producono i gran sassi nel suolo, o letto del fiume, rinnalzandolo in diversi luoghi, dove prima era spianato, e dirittamente pendente verso 'l mare, e da tali rinnalzamenti ne seguiva, che l' acqua era costretta a corrervi tortuosamente, benchè il detto suolo fosse durissimo, e sassoso; debbono considerarsi gli effetti, che i detti sassi producono nelle sponde, o argini de' fiumi, quando elle però non sieno durissime, ma composte di parti amovibili, e mostrerò, che tali argini dovranno in vari luoghi esser corrosi, e incavati dalla corrente tortuosa. Perchè l' acqua dopo essersi ragunato il renaio B, (*Fig. 4. Tav. V.*) non può come prima correre dirittamente da R per F G, per essere rialzato il suolo fra F, e G, e però viene ella necessitata (come si disse, *Cap. 12.*) a scorrere per la parte più declive del letto per due ragioni: la prima è, perchè la declività del renaio B pende verso la sponda I D L; ma l' acqua naturalmente cade, e si precipita per la declività più ripida, chiamata da noi via della scesa, adunque ella dee precipitosamente correre da F verso D, non più per la via di mezzo F G. Secondo, perchè è naturale a qualsivoglia corpo grave ritenere la velocità conferita dal precedente moto; dal che ne segue, che urtando il mobile in qualche ostacolo, non perciò l' impeto conceputo si estingue, ma persevera ad esercitare il suo talento per quella via, e direzione, che gli permette la superficie dell' ostacolo, e però egli non potendo continuare la sua prima direzione, ne acquisterà una nuova, riflettendosi per la via più breve, cioè formando nel piano, nel quale urta l' angolo della reflessione eguale a quello dell' incidenza. Questo si osserva percuotendo una palla contro un muro, la quale con la detta legge si riflette. Ora l' acqua scorrendo dirittamente da R fino ad F, dove urta nella superficie inclinata del renaio B, e ritenendo tuttavia il concepito impeto, benchè il pavimento, o suolo fosse piano da F fino a D, tuttavia dovendo reflettersi ad angoli eguali sopra la superficie del renaio B, vien necessitata a dirigere il suo corso verso l' argine in D; per queste due cagioni il corso dell' acqua non verrà più ad esser

ſer parallelo alla ſuperficie interna dell' argine H D Q, ma verrà ad urtarla, formando un angolo acuto F D N, e però il momento compoſto dell' energia, o peſo dell' acqua, e della velocità, (*Cap.* 3.) con la quale ſi muove urtando furioſamente l' argine in D, dovrà roder le particelle terree amovibili di detto argine, le quali per non eſſer ſaldamente unite, e collegate fra di loro poſſono ſpiccarſi, e cedere all' impeto maggiore dell' acqua. Continuando poi tal corroſione in D, ſtaccandone ſempre nuove, e nuove particelle, neceſſariamente verrà ad incavarſi l' argine, e formare un ſeno, qual' è I K L. (*a*) Da queſto ſito ſcorrendo l' acqua verſo G, parte più declive del fiume, incontra di nuovo il ſecondo renaio C, dove per le medeſime ragioni riflettendoſi ad angoli eguali verſo l' argine oppoſto, viene ad urtarlo in E, e quivi parimente corrodendo l' argine, è neceſſario, che in progreſſo di tempo vi formi un nuovo ſeno, qual' è M N O, e lo ſteſſo dovendoſi dire d' altri renai, che ſi faranno formati nel letto del fiume, adunque egli non ſarà più uniforme, e regolarmente diretto, ma tortuoſo, e compreſo da ſponde ſerpeggianti, quali ſono H I K L C, e B M N O. Un ſomigliante effetto doverà ſeguire, quando gli argini de' fiumi foſſero ſaldamente murati ſopra il ſemplice terreno mobile, perchè la forza della corrente F D, urtando continuamente il muro H D, e impetuoſamente ſtriſciandolo, dovrà rodere, e profondare il ſuolo arenoſo aderente, e contiguo al muro (*b*), ſicchè col tempo l' argine ſeguitando ad eſſere ſcalzato, potrà arrivar l' acqua a ſcorrer ſotto l' infimo orlo del muro; e quivi ritrovandoſi terra, e rena amovibile, potrà la forza dell' acqua corrente più, e più rodere, e profondare il terreno, ſopra del quale il muro era fondato. Laonde l' acqua verrà a fare come una mina ſotterranea, laſciando quella parte del muro ſoſpeſa in aria, e quella, o pel proprio peſo, o per gli urti, e ſcoſſe dell' acqua, potrà prima piegarſi, e poi rovinare, e per la rottura continuamente più, e più allargata potrebbe farſi un ſeno, qual' è I K L, benchè vi vorrà più lungo tempo, che ſe tal muro non vi foſſe ſtato. L' iſteſſo poi potrà ſuccedere in E, e in altri luoghi, ſicchè non ha dubbio, che il detto fiume diverrà tortuoſo, e ſerpeggiante, e queſto neceſſariamente dovrà ſuccedere, benchè il ſuolo inferiore ſia duro, e ſaſſoſo, per cagione de' ſaſſi portati nel fiume, e de' renai quivi ſollevati, come ſi propoſe di provare.

CA-

(*a*) Deviato il filone R F per l' oſtacolo B, ſi porterà verſo la ſponda I D L, ed atteſa la maggiore altezza, e la forza della percoſſa, che ivi acquiſterà l' acqua del fiume, non ſolo formerà nella ripa un ſeno, ma ſe ſarà eſſa poſta verticale al piano del fiume, l' acqua farà ivi un vortice, per cui ſi ſcaverà in D un gorgo; onde più ſollecitamente demoliraſſi l' argine, o ripa così minata nel fondamento; e ſempre più per la diminuzione della velocità in B, ſi aumenterà il greto, o ridoſſo incominciato, ed un nuovo ſe ne produrrà in C.

(*b*) L' acqua non ſolo ſcalzerà la ripa, o muro coo

CAPITOLO XIV.

I fiumi uniformi, e regolarmente diretti, il cui ſuolo ſia compoſto di parti ſaſſoſe, e dure, e d'altre parti facili a muoverſi con le ſponde frangibili, ed amovibili, benchè non portino ſaſſi nelle piene, diverranno tortuoſi.

BEnchè il fiume ſi ſupponga da principio uniforme, e regolarmente diretto, e che non porti ſaſſi nelle piene, ma il letto ſia duro, e ſaſſoſo in B, e C, (*Fig.* 4. *Tav. V.*) e amovibile in F, G, E, baſterà la ineguale ſodezza del ſuolo, o letto a cagionare la tortuoſità del fiume, perchè correndo l' acqua per la via di mezzo R Z con la maſſima velocità, (*Cap.* 8.) e meno, ſecondo che più ſi accoſta agli argini, e premendo col ſuo moto d'energia, (*Cap.* 3.) o peſo il fondo, o letto del fiume, farà ella tant'impeto contro il ſuolo, quanto è 'l momento compoſto della ſua gravità, e dell' impeto, col qual ſi muove; e perchè a tali urti impetuoſi poſſono reſiſtere le parti dure, e ſaſſoſe B, e C, ma non già le parti F, e G per eſſer cretoſe; non ha dubbio, che le parti B, C ſtaranno ſalde gran tempo, ma le parti amovibili F, G potranno eſſer corroſe, e portate via dalla corrente. Per la qual coſa il fiume reſterà ſcavato, e baſſo ne' luoghi F, G, ma le parti B, C, rimarranno alte, e ſollevate. Da queſto ne ſegue la tortuoſità del corſo dell' acqua per le ſteſſe due ragioni dette nel capitolo antecedente. Prima, perchè l' acqua dee ſcorrere dal luogo alto B, verſo il baſſo D, per la declività traſverſale di nuovo acquiſtata. Secondo, perchè l' impeto dell' acqua corrente direttamente per R F, urtando nel ſaſſo duro B, dee rifletterſi ad angoli eguali verſo l' argine contrappoſto in D, ma l' impeto dell' acqua, che urta in D è baſtante a roder l' argine, e formarvi il ſeno I K L, come ſi è detto, per la ſteſſa ragione urtando nel ſaſſo C, dee rifletterſi impetuoſamente per roder l' altro oppoſto argine in E, formandovi col tempo il ſeno M N O. Adunque è manifeſto, che tutto 'l fiume perderà la primiera direzione, e diverrà tortuoſo, e ſerpeggiante.

Dalle coſe dette ſin quì chiaramente ſi comprende, che ne' fiumi, che hanno il ſuolo di parti non egualmente ſalde, e dure, vi ſono due cagioni, che li rendono tortuoſi, e ſerpeggianti. La prima già detta ſi è la facilità di eſſer corroſo il ſuolo nelle parti men dure, e ſalde. (*a*)

La

con ſtriſciarlo, ma ſe queſti è a piombo, i filamenti baſſi dell' acqua che l' urteranno, ſi rifletteranno verſo il fondo ancora, donde nuovamente riſpinti formeranno talvolta un vortice verticale, come ſi è detto nell' annotazione precedente, e corroderanno a gran profondità il piede dell' iſteſſo muro, che rimaſto ſenza ſoſtegno, e minato nel fondamento, finalmente rovinerà.

(*a*) Per l' ineguaglianza di reſiſtenza delle parti del fondo può diventar tortuoſo il fiume, ogni volta che queſti ſia in ſtato di profondarſi, e nell' iſteſſa maniera può farſi tortuoſo, ſe le ſponde non ſieno egualmente reſiſtenti.

La feconda fi è la copia de' faffi, e ghiaia, che fogliono portar le piene quafi in tutti i fiumi, perchè nelle parti più alte, e rilevate dal fuolo B, C, l' acqua vi corre con manco velocità, e però quivi deporrà la torbida, e i faffi fi fermeranno; per lo che le inferiori parti F G molto più refteranno profondate, e così fi accrefceranno le cagioni della tortuofità della corrente, e però maggiormente gli argini contrappofti verranno fcavati. Poffiamo dunque conchiudere, effer affatto impoffibile trovarfi un fiume, che corra, e fia diftefo dirittiffimo, fe pur non foffe incavato l' alveo fra monti di macigno faldiffimi, e difpofto con uniforme, e regolare direzione, e che non portaffe verun faffo, e fempre le fue acque foffero chiare, condizioni, che farebbe miracolo a trovarle tutte accoppiate infieme, fe non per breviffimo tempo. E noi veggiamo fempre quafi tutti i letti de i fiumi effer compofti di parti più, e meno frangibili, portar faffi, e ghiaia, e non vi effer monte duriffimo, dal qual col tempo non fi fpicchino pezzuoli di varie grandezze, che fpontaneamente precipitano all' ingiù.

Ma oltre a quefto vi è un' altra cagione potente da fe fola a render ineguale, e ferpeggiante il fuolo, e il corfo del fiume, e quefta depende da i torrenti, e da' fiumi particolari, che vanno entrando nel fiume principale, i quali fcorrendo di traverfo ad angoli retti, o obliqui fopra la corrente del fiume maggiore, vengono non folamente ad incavare, e corrodere il letto trafverfalmente, ma ancora a deviare la principal corrente dalla fua direzione, fpignendola ad urtar l' argine contrappofto, e fuccedendo quefto in più luoghi dalla deftra, e dalla finiftra del fiume, dovrà egli neceffariamente incurvarfi, e renderfi ferpeggiante. (a)

CAPITOLO XV.

In quei fiumi, che hanno il piano del fondo inclinato verfo uno degli argini, potrà tal argine rovinare, e far incurvare il fiume, e talvolta mutar letto.

QUell' effetto, che poterono far i gran faffi portati nel fiume, moftrerafsi ora con qualche varietà poter cagionarfi dal femplice letto incli-

(a) Gl' Influenti non folo con incontrare il Recipiente fotto qualche angolo, poffono mutarne la direzione, ma anco con trafportarvi tali materie, quali, o per la quantità, o per la troppa lor gravità non fia in ftato il Recipiente di muovere, o follevare; ed allora, deponendofi quefte materie nel Recipiente dalla parte dell' Influente, fpingeranno verfo l' altra parte oppofta, l' acqua ed il filone del recipiente. Altra caufa della tortuofità d' un fiume, oltre l' incontro degli oftacoli, è la direzione, con cui l' acqua nel principio della formazione, o efcavazione del canale, entra a correre fopra un piano inclinato, allorchè effa direzione non è perpendicolare alla fezione del piano coll' orizzonte. A quefto cafo fi può ridurre quanto efpone il Michelini nel feguente Capitolo.

clinato ad una delle sponde. E per maggior chiarezza intendasi il fiume RZ (*Fig. 5. Tav. V.*) uniformemente diretto, il cui fondo, o alveo dalla sponda diritta A B penda verso l' argine C D parallelo a quello. Egli è manifesto (*Cap. 1. e 3.*) per la pendenza del suolo verso l' argine C D (oltre alla principale inclinazione di tutto il fiume verso Z, dove egli corre) che la via della scesa di detto piano inclinato, cioè la più breve, e la più ripida, per la quale correrebbe l' acqua, s' ella non fusse ritenuta dal detto argine inferiore, non sarà nè perpendicolare, nè parallela al medesimo argine C D, ma caderà obliquamente da A, in E, formando l' angolo A E H acuto dalla parte superiore del fiume R, e però è necessario, che il moto d' energia faccia forza col suo peso non solo contro 'l letto, o suolo inferiore, ma ancora contro l' argine opposto C D, e perchè vi è il moto attuale da R verso Z di tutta l' acqua, il quale insieme con lo sforzo dell' appoggio, e compressione, che fa col suo centro di gravità, accresce, e avvalora molto più la forza della corrente, e tutt' insieme questi moti si voltano obliquamente da A verso E, formando un angolo A E H più acuto; adunque per la linea A E, e per altre a lei parallele si farà lo sforzo massimo della corrente, dal che segue, che l' argine H D verrà tormentato, e corroso, com' anche il suolo nella parte più infima, e più vicina a' fondamenti dell' argine H D; e perchè è quasi impossibile, che il detto argine sia da per tutto uniformemente resistente, quand' anco il letto inferiore del fiume fosse sassoso, potendo per mille accidenti esservi una parte, come E, meno resistente, che le collaterali H, P, bastando, che i tronchi, o le barbe di qualche albero smuovano, o forino l' argine, continuando poi l' impeto obliquo della corrente a rodere, e scalzare l' argine in E, e scuotendo con tutta la sua forza, non ha dubbio, che in progresso di tempo in E potrà l' argine esser corroso, e rovinato, e per conseguenza vi potrà nascere un seno, il quale se oltre all' argine C D trovasse la campagna bassa, e pendente, dilatando più, e più la rottura dell' argine, potrebbe tuttavia l' acqua del fiume scaricarsi per la rottura E, e indirizzarsi verso I K, formandosi un nuovo letto. Ma se la campagna verso I K fosse alta, e non facile ad esser corrosa, vi rimarrebbe almeno il seno incurvato E I, che potrà esser cagione sufficiente d' incurvare in tal sito tutto 'l fiume. L' istesso potendo succedere in tutti i luoghi dell' argine verso D, ne avverrà, che il fiume perdendo la primiera dirittura, si renderà incurvato, e flessuoso, conforme fu proposto.

CA-

CAPITOLO XVI.

I gran sassi portati da' fiumi serpeggianti potranno fermarsi, e deporsi ne' principj delle svolte, o incurvature.

DOpo che si è veduto ne' fiumi uniformi, e regolarmente diretti quali stravaganze producano i gran sassi, che vi portano le piene, (*Cap.* 12.) deesi ora considerare in quali siti debbano fermarsi ne' fiumi tortuosi, e perciò supponghiamo nel fiume R Z (*Fig.* 6. *Tav.* V.) esser la prima parte A B C D diritta, e che in C D sia la prima svolta, e seguiti il fiume di quando in quando a serpeggiare, come in H F. Dico, che ne' principj delle mezze lune, o delle svolte, dove le correnti hanno a declinare dalla linea retta, si fermeranno i sassi. Perchè i gran sassi, che si spiccano da' monti hanno bisogno di grand' impulso, per essere spinti ne' fiumi, però essi in tempo di piene, quando l' acqua è più che mai copiosa, e furiosa, potranno esser portati, e questi dall' impeto della corrente furiosissima nella via di mezzo sendo spinti verso le sponde per la forza, che fa l' acqua a guisa di bietta ad uno de' suoi lati, o fianchi; però parte de' sassi portati pel fiume diritto A B C D declinerà verso la sinistra D, e parte verso la destra C: (*Cap.* 11.) quelli che vanno verso D portati dall' impeto diretto, verranno a urtare nella sponda sinistra, e incavata qual' è M: e benchè in tal sito il suolo sia sollevato, la furia dell' acqua ve lo potrà condurre, e insinuarlo (per così dire) almeno in parte nell' argine contrapposto D F. Quivi non ha dubbio, che 'l gran sasso M interrato nella belletta, e nell' argine opposto, averà molta difficoltà a voltolarsi per una nuova via trasversale D F, per esser impedito da gli angoli, e scabrosità, delle quali detto sasso è composto, e dalla difficoltà di disbrigarsi dall' impedimento dell' argine opposto, contro 'l quale fu spinto, e in parte insinuato, ed anche perchè l' acqua in detto sito D F, per essere rialto, e che incontra l' ostacolo dell' argine D F, è necessario che vi corra con poca furia, sicchè ella non sarà bastevole a strappare di nuovo il sasso infangato dagl' impedimenti in D, e condurlo verso F. Per lo contrario il sasso portato dalla corrente nella parte convessa C, non trovando quivi argine contrapposto, nel quale il sasso urti, e potendo l' acqua liberamente seguitare il suo corso diritto verso E, potrà facilmente seguitare a spignere detto sasso non punto impedito in C per la medesima dirittura C E, finchè di nuovo incontri la seconda svolta. Quel che si è detto poter succedere nella prima svolta, non ha dubbio, che interverrà nelle susseguenti in altri sassi, che non si fussero fermati nella prima incurvatura, ritenendo mai sempre la loro scabrosità, che non gli lascia sdrucciolare

ciolare con quella facilità, che scorre l'acqua fluida. Sopravvenendo poi altre piene, ha del verisimile, che intorno a' sassi grandi fermati negli angoli sinuosi, s'accostino molt'altri sassi minori, e molta ghiaia, e molto più questo interverrà nello scemamento delle piene, perchè mancando l'impeto, e la forza dell'acqua, va successivamente mancando la cagione di staccarsi detti sassi minuti, e rena d'attorno a' sassi grandi; e questa è la cagione, per la quale sorgono ne' fiumi que' rialti di renai, e sassaie, che s'osservano massimamente, quando i fiumi sono vicini a montagne, o colline sassose, e questi sono i modi, che usa la natura per fare i renai, e rialti de' fiumi, operando sempre per necessità.

CAPITOLO XVII.

Ne' fiumi, che son compresi da argini stabili, paralleli, e diritti, ancorchè l'acque basse vi corrano tortuosamente, tuttavia in tempo di piene grosse si vedrà correre tutto 'l fiume dirittamente, come s'egli avesse l'alveo uniformemente inclinato.

A Chi vuol perfettamente intendere la natura de' fiumi, e gli effetti stravaganti, che nel loro corso producono, fa di mestieri osservare non solamente i moti particolari nell'acque inferiori, ma ancora quelli delle supreme contigue all'aria, ne' quali si osserva gran diversità in tempo di piene grosse. Parrà questo ad alcuno, che ripugni alle cose, che si sono dichiarate ne' precedenti Capitoli; ma pure e' si vedrà poter rimaner salda la dottrina fin' ora spiegata, non ostante queste nuove stravaganze, che sopravvengono.

Supponghiamo dunque il fiume R Z (*Fig.* 3. *Tav. V.*) esser compreso dagli argini A H, I L saldi, e paralleli fra di loro, di tant' altezza, che sien capaci delle massime piene, ma il letto inferiore sia disuguale in maniera, che l'acque basse vi corrano serpeggiando per una linea inflessa F D G E Z. Dico ora che venendo una piena grossa, non si vedrà più l'acqua correre tortuosamente, come prima, ma ella scorrerà verso il suo termine, come se tali tortuosità del fondo non vi fossero, movendosi per una direzione parallela agli argini. Non ha dubbio, che l'acqua finchè non averà superato l'eminenze de' renai sarà necessitata a serpeggiare per quelle vie basse, e serpeggianti, e questo succede, perch' ella vuole scorrere naturalmente a' luoghi più bassi, e non può salire i renai, ma quando averà superato tutte l'eminenze de' renai, si sarà formato un letto spianato, e uniformemente pendente: poichè quelle cavità, e luoghi bassi vengono riempiuti, e colmati dall'acqua non meno, che se eglino fussero ripieni di terra, essendo impossibile, che l'acque emi-

nen-

nenti della piena possano andare ad occupare le cavità infime, le quali si trovano già piene d' acqua. Ora perchè il nuovo letto inferiore spianatissimo, benchè fatto d' acqua compreso dagli argini paralleli fra loro, non è più flessuoso, e serpeggiante, ma ha la stessa direzione, che hanno gli argini, e però egli è più pendente, e più ripido di prima; adunque la nuova piena altissima collocata in un tal letto, o alveo spianato più diritto, e pendente, è necessario, che vi scorra sopra, dovendo tali acque eminenti, e più veloci di quelle basse, che son trattenute dagl' intoppi de' renai, scorrere per la più breve diritta, e ripida via, che vi sia sopra il letto, per così dire, immaginario dell' acqua; dunque è necessario, che poco più in su della sommità de' renai, tutta l' acqua della piena scorra non serpeggiando per F D G E Z, ma secondo la direzione degli argini A H, ed I L. (a) Alle cose dette in universale debbono ora aggiugnersi quelle, che produce l' ineguälità del letto, e il corso tortuoso dell' acque inferiori. Egli non ha dubbio, che non è l' istesso, che il letto del fiume spianato sia di sasso, o di terra, o che sia parte di sasso stabile, e parte di acqua F D G E mobile, e corrente con gran velocità, e però è necessario, che l' acque eminenti della piena, che soprastano alla cavità diritta R F abbiano maggior profondità, che quelle le quali soprastano al renaio B. Ma l' acque correnti più profonde, più velocemente corrono, adunque le prime, che soprastano ad R F, debbono correre più velocemente, che le collaterali, che passano sopra B; nè si può negare ancora, che l' acqua sopra la cavità tortuosa F D G E scorra con maggior velocità, che quella sopra del renaio B, perchè l' acqua mobile del-

(a) L' acqua corrente segue per se stessa la direzione parallela alle pareti che la contengono, ed il filone, cioè i filamenti dell' acqua più veloci, corrono nel mezzo del fiume, come in luogo, ove meno che in ogni altro agiscono le resistenze delle pareti. Se l' acqua poi abbia già acquistato antecedentemente in una diversa direzione un qualche impeto, o forza per proseguir a muoversi secondo quella, il filone non seguirà altrimenti la direzione parallela alle pareti, nè si manterrà nel mezzo dell' alveo, ma si accosterà ad una di esse, e la batterà, riflettendosi dipoi, fino che l' impeto già concepito si estingua, onde niun' altra direzione resti a prendersi dall' acqua, che quella impressale dalle pareti, il che succederà nel caso d' un corso placido, ed ove la velocità dipenda più dall' altezza dell' istessa acqua, che da qualunque altra cagione; talmente che rimanga essa indifferente a prendere una direzione piuttosto che un altra. In tal caso se le pareti a diverse altezze abbiano diverse direzioni, come spesso accade ne' luoghi, ove sono spiagge, sponde, ed argini ancora, l' acqua per se stessa a diverse altezze prenderà diverse direzioni; cioè l' acqua più bassa si disporrà a correre col filone nel mezzo delle piagge; l' acqua sopra le piagge, col filone nel mezzo delle sponde, e l' altra acqua superiore, tra gli argini, se pur vi sono, col filone in mezzo a questi; ma siccome le parti dell' acqua hanno una adesione tra loro, l' acqua più veloce, che suol esser la corrente tra le piagge, rapirà l' altra superiore, e comporrannosi così in un tal qual modo le direzioni dell' acqua a diverse altezze, dipendendo l' una dall' altra, così che non sempre in ogni fiume *in tempo di piene grosse si vedrà correre tutto il fiume direttamente, come s' egli avesse l' alveo uniformemente inclinato*; ma potrà accadere benissimo, ne' fiumi ancora di corso lento, che il filone dell' acqua anco superficiale si appressi ad una delle ripe, ed or più, or meno, ora in un punto più basso, ed ora in un più alto, secondochè la piena avrà ivi minore, o maggiore l' altezza,

delle cavità non è di tanto impedimento al corso dell' acque superiori della piena, quanto il renaio B stabile, e scabroso: ma notisi che può darsi il caso, che l' acqua giunta sopra la cavità dalla parte destra D, e sopra il renaio B dalla sinistra in eguale distanza dagli argini, vi arrivi con pari velocità acquistata nel corso precedente del fiume, e però una minima aggiunta di minima velocità in D, più che in B rimarrà inosservabile, o pure cagionerà un vortice di quelli, che nelle piene bene spesso si osservano. Poi tirando innanzi la carriera, l' istesse acque da F si conducono in DGE, dove le infime acque corrono tortuosamente, e però quivi il letto tortuoso alla soprastante piena non aiuta come prima il moto diretto dell' acqua, che ha in capo, anzi lo devia qualche poco verso la sinistra, ma ambedue questi impedimenti di tortuosità, e cavità si rendono insensibili alla massima velocità, con la quale scorre l' acqua della piena eminente contigua all' aria, nè altro si potrà osservare, che certi urti, o ravvolgimenti, o vortici, che in detti luoghi sogliono comparire in tempo di piene. E insomma, benchè il corso delle piene sia composto d' alcuni piccoli moti irregolari talvolta verso le sponde, altre volte all' insù, fatti dagli urti, e riflessi dell' acque, tuttavia questi non si veggono, non essendo esposto agli occhi nostri altro che la superficie dell' acqua tremolante resa opaca, e dal tremolio, e più dalla torbida, che non lascia veder quello, che succede nelle parti inferiori, e però rimane solamente manifesto il principal corso velocissimo fatto per la più breve, e pendente via secondo la direzione de' due opposti argini. Egli è pur vero, che uno degli argini patisce più dell' altro in quei luoghi, dove la pendenza del letto vi conduce maggior copia d' acqua, la quale con l' energia del suo gran peso mossa anco ripidamente, viene obliquamente a strisciarlo, e corroderlo, il che non succede in que' luoghi, dove il letto è sollevato. E così si vede, che in questo caso hanno luogo ancora le cose dette ne' precedenti capitoli, producendo quelle medesime cagioni i suoi effetti necessari, ancorchè elle sieno accoppiate con nuove cagioni, che non rendono così evidente l' effetto di quelle per essere congiunte col corso velocissimo della piena, che non fa comparire quegli sforzi trasversali. E questo basti per dar contezza in universale delle cagioni del corso diretto, e tortuoso de' fiumi dependenti dalle cagioni naturali in que' fiumi, che hanno il letto direttamente pendente, e inclinato verso il mare.

CA-

CAPITOLO XVIII.

De' fiumi, che hanno il letto composto di due superficie piane inclinate diversamente, e alcuni lemmi necessari per intendere la lor natura, e gli effetti, che dovranno fare.

Fin' ora si sono considerati i fiumi, che hanno il letto uniformemente pendente verso il mare, il cui suolo era un suolo piano disteso per tutta la sua lunghezza, il quale benchè fusse alterato da' renai, e rialti, si supponevano sempre nel medesimo piano del letto. Ora passeremo a trattar de' fiumi, che scorrono sopra letti piani d'inclinazione diversa, e questi sono di due sorte, perchè o il letto superiore è più ripido, e elevato del susseguente inferiore, in maniera che l'acqua, che prima correva per un letto ripido arriva ad un'altro letto meno pendente, o pure per lo contrario dalla parte superiore del fiume, il letto è meno ripido, e più vicino al piano dell'orizzonte, ed a questo succede dalla parte di sotto un'altro piano più ripido, e pendente, il quale necessita a scorrervi l'acqua su con furia, e rapidità maggiore. Ora in ambedue i detti casi deesi aver considerazione all'angolo, o comun sezione de' detti due piani inclinati fra di loro, e all'orizzonte. Oltr'a ciò deesi ancora avvertire, se la linea del corso dell'acqua descrive angolo retto, o acuto con la detta comun sezione de' piani: tutte le quali cose producendo effetti diversi, e stravaganti, dovranno prima con metodo universale esaminarsi, acciocchè poi facilmente possano intendersi gli effetti, che vi fanno l'acque, che vi scorrono sopra. (*a*)

E prima (*Fig. 7. Tav. V.*) se saranno due piani D M, L F, pendenti verso il mare, tra di loro, e al piano dell'orizzonte inclinati, se nel

(*a*) La considerazione d'un mobile che passa da un piano inclinato in altro diversamente inclinato, ammette, come nota il Michelini, due casi; il primo cioè, quando la direzione A B (Fig. 7. Tav. V.) nel piano D M è perpendicolare all'orizzonte, e alla sezione L M de' due piani, che sia conseguentemente parallela all'orizzonte; ed in questo caso si può dimostrar brevemente, che la direzione B C, che prenderà il mobile nel piano L F, sarà pure perpendicolare all'orizzonte, e però nell'istesso piano verticale, in cui è la A B; poichè non vi è ragione, per cui debba prenderne una diversa piuttosto a destra, o a sinistra; onde prenderà la sopraddetta B C, come la linea della maggior gravità respettiva, ovvero della massima discesa in parità di lunghezza di viaggio. Il secondo caso è quando la sezione L M (Fig 8. Tav. V.) de' due piani D M, L F, non è parallela all'orizzonte; ed allora la via della discesa non sarà, come vuole il Michelini, una retta B C, perpendicolare al piano orizzontale G N, quale sarebbe, se entrasse il mobile nel piano L F senza alcuna direzione, cioè partendo dalla quiete: ma entrandovi colla determinazione alla direzione A B, e con una certa forza a proseguirla, sarà la linea della nuova direzione per il piano L F, una curva, poichè due forze agiranno sul mobile, l'una cioè acquistata nella discesa A B per il piano D M, e l'altra la gravità respettiva, la quale operando continuamente, continuamente distrarrà il mobile dalla intrapresa direzione, non altrimenti che la gravità assoluta in un mobile gettato obliquamente; sicchè descriverà esso una curva, che sarà la parabola.

nel piano D M la via della ſceſa A B, ſarà perpendicolare ad M L comune ſezione de' detti due piani; Dico, che anche la via della ſceſa B C nel ſeguente piano L F ſarà perpendicolare alla medeſima M L, e le due vie B A, B C ſaranno coſtituite nel medeſimo piano verticale, o perpendicolare all' orizzonte.

Tiriſi dal punto B la retta linea B S perpendicolare al piano dell' orizzonte, e perchè la via della ſceſa A B, è non ſolamente collocata nel piano verticale, ma ancora dee eſſer perpendicolare alla comun ſezione dell' iſteſſo piano D M, e di quello dell' orizzonte, (*Cap.* I.) la quale ſia N H P, e ſi ſupponeva l' iſteſſa A B perpendicolare ad M L; adunque le due M L, ed N P, che ſi trovano nel medeſimo piano di M D, ſono parallele fra di loro. Similmente la via della ſceſa B C nel ſeguente piano F L è perpendicolare alla F G comune ſezione di detto piano, e di quello dell' orizzonte. Dico ora, che la ſteſſa B C ſarà collocata nello ſteſſo piano verticale A B S. Perchè la retta P H comun ſezione del piano D M, e di quello dell' orizzonte P F è perpendicolare alla retta H B A, ed anco alla retta H S per il Corollario primo del Capitolo primo; adunque la P H ſarà perpendicolare al piano verticale H B S: ma la B L è parallela alla P H, adunque la L B anch' eſſa è perpendicolare allo ſteſſo piano verticale H B S, e per conſeguenza ſarà angoli retti con le due H B, B S, che ſono nello ſteſſo piano, e la toccano. Poi perchè per la perpendicolare L B è tirato il piano L F, ſarà tal piano perpendicolare allo ſteſſo piano H B S; al quale parimente ſarà perpendicolare il piano P F dell' orizzonte, per eſſer tirato per la P H perpendicolare al medeſimo piano H B S, ſicchè la G F comun ſezione de' due piani L F, P F perpendicolari al medeſimo piano H B S, ſarà perpendicolare all' iſteſſo piano verticale H B S, e però la G F ſarà parallela alla L M, la quale era perpendicolare al medeſimo piano H B S, ed era l' angolo G C B retto, adunque l' angolo L B C ſarà anch' egli retto, ma la L B era perpendicolare alle due B H, B S, e ſi moſtrò anco perpendicolare alla B C; adunque queſte tre H B, B S, B C ſono in un medeſimo piano; per la qual coſa la ſeconda via della ſceſa B C, ſarà non ſolo perpendicolare alla L M, ma ancora ſarà collocata nel medeſimo piano verticale A B S, e queſto ſi verifica in qualunque inclinazione del ſecondo piano L F, ſiaſi egli perpendicolare all' orizzonte, o no.

Da queſto ne ſegue, che un grave R, il quale ſcorra per la via della ſceſa A B, arrivando al ſecondo piano in B, ſeguiterà la ſua carriera ſenza mai uſcire dal medeſimo piano verticale A B C; e però ſi partirà dal precedente piano D M, con una direzione perpendicolare al taglio M L, e ſe aderirà al ſuſſeguente piano, anderà per la retta B C.

Nel

Nel secondo luogo (*Fig.* 8. *Tav. V.*) il piano L F sia più inclinato al piano dell' orizzonte, che non è il piano D M, e la via della scesa A B non sia perpendicolare, ma faccia angoli obliqui con L M comun sezione de' piani inclinati, e cada il detto piano L F oltre la perpendicolare, B S verso H. Dico, che la B C via della scesa del susseguente piano, non sarà collocata nel medesimo piano verticale A B S, ma declinerà da quello dalla parte dell' angolo ottuso M B H. Di più dico, che la susseguente via della scesa B C costituirà angoli disuguali con lo scaglione M L comun sezione de' due detti piani.

Perchè la retta linea A B è la via della scesa del piano D M, il quale incontra il piano orizzontale nella retta linea N P, adunque la A B costituirà in H angoli retti con la N P, ma per la supposizione la medesima retta A B H costituisce angoli obliqui con la retta M L; adunque le rette linee N P, e M L non saranno parallele fra di loro, ma concorreranno dalla parte dell' angolo acuto H B L. Sia il concorso in O, e si congiungano le rette linee S H, S C, ed S O, e perchè per le rette linee H O, ed M O concorrenti nel punto O vengono tirati due piani, cioè quel dell' orizzonte per N O, e l' inclinato L F per la retta M L, adunque la lor comun sezione F G necessariamente dee concorrere con le due precedenti linee H O, M O, costituendo tutte tre un angolo solido triangolare, ed il piano L F è più inclinato del piano D M, e cade oltre la perpendicolare B S verso H, adunque la retta linea F C O cade fra la N O, e la S O disegnata nel piano orizzontale dal piano, che passa per le M L, B S perpendicolare all' orizzonte. Dipoi perchè nel triangolo B C O l' angolo C è retto, imperocchè la via della scesa B C è perpendicolare sopra F G comun sezione del piano inclinato L F, e dell' orizzonte, adunque l' angolo C B O è acuto, e il suo conseguente C B M sarà ottuso. Di più perchè l' O H, comun sezione del piano D M, e dell' orizzonte, è perpendicolare all' H S; (*Coroll. del Cap.* 1.) e parimente la comun sezione O C è perpendicolare alla C S, sicchè i due triangoli O H S, e O C S averanno gli angoli S C O, e S H O retti: per la qual cosa i due rimanenti angoli di un triangolo saranno eguali a i due rimanenti dell' altro. Ma è l' angolo H O S maggiore dell' angolo C O S, adunque l' altro angolo H S O sarà minore dell' angolo C S O. Laonde la S C, e per conseguenza il piano B C S cadrà oltre il piano verticale H B S verso F, sicchè la via della scesa B C viene a cadere dalla parte dell' angolo ottuso M B H, il che si doveva dimostrare.

CAPITOLO XIX.

Degli effetti de' ripari, o pescaie perpendicolarmente opposte alla corrente principale del fiume.

Dichiarate queste cose, passo a considerare gli effetti, che producono gli ostacoli, o ripari piani, che si possono porre ne' fiumi, i quali in molti modi si possono variare, prima per cagione del sito, cioè se sono posti in mezzo del fiume, o in uno degli estremi; potendo occupare tutta la larghezza del fiume, o una tal sua parte, e questa seconda si dice grandezza del riparo. Terzo per cagion della maggiore, o minore obliquità, con la quale vi corre l' acqua contro. Quarto per ragion dell' altezza, potendo il riparo esser più alto del livello dell' acqua, o pari, o pure inferiore.

E cominciando dal primo, sia un ostacolo, o riparo posto nel mezzo del fiume diritto, dove la corrente è massima, che la riceva di petto, o ad angoli retti, e non arrivi a niuna delle sponde collaterali, ma sia da quelle egualmente lontano. Dico, che l' acqua urtandovi non farà più forza verso l' una, che l' altra sponda, e così potranno essere egualmente percosse, perchè, o il riparo è più alto, e sollevato del livello dell' acqua, e così la corrente dell' acqua, che l' urta perpendicolarmente è necessitata a ribalzare all' insù, e salir qualche poco, e però ella fino a certo segno s' innalzerà più nel mezzo, che da' fianchi del riparo per due ragioni; prima, perchè nel mezzo vi urta l' acqua con impeto, secondo, perchè la dett' acqua sollevata, volendo livellarsi, scorrerà verso i termini estremi del riparo, dove può aver l' esito, e così si muoverà qualche poco verso la destra, e la sinistra con moto trasversale per iscaricarsi; ma poi incontrando l' altr' acqua da' fianchi, che corre dirittamente per non esser impedita, quella, che sopravviene verrà ad acquistare dall' una, e dall' altra parte una direzione obliqua verso le sponde, con le quali urtando, le potrà qualche poco offendere, secondo che l' impeto sarà maggiore, o minore, e secondo che uno degli argini sarà meno resistente, o robusto dell' altro. Se poi detto riparo sarà tutto profondato sotto il livello dell' acqua, allora l' acqua inferiore, che non supera l' altezza del riparo, sarà solamente impedita, e farà gli effetti detti nel precedente caso, facendo un poco rinnalzare l' acqua nel mezzo: ma perchè la parte dell' acqua, che supera l' altezza del riparo, non è impedita, verrà a precipitarsi verso la parte posteriore del riparo con maggior furia; sicchè in questo caso non si vedrà altro, che un poco di rialzamento, e poi un corso precipitoso nell'

nell' acqua di mezzo. (a) Se poi la detta pescaia occupasse tutta la larghezza del fiume, non farà altro, che impedire il corso dell' acqua inferiore, formando un letto al fiume più alto, il quale in poca distanza dal riparo, o pescaia, prima di trapassarla si spianerà, e sarà quasi parallela all' orizzonte, così richiedendo la natura dell' acqua proclive a livellarsi; ma quell' acqua, che avanza la sommità dello scaglione, o è necessitata a cadere, o no; nel primo caso produrrà quei cavalloni, e ondeggiamenti strepitosi perpendicolari all' orlo, o scaglione del riparo, ma nel secondo caso baderà a correre direttamente, ma però sempre è vero, che detti ripari dalla parte superiore del fiume verranno interrati, maggiormente nel mezzo, che verso gli estremi del riparo, allorchè egli è staccato da ambe le sponde, perchè l' acqua ritardata, o immobile vi potrà deporre la torbidezza.

CAPITOLO XX.

Degli effetti de' ripari, o pescaie obliquamente opposte alla corrente de' fiumi.

SIa poi il fiume uniforme, e regolarmente diretto R S, (*Fig. 9. Tav. V.*) nel quale sia una traversa, o pescaia F E G P che sia unita ad ambedue gli argini opposti, della quale il piano E H G F, sia a piombo, o perpendicolare al piano dell' orizzonte, ma il piano G P di là dal comignolo H G sia a scarpa, pendente verso la parte inferiore del fiume S, e sia tal pescaia disposta obliquamente alla corrente del fiume R L S, in manierachè faccia l' angolo R M H acuto, e il conseguente R M G ottuso; debbonsi considerare gli effetti, che produce detta pescaia.

E prima il suo taglio, o orlo supremo G H sia parallelo al piano dell' orizzonte, e sia la via della scesa del letto del fiume la R L S. Perchè la linea E F è pendente dal luogo superiore del fiume E verso F luogo più basso posto verso la parte inferiore del fiume S; ma la retta linea G H è parallela all' orizzonte, perciò il piano del muro della pescaia E F G H non sarà parallelogrammo, ma un trapezio più spazioso dalla parte F G, e più ristretto in E H verso la superior parte del fiume. Per la stessa ragione il piano G P di là dal comignolo sarà anch' egli trapezio. Ora se noi intenderemo esser tirato per l' orlo H G un piano parallelo all' orizzonte, qual' è H I K G, questo senza dubbio segherà il piano del letto del fiume inclinato in una retta linea, qual' è I K, e per le cose dette nel Capitolo decimo ottavo verrà ad esser formato un frusto di pirami-

(a) Tralascia il nostro Autore d' osservare, che ristringendosi con il riparo edificato la sezione del fiume, l' acqua acquisterà nelle parti laterali maggior forza, onde corroderà le ripe, ed il fondo finattanto, che la forza dell' acqua non si sarà equilibrata con le resistenze del fondo, e delle ripe.

de triangolare, le cui basi opposte saranno i triangoli FGK, ed EHI. Supposte queste cose, perchè l'acqua va scorrendo da R verso S sopra il letto del fiume uniforme, e regolarmente diretto, e incontrando l' ostacolo della pescaia dovrà riempire quella fossa, e livellarsi, e spianarsi, rimanendovi stagnante per tutto lo spazio del detto frusto di piramide triangolare HIKGFE, (a) e seguitando poi a venire nuova acqua per le linee parallele alla RLM, sarà ella necessitata a scorrere sopra il piano d'acqua stagnante trapezio IHGK, il qual'è parallelo al piano dell'orizzonte, e però è necessario, che la carriera dell' acqua si continui a dirittura per LM senza declinare a destra, o a sinistra dal piano verticale LMS, che passa per la via della scesa RLM, e dovendo poi precipitarsi dall'orlo supremo HG per lo susseguente piano GP, la via della scesa del quale sia MN, che essendo perpendicolare alla comun sezione del piano GP, e dell'orizzonte, sarà ancora perpendicolare alla GH, che è a quello parallela; egli è certo, che l' acqua eminente, la quale cavalca l' orlo dello scaglione HG, o ella trova di là dallo scaglione l' acqua più bassa, o no. Se ella non è più bassa, non averanno l'acque superiori caduta, per esser rialzate l'acque di là dalla pescaia, e così quella sarà necessitata a scorrere, e continuar la primiera sua direzione RLS, ch'è la via più ripida, e pendente, che possa far l' acqua. Supponghiamo ora, che l' acqua eminente AHGC per l' altezza dello scaglione debba precipitarsi. Dico, ch' ella caderà non per la primiera direzione MS, nè meno per MN via della scesa del secondo piano inclinato GP, ma patirà certa refrazione il primiero corso RLMS dell' acqua, accostandosi alla MN perpendicolare alla GH; e questo succederà sempre, finchè il primiero impeto per la retta LM si estingua affatto, il che succederebbe, quando l' acqua corrente con qualche velocità per RL per superar la sommità dello scaglione in M vi arrivasse col risalto di riflessione, che suol far l'acqua quando il primiero corso da un ostacolo viene impedito, perchè allora nel risalto, che fa all'insù a guisa di pendolo, va successivamente perdendo l' impeto precedente, e insomma per qualunque cagione l'acqua, che si parte dal termine M, sia priva affatto dell' impeto precedente, cioè si parta dal termine della quiete, è necessario che muti direzione, e corra per la via brevissima della scesa MN, che per

(a) Eppure l' esperienza ci mostra, che l' acqua sotto l' orizzontale IH non si rimane tutta stagnante, e priva di moto; poichè l' alveo del fiume non si riempie al pari del ciglio della pescaia, anzi d' avanti a questa vi resta una cavità; e ciò accade, perchè le parti dell'acqua a qualche profondità sotto la detta orizzontale, per la velocità già concepita, e per la pressione delle colonne superiori, più alte delle vicine al ciglio della pescaia, che si mantengono notabilmente più basse per l' invito della caduta della pescaia istessa, hanno forza di risalire fino al ciglio della pescaia: e di fatto si vedono avere i fiumi in qualche distanza dalle pescaie il loro fondo acclive, conformato in una curva, la cui sommità è depressa sotto l' orizzontale IH.

per necessità dee esercitare nel susseguente piano GP. Ma se l'acqua arrivata in M ritiene tuttavia l'impulso precedente, in virtù del quale ella dovrebbe continuare il suo corso per la retta MS, poichè l'impeto concepito da un grave persevera naturalmente, finchè da una nuova cagione non venga estinto; adunque l'acqua dal punto M si scaglierebbe direttamente verso S, ma le sopravviene una nuova cagione di riflettersi per MN, che è la pendenza del nuovo piano inclinato GP; adunque l'acqua si parte da M con due impulsi di muoversi per le direzioni di due rette linee MS, ed MN, ciascuno de' quali la tira a se, e perciò l'acqua non potrà totalmente ubbidire nè all'uno, nè all'altro impulso, ma sforzata da ambedue scorrerà per una via di mezzo, qual'è MO, declinando verso quella parte, che più prevale; e perciò se l'impulso per LM sarà velocissimo, e il piano GP sarà poco declive, pochissimo si rifrangerà il corso dell'acqua dalla retta MS, anzi formerà per aria una via curva, e pel contrario, se il corso per LM sarà lentissimo, e poi il susseguente piano GP precipitoso, allora molto più il corso dell'acqua si rifrangerà verso MN, via della scesa del seguente piano, benchè ella non vi arriverà mai, eccetto quando fusse estinto l'impulso per la primiera direzione LM.

Nel secondo luogo sia la pescaia, il cui piano del muro EG (*Fig.* 10. *Tav. V.*) sia un parallelogrammo perpendicolare al piano dell'orizzonte, unito parimente agli argini opposti, e obliquo alla corrente del fiume, la via della scesa del quale sia RLS. Abbia poi la pescaia unito al comignolo GH il parallelogrammo GP, ma la sua via della scesa ZN non sarà perpendicolare a niuno de' lati opposti GV, ed HP, ma è necessario, che l'angolo HZN sia ottuso, e la via della scesa ZN cada di là dal piano verticale LZS verso P, come si cava dal Capitolo decimo ottavo. Ora in questa sorta di pescaia si verifica parimente, che nello spazio anteriore l'acqua viene impedita, e cade come in una fossa, che non lascia correre dirittamente, e forma uno spazio di prisma triangolare obliquangolo. Il che per manifestare, fa di bisogno di concepire, che tutta l'acqua, che riempie il fiume sia divisa in tante falde, o superficie perpendicolari al piano dell'orizzonte, e distese in lungo secondo la direzione del fiume, come per esempio, una falda d'acqua aderente a tutta la superficie interna dell'argine AB, quand'ella fusse ristretta da un altro muro parallelo ad AB, sicchè vi rimanesse in mezzo uno strettissimo canale pien d'acqua perpendicolare all'orizzonte, egli è certo, che la detta falda d'acqua avrebbe la sua parte inferiore triangolare IEH ripiena d'acqua stagnante, e sarebbe l'angolo EHI retto, essendo naturale all'acqua il livellarsi. Ma l'eminente acqua dopo aver corso per AI, seguiterà a camminare orizzontalmente sopra IH, e poi si precipiterà

rà per l'orlo della pescaia in H, verso la parte inferiore P. Ma quando tutto il fiume è pien d'acqua, vien ella a far l'ufficio del muro parallelo, e prossimo all'argine A B, sicchè necessariamente la detta acqua eminente verrà a correr sopra quella, che riempie il triangolo rettangolo E H I; questo stesso si può dire di tutte l'altre infinite superficie d'acqua parallele all'argine A B, quali son quelle, che correndo per R L, e C K, riempiono i fondi de' triangoli Q M L, ed F G K; e perchè i detti triangoli rettangoli E H I, Q M L sono tutti simili, similmente posti, e paralleli fra di loro (perchè i lati omologhi, quali sono E H, Q M, &c. sono eguali fra di loro, e paralleli, per esser comuni sezioni de' piani verticali equidistanti, e del piano del muro E G) adunque tutti i lati omologhi H I, M L, G K sono paralleli fra di loro, e son collocati nel medesimo piano, nel quale giace la retta G H. Adunque quelle tutte compongono un sol piano H I K G, il qual'è pendente da H I verso G K, che è la parte più inferiore del fiume. Inoltre se per lo punto G nel piano E G si tirerà la G X parallela al piano orizzontale, e per lo punto X la X T parallela ad H I, ovvero a G K, e si congiungerà la linea T K, si sarà formato lo spazio frusto di piramide triangolare X T E F K G, il qual vano si riempirà d'acqua stagnante, la superficie superiore della quale sarà il trapezio T X G K parallelo al piano orizzontale, sopra del qual trapezio s'appoggia pendendo verso G K l'eccesso dell'acqua del prisma I H E F G K sopra il suddetto frusto di piramide d'acqua stagnante X T E F K G.

Supposto questo, considerando l'acqua, che scorre per le linee parallele ad R L, e che sopravanza il prisma I H E F G K, è necessario, che le dett'acque pieghino qualche poco il loro corso da L verso la destra parte K G, verso dove pende il piano soggetto I G d'acqua, che vien impedita, nè può correre per le primiere direzioni; e perciò lasciata la prima direzione L M, piegherà il suo corso per L Z, e quivi cavalcando la pescaia, dovrà di nuovo rifrangersi il corso dell'acqua verso la nuova via della scesa Z N dal comignolo nel piano susseguente, e come si disse nel precedente caso, l'acqua correrà per una linea Z O, che cade fra le rette linee L Z S, e Z N, e per altre a lei parallele, e questo era quello, che si doveva provare. (a)

CA-

(a) Ponendo il Michelini, che la sezione H E F G della pescaia sia un parallelogrammo, e che questa sia posta obliquamente al fiume, giustamente egli pensa, che tal pescaia riuscirà più bassa nella parte inferiore, attesa la pendenza del fondo del fiume. Siccome però la pendenza in quel tratto di fiume, in cui può disporsi una pescaia, è per ordinario piccolissima, piccolissima riuscirà pure l'inclinazione del ciglio, o comignolo della pescaia, ma, siavi tal inclinazione, o attesa la molta pendenza del fiume, o perchè siasi così costruita, di maniera che la sezione H E F G sia un trapezio, è da notarsi di più, oltre a ciò che si è detto di sopra, che il ciglio della pescaia più basso in G, che in H,

CAPITOLO XXI.

Degli effetti, che producono i pignoni, che dall' argine si sporgono verso il mezzo del fiume, costituendo angoli ottusi con l' argine dalla parte superiore del fiume.

SI è veduto ne' capitoli antecedenti la cagione, perchè i fiumi nel corso degli anni spontaneamente debbono mutar direzione; ora proporremo un modo facilissimo da poter fare il medesimo effetto coll' arte, benchè paia incredibile, che le deboli forze umane possano fare un lavoro, che ricerca una virtù immensa. Supponghiamo dunque il fiume RZ (*Fig.* 11. *Tav. V.*) esser uniforme, e regolarmente diretto, il cui fondo, o piano sottoposto sia cretoso, o facile ad esser incavato. Aggiungasi poi all' argine AH un ostacolo, o pignone, qual' è BC, siasi egli murato, o di qualsivoglia altra materia stabile, ma diritto, e che faccia dalla parte superiore del fiume l' angolo ABC ottuso, e il conseguente angolo CBH acuto, e primieramente la corrente dell' acqua, che urta nel pignone BC non superi l' altezza di detto pignone, e sia BC tanto lungo, che s' approssimi alla linea di mezzo del fiume. E' non ha dubbio, che prima, che vi fusse il pignone BC, l' acqua scorrendo con pari velocità, e copia di quà, e di là dalla via di mezzo del fiume, benchè il suolo amovibile fosse cretoso, ne risultava un alveo egualmente, e uniformemente incavato, e pendente dall' una, e dall' altra sponda verso la linea di mezzo salendo con eguale inclinazione verso gli argini opposti; (*Cap.* 8.) ma aggiuntovi poi il pignone suddetto, le velocità delle parti del fiume, e le loro direzioni saranno molto diverse da quelle di prima; poichè l' acqua, che corre per la linea AB, per l' intoppo del pignone posto a seconda della corrente, è necessitata a indirizzare il suo corso verso le parti EDC, dove l' obliquità del pignone si dirizza, e dove il suolo è più pendente, e dove il peso, e impeto della corrente la spigne. Ma perchè altre acque arrivano in E per la linea IE parallela ad AB, e queste con impeto maggiore scorrono, per esser più vicine alla linea di mezzo; adunque elle come più impetuose terranno in collo in E l' acque più pigre, che si condussero in B aderenti all' argine,

---

H, chiamerà il filone del fiume più vicino alla ripa CD, che all' opposta AB, scorrendo l' acqua da questa parte con maggior altezza, e perciò con maggior velocità. Quindi è, che volendosi il filone da una parte piuttosto del fiume che dall' altra, per derivazioni, diversioni, o altro oggetto, si fabbricano attraverso di esso le pescaie in questa guisa appunto, e l' intento si ottiene tutte le volte, che cagione più potente non obblighi il filone a portarsi per l' altra parte, nel qual caso può anco talvolta restare interrita la parte più bassa della pescaia.

ne, e per la medesima ragione altre acque, che arrivano in D, portate per la linea K D parallela all' argine, molto più vicine alla linea di mezzo, e però molto più veloci, che non erano le precedenti, molto più terranno in collo l'acque di B E, e finalmente quelle, che arrivano in C estremo termine del pignone, terranno assai più in collo tutte l'altre acque B E D. E perchè il fiume bada a correre, il livello dell' acqua sarà rinnalzato per tutto lo spazio B E D C S ordinatamente, e perchè elle hanno l'esito in C G, dove il livello dell' acqua è più basso, essendo la corrente del resto del fiume non impedita; adunque l' acqua tenuta in collo, e sollevata nello spazio B C S, sarà necessitata a correre per isboccare, e condursi a' luoghi più bassi. E notisi, che non solo l' acque eminenti rigonfiate, ma ancora le basse, e profonde acquistano velocità maggiore dopo il rialzamento del loro livello (come si dirà appresso) e però si accresce la cagione di scorrere l' acqua per B C strisciando la sua superficie. Oltr' a ciò è da considerare, che l' acque che urtano sopra la faccia obliqua B C del pignone, per le linee parallele ad A B, debbono riflettersi ad angoli eguali a quelli dell' incidenza verso S F, ritenendo quasi l' istesso impeto di prima, e queste stesse linee dell' acque riflesse vengono ad esser ripiegate, e rispinte verso B C da tutta la corrente A B S L, sicchè tutta l'acqua B S C, viene ad esser come una bietta compressa, come un nocciolo fra le dita, dal prisma d' acqua A B S L, e dal pignone B C, e però successivamente verrà scacciata l' acqua C B S verso S C, non potendo ella patir condensazione. Adunque per questa nuova cagione dovrà più efficacemente l' acqua urtare, e strisciare la faccia B C del pignone. (a) Di più perchè l' acqua, che scorreva per tutta l' ampiezza del fiume B F, e si scaricava nella larghezza inferiore H M, ora per l' ostacolo B C non può scorrere, e scaricarsi se non per lo spa-

(a) I filamenti aquei, che si riflettono per l' ostacolo del pignone, incontrando i filamenti dell' acqua che sopravviene, tolgono a quella tanto più di moto, quanto più il pignone s' accosta ad esser perpendicolare alla ripa, e l' obbligano a muoversi, con quella parte di moto che le resta, per una nuova via, nella quale incontrando essi altri filamenti d' acqua sopravveniente, perde successivamente altra parte di moto, onde è che per tali riflessioni, ed incontri l' acqua nello spazio triangolare A B C si ritarda notabilmente sopra il pignone per un tratto tanto maggiore, quanto più quegli s' accosta ad esser perpendicolare al corso del fiume, e sempre più esteso sarà esso tratto presso la ripa, attesa la minor forza che ha ivi per ordinario l' acqua sopravveniente, e riflessa, per superare il corso de' filamenti aquei verso la punta C, e si diminuirà a misura che si accosta verso questa per la minore ineguaglianza ne' filamenti, e per l' invito inoltre, o adesione di questi con i filamenti liberi R S: Quindi è che il sopraddetto spazio triangolare d' acqua ritardata, e quasi stagnante sarà terminato per la parte superiore da una linea per lo più curva, la quale incominciando alla ripa alquanto sopra il pignone terminerà precisamente alla punta C di questo; ed in detto spazio si faranno appoco appoco delle deposizioni, se non sieno esse impedite da un qualche vortice, o verticale, quale facilmente suol formarsi, se la faccia del pignone sia verticale al fondo del fiume, o orizzontale, come suol avvenire se sia acuto l' angolo superiore del pignone con la ripa. Se il pignone però si accosti molto ad esser parallelo al corso del fiume, o se i filamenti aquei l' incontrino con moto tardo, e poco violento, raderanno questi il pignone, e poca, o niuna deposizione farassi avanti di esso.

spazio stretto C G; adunque è necessario, che l'acque di tutto lo spazio B F G C rigonfino, e queste dopo la strettezza dell' esito C G trovando lo slargamento, ed ampiezza G C H M, e volendo elle livellarsi, è forza, che si abbassino notabilmente sotto lo sboccamento C G. Laonde l' acqua rigonfiata da C G si precipiterà verso il basso con corso velocissimo, il quale applicato al peso, ed energia di tutta l' acqua, che vi corre, urterà veementemente il suolo, o letto del fiume sottoposto a G C poco lontano da tal sito, e quivi scaverà il terreno mobile, il quale scavamento cagionando maggior precipizio, e velocità all' acque, che cadono da G C, però scemando quivi la mole dell' acqua, potranno comodamente l' altr' acque rigonfiate B S C lungo il pignone B C, cadere anch' elle per il precipizio C G, e corrervi, e nel correre, che fanno aderente al pignone, striscieranno la sua superficie, ma molto più la punta C, e però ella sarà più scalzata del restante del pignone, e verrà a formarsi il suolo aderente al detto pignone molto pendente, e incavato verso il suo termine C, poichè l' angolo ottuso B non solo vien poco, o nulla strisciato, ma è ragionevole, che vi rimanga molto impostime, per esser più che altrove ritardata l' acqua in dett' angolo. Oltr' a ciò perchè l' acqua, come gli altri gravi, preso che ha un impeto, non lo lascia subito, e continua ella a muoversi per quella direzione, che aveva prima incominciato, adunque l' acqua, che correva lungo lo scaglione B C, manterrà la dirittura del precedente corso, e benchè ella sia alquanto deviata dal corso delle rimanenti acque L C G F, non però quella prima velocità verrà estinta affatto, ma d' ambedue se ne comporrà una terza direzione C N, che ad angoli più acuti incontrerà l' argine opposto F N P, percotendolo con grand' impeto in N, il che maggiormente dovrà seguire per un altra ragione, e si è, perchè la corrente impetuosa, che passa per lo stretto G C, notabilmente averà scavato, e afondato il suolo susseguente C G M, e per lo contrario la parte opposta C H B non solo non potrà esser corrosa, ma bisogna che molta torbidezza vi s' imponga per cagione della poca corrente, che ha l' acqua di là dal riparo del pignone: (*Cap.* 7.) il perchè il letto del fiume oltre la sboccatura C G sarà divenuto alto verso B H, e molto depresso, e scavato in G M, sicchè oltre la direzione dell' acqua, che striscia lungo il pignone B C, aggiuntavi la pendenza, e declività del letto del fiume incavato verso l' argine G N P, l' acqua corrente urterà con l' impeto di energia, e di moto attuale il detto argine G N P, il quale se sarà di terra amovibile, verrà corroso, e vi si farà col tempo un gran seno tortuoso, qual' è M N O, e s' egli per avventura fusse di muro poco resistente, o pur fabbricato su la rena, e terreno cretoso, essendo sempre più scalzato, e tormentato dalla detta corrente, potrà facilmente rimaner senza fondamento sospe-
so

ſo in aria, e poi piegarſi, e rovinare, e continuando la medeſima corrente per le medeſime ragioni a dilatar l'apertura, buttando a terra maggior parte di muro, e poi rodendo il conſeguente terreno mobile, verrà a formarvi un capace ſeno M N O. pel quale indirizzandoſi la corrente del fiume, lo farà divenire incurvato, e tortuoſo. (*a*) E ſe poi la corrente rifleſſa verſo l'argine oppoſto A B H ne' luoghi più baſſi, come in Q vi faceſſe (com'è veriſimile) altri ſeni, e così ſucceſſivamente, potrà in progreſſo di tempo tutto il fiume divenir ſerpeggiante, la qual coſa, benchè ſia opera, che di gran lunga ecceda la virtù, e forza umana, tuttavia ei ſi vede eſſere ſtata cagionata da quel debole riparo del pignone BC, il quale a guiſa del timone d' una gran nave, induſtrioſamente neceſſita l'acqua con la ſua immenſa forza, ed impeto a correre, rodere, ſcavare, e precipitar edificj ſaldiſſimi, e mutare il corſo d'un intero fiume, coſa veramente, che ha del maraviglioſo, come ſono molte altre cagionate dall'intelletto umano, benchè egli ſia fornito di forza inferiore di gran lunga a quella di tanti animali vaſti, e a quella de' venti, dell' acqua, e della terra. Sia finalmente la ſommità del pignone BC, più baſſa del livello dell' acqua; non ha dubbio, che l' acque inferiori, le quali urtano nella faccia del pignone, ſi rifletteranno, ſtriſceranno il detto pignone, rimanendo più potenti le cagioni di prima, e però farà quaſi gli ſteſſi effetti. Reſtano ora da conſiderarſi l' acque, che ſcorrono ſopra l'orlo del pignone, e queſte mentre ſono contigue a dett' orlo, patiranno qualche refrazione verſo l' argine BH, per le cagioni dette di ſopra: (*Cap.* 20.) ma l'acque più eminenti, e lontane da detto orlo continueranno il loro corſo diritto parallelo all'argine A H, benchè con moto più tardo delle contrappoſte acque copioſiſſime, che ſcorrono verſo l' argine F N. (*Cap.* 17.)

E' però degno di conſiderazione l' effetto del refrangerſi l' acqua verſo l'argine B H, quando il pignone farà angolo ottuſo col medeſimo argine dalla parte ſuperiore del fiume, poichè in alcuni caſi ſi rivolterà la corrente nel cavalcarlo, con impeto notabile verſo detto argine a danneggiarlo, e queſto ſempre più, e più quanto maggiore ſarà detto angolo, come per lo contrario quanto l'angolo ſarà meno, e meno ottuſo, tanto minore ſarà l' offeſa, finchè ridotto ad eſſer retto ceſſerà affatto il danno.

CA-

(*a*) Ne' fiumi di lento movimento poco agirà contro la ripa F D la forza de' filamenti d'acqua rifleſſi I E. K D. L C; ma moltiſſimo opererà il riſtringimento della lezione C G per il pignone C B, qualunque direzione, e inclinazione queſti abbia, e cagionerà ivi altezza maggiore d' acqua, e maggiore velocità, e avvicinamento del filone alla ripa F D, qua'e anco per tale unica ragione reſterà offeſa, e corroſa fino che ſiaſi reſtituita la neceſſaria larghezza Ne' fiumi poi di corſo violento, l'una, e l'altra cagione s' unirà inſieme per ſcavare, e corrodere il fondo, e l' argine ancora in M N O.

CAPITOLO XXII.

Degli effetti, che producono i pignoni quadri, che dall' argine si sporgono verso il mezzo del fiume, costituendo angoli acuti, o retti con l' argine dalla parte superiore del fiume.

BEnchè questa sorta di pignoni, de' quali ora dobbiamo trattare, non abbia molto uso, e sia il più delle volte molto dannosa, è però utile a far' intendere la natura di quelli, che si dovranno da noi adoperare. Sia dunque lo stesso fiume (*Fig.* 12. *Tav. V.*) uniforme, e regolarmente diretto R Z, e da uno degli argini A H si continui il pignone, la cui faccia, cioè il parallelogrammo B C, sia eretta perpendicolarmente al piano dell' orizzonte, e faccia con l' argine l' angolo A B C prima acuto, poi retto (*come nella Fig.* 1. *Tav. VI.*) dalla parte superiore R del fiume, e il livello dell' acqua sia più basso dell' orlo supremo del pignone B C. Dico, che non patirà il pignone notabile spinta, ed urto dalla corrente, nè punto sarà scalzato, fuorchè nel suo estremo termine O C, e questo minimo danno maggiormente dovrà succedere quando il pignone è perpendicolare all' argine. Oltr' a ciò nello spazio A B C gonfierà l' acqua, e si rialzerà, e acquisterà una rivoluzione contraria al corso del fiume, ma indirizzerà la corrente principale del fiume ad urtare nell' argine contrapposto, ed il letto del fiume si rialzerà, e riempierà dalla parte del pignone, ma sarà corroso, e incavato dalla parte opposta.

Perchè l' alveo del fiume uniforme, e regolarmente diretto pende da R verso 'l pignone B C, e l' acqua, la quale si parte da R luogo alto verso B C G, corre con egual velocità dall' una, e dall' altra parte della linea di mezzo R Z, adunque è necessario, che quella parte, la quale urta nel pignone B O C, portata per linee parallele ad A B, arrivata vicino al pignone si livelli. Di più è necessario, che dopo esser livellata, gonfi l' acqua, poichè per le linee più vicine alla linea di mezzo R Z l' acqua correndo più impetuosa, che per le linee più lontane, (*Cap.* 8.) vien' a tenere in collo quell' acque, che son più vicine all' argine A B; di più perchè per l' obliquità della faccia del pignone, che fa l' angolo L C B ottuso, è necessitata l' acqua, che vi corre su per le linee L C, K D, ec. a rifletterli verso l' argine A B, e quest' acque riflesse trovano meno resistenza, quanto più s' avvicinano all' argine A B, poichè K D corre meno furiosa che L C, ed I E meno impetuosa che K D: però è necessario, che con lentissimo moto l' acqua giri da C per P, seguitando la rivoluzione con moto contrario al fiume da

P ver-

P verso Q, che è prossimamente il confino, dove l' acque B Q si spianano, e si livellano, e questo succede, sì perchè lungo l' argine la corrente da A in B è debolissima, sì perchè l' acqua contenuta nello spazio B Q C vien' a formare com' un' argine d' acqua Q O, nel quale urta la corrente diretta parallela ad A B. Arrivata poi l' acqua in Q, parte si confonde con la nuova corrente, e ritorna verso il pignone, parte si libera da quel laberinto, e scorre aderente all' argine d' acqua Q O; e qui è da avvertire, come lungo la superficie Q C d' un nuovo pignone Q O C fatto d' acqua quasi stagnante, che fa angolo ottuso con l' argine dalla parte superiore del fiume, vi scorre l' acqua compresa fra le parallele L C, ed A Q, e perchè nello spazio Q B C pieno d' acqua quasi ferma non vi può penetrare la sopravvegnente acqua R A Q C, adunque questa non si può condurre tutta intera ad urtare nel pignone B C, ma solamente qualche piccola parte sparsa, come una nebbia fra le parti dell' acqua Q B C quasi stagnante; sicchè la maggior parte dell' acqua corrente R A Q C, urta nella superficie Q C dell' acqua Q B C, la quale le serve come di guanciale cedendo alle percosse col sollevarsi sopra il proprio livello per tutto lo spazio Q C B. Laonde è manifesto, che il pignone B C O non sarà gran fatto urtato dalla corrente, nè maggior fatica dovrà durar di quella, che basta per resistere all' appoggio impetuoso dell' acqua Q C B. (*a*) Di più non potrà il medesimo pignone essere strisciato dalla corrente, perchè l' acqua non viene da B verso C: ma per lo contrario lentissimamente si muove da C verso B, dovendo salire verso l' argine, dove il letto si va sollevando, ma poi sarà massimamente urtato, e corroso l' estremo suo termine O C dalla rapidissima corrente, che lo striscia: è ben vero, che tal' urto verrà alquanto mitigato dalla propensione, o peso dell' acqua Q B C verso le parti C O. Finalmente essendosi formato un nuovo quasi pignone d' acqua Q C O a seconda del fiume, farà gli effetti dichiarati nel Capitolo antecedente, cioè, avvierà la corrente principale a urtar l' argine contrapposto F N con tutte le circostanze già dette, ma meno efficacemente di quel, che faceva il pignone a seconda di materia dura, e resistente. Egli è però soprattutto da avvertire, che lungo il pignone B C O dalla faccia davanti, e di dietro l' acqua torbida imporrà assai, per esser quivi quasi stagnante, (*Cap.* 7.) e però il letto si anderà riempiendo, e rialzando.

Non

(*a*) Il pignone per vero dire non resterà molto percosso dalla corrente, ma la forza dei vortice, che li produrrà da' fiumenti riflessi verso la sponda A B nell' angolo acuto, finchè non siasi allargata la sezione del fiume, e fatte le deposizioni, può esser tale da cagionare in quella, notabile corrosione, e scavare talmente il fondo sotto il pignone, sicchè esso restando senza sostegno, e quasi per aria, finalmente rovini.

Non poca chiarezza riceveranno le cose dette fin' ora considerando gli effetti del pignone B O, (*Fig.* 1. *Tav. VI.*) quando egli farà angoli retti con l' argine, o con la corrente L C, che però ci faremo alquanto più da capo. Nel letto del fiume uniformemente pendente da A R, verso il pignone B C O, l' acqua, che scorre per le linee I E, K D, L C parallele fra di loro, e all' argine, non essendo un corpo duro, benchè sia trattenuta dall' impedimento del pignone, non potrà formare un prisma continuato, come una trave immobile, per tutta la lunghezza del fiume dal pignone insù; ma per lo contrario l' acqua, per esser fluida, massimamente suddivisa, e distraibile, vediamo, che poco lontano dallo scaglione vi corre all' incontro con tanta pendenza, e furia, come se tale scaglione non vi fusse. segno, che ella non sente per ancora la forza dell' ostacolo in tanta lontananza, mentre la linea della pendenza del fiume viene ad esser più alta dello stesso pignone.

Supposto questo, consideriamo, che dopo esser per la prima volta ripieno tutto lo spazio C B A L d' acqua; volendo venirne dell' altra per le stesse linee I E, K D, L C (come è certo, che vi viene, e l' esperienza lo mostra) questa non potendo seguitare a rialzarsi, è necessario, che si scarichi pel luogo basso O G, dove può aver l' esito. Adunque l' acqua, che corre per I E vicina all' argine, per iscaricarsi, dovrebbe far il viaggio incurvato I E C; ma tale strada è impedita per due cagioni, prima, per esser ripiena tutta delle prime acque, seconda, per l' impeto maggiore, che ha l' acqua, che sopravviene per le linee L C, e K D, più vicine alla via di mezzo del fiume, per la qual cosa ella si fermerà in E; e lo stesso dovrà intervenire ad altr' acqua, e sopravvenendone delle nuove per A Q, I P, queste per iscaricarsi si avvicineranno per la più breve strada, che trovano per condursi al basso della sboccatura C G, e però è forza, che si appiglino ad una strada obliqua, qual' è Q C, e così verrà a rimanere nel cantone B quasi un prisma d' acqua stagnante, il quale averà una superficie d' acqua C O Q, lungo della quale vi scorrerà tutta l' altra acqua, che sopravviene fra le parallele A Q, L C.

E quì facilmente si comprende, che quando l' angolo A B C è retto, allora cessa la principal cagione di riflettere l' acqua verso l' argine, dovendosi far la riflessione per le stesse linee dell' incidenza L C, K D, le quali sono perpendicolari al pignone B C, e però non vi è ragione, perchè l' acqua debba girare per C E Q, se non forse poco, e debolmente; ma dovrà ad ogni modo gonfiar l' acqua, e rialzarsi nello spazio B C Q, rimanendovi quasi immobile per esser tenuta in collo da quelle, che sono più impetuose, le quali corrono più vicine alla linea di mezzo R Z. Ora in questo caso piccola sarà la mole dell' acqua sta-

ſtagnante B Q C, e però poca difeſa farà al pignone B C contro gli urti perpendicolari, e più impetuoſi della corrente ſuperiore. Per la qual coſa ſarà tal pignone più tormentato, e meno atto a reſiſtere, maſſime verſo la punta C O. Ritiene anco queſto pignone l'ultima condizione di cagionare quaſi un nuovo pignone d' acqua Q C poſto a ſeconda del fiume, (*Cap.* 21.) in virtù del quale invierà la corrente contro l' argine oppoſto F N, ed il ſuolo ſi anderà ſollevando, e interrando dalle torbide lungo l' argine A H dinanzi, e di dietro al pignone B C per eſſer l' acqua in que' luoghi quaſi ſtagnante. (*Cap.* 7.)

Supponghiamo nel ſecondo luogo, che il livello dell' acqua del fiume ſia più alto, e ſollevato, che non è l'orlo ſupremo del pignone B C, egli è manifeſto, che l' acque, le quali non avanzano l' orlo del pignone, faranno i medeſimi effetti notati nel primo caſo, perchè rimangono le medeſime cagioni; (*Cap.* 19. *e* 20.) ma l' altr' acque, che immediatamente ſopraſtanno all' orlo del pignone, dovranno ſeguitare il loro corſo diritto, quando il pignone è perpendicolare all' argine, ma quando egli forma l' angolo acuto A B C (*Fig.* 12. *Tav. V.*) allora il corſo dell' acqua ſi rifrangerà qualche poco verſo la linea di mezzo del fiume R Z. Paſſando poi all' acque più eminenti, queſte continueranno il lor corſo diritto parallelo all' argine, (*Cap.* 17.) ma più lento dalla parte del pignone, che dalla parte oppoſta, e la maggior varietà, che ivi ſi potrà oſſervare, ſaranno alcuni cavalloni, o ondeggiamenti nel luogo ſopraſtante al pignone. (*a*)

Finalmente è da notare, che tutte le coſe da noi generalmente pronunziate, debbono poi adattarſi a' caſi particolari, con quell' eccezioni, e varietà, che richiede la diverſità del ſuggetto, perch' elle ſi verificano, e ſuccedono non in tutti i fiumi indifferentemente, ma ſolamente in quelli, che ſon perpetui, e hanno il corſo continuato, e che nelle piene portano rena, e ghiaia minuta: ma ne' torrenti precipitoſiſſimi, i quali portano ſaſſi groſſi, e alberi, ſarà il pignone B C O più tormentato, e ſcoſſo, e però avrà biſogno di maggior robuſtezza, e difeſa; perchè ne' fiumi ordinari l' acqua della piena va innalzandoſi inſenſibilmente con falde ſottiliſſime, le quali poca ſpinta, e forza poſſon fare: ma ne' torrenti vien talvolta un monte d' acqua tutto inſieme ad urtare, e ſpignere la faccia B C O del pignone. Di più i ſaſſi grandi, che ſi precipitano per le linee L C, K D, non potranno eſſer impediti dall' acqua ſtagnante B Q C, ma ritenendo l' impeto concepito correranno a picchiare, e sbattere il detto pignone. Gli alberi poi, che galleggiano, poſſono non ſolo urta-

(*a*) Se la ſuperficie dell' acqua anteriore al pignone ſia notabilmente più alta della poſteriore, come accader ſuole ne' fiumi di gran velocità, la caduta dell' acqua che trabocca, oltre ad offendere la ripa B H, ſe l' angolo C B H ſia acuto, ſcaverà ancora l' alveo del fiume al di là del pignone.

urtare, ma anco rimaner inviluppati con le loro barbe, e rami al detto pignone, e però stravagantemente lo scuoteranno. Adunque per difendersi da' sassi, si potrebbe far d' avanti al pignone una scarpa, nella quale urtando il sasso, sarà trattenuto, e così il detto pignone col tempo verrà fortificato da i medesimi sassi, e ghiaia sempre, e sempre più. E contro gli alberi basta fare il pignone basso, forte, e puntellato dalla banda di dietro. Questa sorte di pignoni serve rare volte, come si disse da principio, ma però in alcuni casi è utilissima.

CAPITOLO XXIII.

Degli effetti, che producono i pignoni triangolari, che dall' argine si spergono verso il mezzo del fiume scemando la loro altezza a scarpa, e costituendo angoli acuti con l' argine dalla parte superiore del fiume.

Fin'ora si sono arrecate molte cose in ordine a quelle, che avevano a venire, una delle quali, e la principale sarà la forma de' pignoni, che in questo capitolo si hanno a dichiarare. Per intelligenza.

Sia di nuovo lo stesso fiume uniforme, e regolarmente diretto RZ, (*Fig. 2. Tav. VI.*) e dall' uno degli argini AH si continui il pignone triangolare BCE eretto perpendicolarmente al piano dell' orizzonte, la cima, e orlo del quale dall' argine in B vada calando a scarpa, finchè il suo termine C venga interrato sotto il letto verso il mezzo del fiume, e faccia con l' argine l' angolo ABC acuto dalla parte superiore del fiume. Dico, che tal pignone pochissimo sarà scosso, e tormentato dalla corrente, fuorchè nella punta estrema C, e non solo non sarà scalzato, e corroso, che per lo contrario dovrà esser col tempo sotterrato nella belletta, e avvierà la corrente principale ad urtar l' argine contrapposto. Le quali cose per mostrar con chiarezza supponghiamo, che l' acque del fiume vadano successivamente crescendo, e sollevando il suo livello dall' infimo termine CE del pignone, salendo, e rialzandosegli attorno, che è lo stesso, che considerare diversi suoli, o livelli dello stesso fiume. Scorra l' acqua per la linea MC, e per altre parallele fra di loro, e all' argine, le quali tutte s' intendano collocate nello stesso livello dell' acqua del fiume. Egli è manifesto per le cose dette nel Capitolo precedente, che l' acqua, la quale corre per MC incidente con un angolo MCE ottuso col pignone, dopo esser rigonfiata, dovrà necessariamente reflettersi, e scorrere lentamente lungo il pignone da C verso E, e poi girar verso il supremo termine T, finchè l' urto della corrente AT non la ferma; e così dopo esser ripieno, e ricolmato d'acqua lo spazio CET, la corrente diretta, compresa fra le parallele MC, e AT, viene ad ur-

tare in un nuovo pignone d' acqua T C, che le serve come di guanciale posto a seconda del fiume, perchè egli fa l' angolo ottuso A T C con l' argine, e sopra il detto pignone T C, l' acqua A T C M, che continua a corrervi, è necessitata a sgravarsi verso le parti più basse C D G, essendo naturale all' acque di andar sempre ne' luoghi più bassi, non di salire. Nel medesimo modo l' acqua più sollevata, che scorre per la linea L N, si rifletterà da N verso P, e con moto lento girerà per N P V, e riempierà, e colmerà un altro spazio, formando un altro pignone a seconda del fiume, qual' è V N. E perchè la L N, come più lontana dalla via di mezzo, è meno veloce, che non è M C, adunque il corso N P V sarà più lento, che non era quello di C E T. Ma l' impulso contrario per A V è quasi egualmente veloce a quello, che si fa per A T, essendo ambedue egualmente lontane dalla via di mezzo: adunque l' impulso per A V ha maggior proporzione alla minor velocità di P V, che non ha alla velocità maggiore di E T, e però molto prima sarà superato, e s' estinguerà il moto lento per P V, che non fù estinto il moto per E T. Per la qual cosa la girata P V sarà più breve, che non era E L. Per la medesima ragione in tutti gli altri punti dell' orlo del pignone, il livello d' acqua si rifletterà girando sempre più lentamente, quanto più s' avvicina alla sommità B; e però la girata I Q X sarà minore dell' N P V: sicchè verso B sarà nulla, e tutti i termini delle girate T, V, X, B saranno costituiti in una medesima linea T B. Laonde dopo esser l' acqua del fiume alzata, e ripieno tutto il letto fino a B, tutto il cumulo dell' acqua ricolmata, e che gira dall' orlo del pignone C B per l' angolo acuto, ch' egli fa con l' argine, rivoltandosi contro la corrente del fiume, formerà quasi una piramide d' acqua B C T E trattenuta con lentissimi giri, la quale costituisce un nuovo letto d' acqua triangolare E T C inclinato, e pendente verso R Z, e sopra tal letto scorre un corpo d' acqua compreso dalle linee A B, K T, M C, e questo non potendo penetrare ad urtare la superficie B C E del pignone, se non spargendosi fra i minimi componenti dell' acqua, a guisa di fumo, o nebbia, non potrà scuotere il detto pignone, ma solamente scorrerà strisciando, e rodendo la superficie B T C della stess' acqua, la quale niente importa, che sia corrosa, e il taglio B C del pignone nulla può patire dal contatto supremo dell' acqua, che non percuote la faccia, o superficie del detto pignone E C B. Dal che si raccoglie, che la superficie, o faccia B C E del pignone è impossibile, che sia strisciata dalla corrente, poichè ella non vi corre, anzi con lentissimo giro si muove all' insù, che è quasi lo stesso, che se fosse stagnante, e però è impossibile, che sia scalzato: ma ben dovrà in tempo di piene deporvisi molta belletta, e sollevar tutto il suolo E C T. Vero è, che la punta C del pignone sarà notabilmente

te scalzata, perchè quivi la corrente è gagliardissima; in virtù della quale l' acqua rodendo il suolo, le toglie il fondamento, e tormentandola con gli urti, la può rompere, e scantonare. Ma questi danni quanto debbano stimarsi in paragone de' beni, che producono i pignoni disposti in questa forma, e in che maniera poss' anche provvedersi, acciocchè le dette punte non sieno rose, se ne discorrerà appresso; ma intanto deesi molto ben notare, che l' acqua non può in niuna maniera strisciare, e scalzare il pignone B E C per tutta la sua lunghezza verso E, ancorchè nello spazio C E T vi fusse già qualche buca, o fondo, poichè prima di cader l' acqua dal termine C, dee riempiere tutto quel fondo, e tanto è, che in detta buca vi sia acqua, che terra, quando ella è ferma, e stagnante.

Per intendere poi quel, che dovrà seguire, oltre allo scaglione dalla parte E O inferiore del fiume, dobbiamo di nuovo considerare il progresso del crescer della piena, figurandoci, che il livello dell' acqua sia giunto a qualsivoglia retta linea M C O, e allora per l' impedimento dell' acque T E C trattenute, e rialzate dal pignone, le nuove acque, che giungono per lo spazio A T C M, è necessario, che si rialzino sopra il livello di quell' acque, che liberamente scorrono fra M C, e l' argine opposto F G. Adunque quelle si precipiteranno verso le parti basse C D G, le quali verranno anche rialzate per la giunta di dette acque venute di traverso, e tutte queste insieme dovendosi scaricare per lo stretto C D, in uno spazio amplo G E, è forza, che si sbassi la loro altezza; e notisi, che l' acque, le quali da C debbon correre dalla parte di sotto aderenti al pignone C E, non hanno altr' impeto, che quello, che porta la necessità di livellarsi un sottil velo d' acqua, il quale di ritorno, e stracco dee salire a riempire la parte C E, perchè l' impeto impresso, col quale sbocca da C D, non solo non l' avvia per C E, che per lo contrario egli s' indirizza da C verso O, declinando anche qualche poco dal suo corso diritto, verso l' argine opposto D G, e questo succede la prima volta nel crescere della piena; ma dopo esser riempiuto lo spazio C E O d' acqua, è necessario, che vi rimanga quasi stagnante, perchè la susseguente acqua, che viene per lo stesso livello M C O, continua il suo diritto cammino, non avendo bisogno d' uscir di strada per riempier d' acqua lo spazio C E O, che per avanti era già ripieno. E dovendosi dir lo stesso di tutti gli altri livelli, che va acquistando l' acqua della piena, passato il pignone, è forza, che vi rimanga come una piramide triangolare d' acqua quasi immobile, qual' è B C E O, la superficie della quale B C O, forma un letto anch' ella pendente, e inclinato verso il mezzo del fiume, la faccia della quale farà angoli con l' altra T B C.

 E quì

E quì sono da avvertire due cose; prima, che nello spazio C E O, si dovrà imporre molta belletta, perchè quivi l' acqua vi rimane quasi stagnante riparata dal pignone; la seconda si è, che il nuovo letto d' acqua B C O, pendente verso il mezzo del fiume, necessariamente avvierà la corrente principale di tutto il fiume contro l' argine opposto D G, perchè scorrendo ella sopra un piano pendente, e inclinato verso l' argine D G, l' impeto d' energia, o peso dell' acqua si dirizzerà ad angoli acuti contro l' argine D G, e aggiuntavi la furia del moto attuale, verrà l' acqua grandemente a tormentare, strisciare, e rodere l' argine contrapposto D G. Tutte le quali cose si dovevano da noi provare.

CAPITOLO XXIV.

Della proprietà de' pignoni triangolari, che dall' argine pendono a scarpa verso il mezzo del fiume, ricevendo la corrente ad angoli retti.

PErchè bene spesso negli angoli, e ne' seni delle svolte de' fiumi, e ne' luoghi dove sia scarsezza di materiali, è necessario fare i pignoni perpendicolarmente elevati ad uno degli argini, o alla corrente del fiume, dovrà anche intendersi la loro natura, e gli effetti, che dovranno produrre: però supporremo, com' altre volte s' è fatto, che il fiume R Z (*Fig.* 3. *Tav. VI.*) sia uniforme, e regolarmente diretto, o pure solamente nella linea di mezzo sia più incavato, che non è dalle bande, e per conseguenza vi correrà più velocemente, e che ad uno degli argini A B H sia unito 'l pignone triangolare B C D, che costituisca con l' argine, e con la corrente del fiume, o pur con la corrente solamente, angoli retti, e vada l' altezza del pignone successivamente scemando, e inclinandosi da B, verso C, in maniera, che 'l suo termine estremo C, venga a esser sotterrato nel letto, o suolo del fiume. Dico, che tal pignone fermerà immobilmente nel suo angolo interno E D C una quantità d' acqua in forma di piramide triangolare, della quale una delle sue facce esterne penderà verso l' argine opposto E G, e avvierà la corrente ad urtare, e scavare l' argine contrapposto, mentre che il suolo aderente al pignone davanti, e di dietro andrà riempiendosi, e rialzandosi.

Intendasi il livello dell' acqua del fiume mentre cresce, con la piena esser arrivato ad intaccare la punta C, del pignone, è manifesto per le cose dette nella seconda parte del Capitolo ventidue, che la falda, o suolo d' acqua, che corre da R I, verso 'l pignone, compresa fra le linee parallele R C, e I D, sarà il prisma triangolare d' acqua stagnante E D C, e scorreranno le sopravvegnenti acque lungo l' orlo, o pignone d' acqua stabile E C. Salendo poi il livello del fiume al segno S, la fal-

falda d' acqua, che corre fra le parallele P S, e X Q, farà un' altro prisma triangolare d' acqua stagnante, la cui base farà il triangolo S Q X, quasi simile, ma più piccolo del triangolo C D E, perchè il lato S Q è minore del suo omologo C D. Nel medesimo modo il livello dell' acqua più alto, che corre fra le parallele K O, e V L, farà il prisma triangolare d' acqua stagnante, la cui base farà il triangolo O L V, minore del triangolo S Q X, e così successivamente; sicchè dopo sollevata la piena fino a B, gl' innumerabili prismi triangolari d' acqua stagnante, collocati i minori sopra i maggiori ordinatamente, comporranno una piramide triangolare B C E D d' acqua stagnante, della quale la superficie triangolare B E C farà un piano d' acqua stabile, e ferma, benchè sia pendente da B verso E C, e perchè non può formarsi la detta piramide d' acqua stagnante B E C D, se non quando l' acqua del fiume si è sollevata, ed ha ripieno tutto il suo letto fino all' orlo supremo A B dell' argine, adunque allora si farà anche formato un prisma triangolare d' acqua mobile compreso da' piani, che passano per le linee parallele A B, I E, R C, la cui base è il triangolo B E C, e quest' acqua mobile viene a esser collocata, e vien' a scorrere sopra il piano B E C, pendente verso il mezzo del fiume. Oltr' a ciò dalla parte di sotto del pignone B C D verso Z H, viene a formarsi (come si disse nel precedente Capitolo) un' altra piramide triangolare d' acqua stagnante, qual' è C B D M, sopra la superficie stabile, e pendente B C M della quale vi scorre l' acqua, che cavalca il pignone. Vi è anco il prisma d' acqua mobile, che scorre liberamente senza essere impedito dal pignone, il qual' è compreso dal piano pendente A B C R, e da tutto il resto del letto del fiume, fino all' argine F G, e tutta quest' acqua unita a quella del prisma triangolare, la cui base è B E C, e i lati sono A B, I E, R C, è necessitata a passar per lo stretto B C G, per condursi poi nello spazio largo M N, e però con la forza del moto attuale, e di energia, o gravità, mentre corre da R verso Z, pendendo verso l' argine F G, viene a violentare, urtare, e strisciare non solamente il suolo, o letto C G, ma ancora l' argine opposto F G N. (*Cap.* 15.) Finalmente rasente lo scaglione dinanzi, e di dietro per tutto lo spazio E B C, e M B C, perchè l' acqua non vi corre, ed è quasi stagnante, dovrà imporre col tempo molta belletta, (*Cap.* 7.) la quale successivamente andrà sotterrando il pignone per tutta la sua lunghezza, eccettochè nella punta C, la quale farà notabilmente strisciata, e corrosa molto più di quel che suol fare, quando i pignoni sono uniti all' argine ad angoli acuti, e questo segue, perchè l' incidenza dell' acqua, e di qualsivoglia altro grave ad angoli retti è la più veemente, e gagliarda di qualsivoglia altra incidenza fatta ad angoli obliqui.

Ed in questi pignoni triangolari parimente dobbiamo notare, che ne' torrenti precipitosi si dovranno fare più resistenti, e alzarvi la scarpa dalla parte E B C, per difenderli dagli urti de' sassi grandi, ma non avran bisogno d' esser molto difesi da' legni, e alberi, che scorrono a galla pel fiume, perchè il livello supremo è più basso verso il mezzo dove corre più velocemente, che dalle bande; e però i legni, che vi galleggiano scorreranno da se verso la linea del mezzo del fiume, dove il livello dell' acqua è più pendente, e basso: ma in tali luoghi la punta C del pignone non vi arriva, ed è tanto bassa, e interrata, che i legni galleggianti nella remota sommità del fiume, non potranno toccare il pignone, nè avvilupparsi con le loro barbe; sicchè la figura stessa triangolare del pignone B D C è sufficientissima difesa contro i legni, e alberi, che portano i torrenti.

CAPITOLO XXV.

Delle cagioni, perchè alcuni ripari de' fiumi, benchè robusti, sieno in ogni modo rovinati.

DOvendosi ora trattare de' ripari de' fiumi, debbonsi prima intender le cagioni degli errori, forse non avvertiti per lo passato, per poterli fuggire prima che insegnare i veri, ed utili rimedi. Avendo veduto rovinare alcuni argini de' fiumi si sono altri persuasi, ciò esser' intervenuto per la debolezza di detti argini, e però si sono ingegnati di rifarli nel medesimo luogo più robusti, e forti di prima, o con porvi sassi sciolti, o con palificate saldamente fitte nel terreno, o con fabbrica di muraglie saldissime, e in ogni modo si è veduto in pochi anni rovinar di nuovo tutto il lavoro, benchè fatto con immensa spesa. Da questo n'è risultato un concetto volgare, che la forza de' fiumi sia quasi insuperabile, poichè non se le può resister nè meno con edifici, e muraglie stimate stabili per secoli interi. Ma così fatto inganno non mi par degno di scusa, perchè nel medesimo tempo, che l'argine di muro grossissimo non potè resistere all' impeto del fiume, bene spesso si è veduto il collaterale, e 'l contrapposto argine benchè di terra semplice frangibile rimanere illeso, ed esser resistente alla forza del medesimo fiume. Non è dunque la robustezza del riparo, quella, che può contrastar con l' impeto del fiume, ma altra cagione molto diversa, alla quale (quando sia bene intesa) si potrà con ripari debolissimi resistere, il che si dirà nel suo luogo: ma per ora è necessario dichiarare, perchè i detti ripari fortissimi furono rovinati. Già si è provato abbastanza, che l' acque quando trovano il letto sollevato non vi corrono, perchè elle non possono salire, nè

nè far forza all'insù, ma se trovano luoghi bassi, e incavati, e pendenti è necessario, che per quella via scorrano spinte dal loro natural talento di andare all'ingiù per la più breve, e ripidissima via, che trovano. E così se nel fiume RZ (*Fig. 4. Tav. V.*) uniformemente diretto vi sia l'argine HDQ, diritto, e fatto di materia forte, e salda, se il letto del fiume per cagione del renaio, o sasso B sarà scavato per lo spazio FDG, è necessario che la corrente principale, cioè, la più copiosa, e furiosa si conduca per la detta via più pendente, e incavata, (*Cap.* 12. 13. *e* 15.) e quivi premendo con la forza dell'energia, o peso, avvalorata dall'impeto del moto attuale, è necessario, che vi scorra, e strisci, e corroda il terreno mobile, il che tanto più ella dovrà fare, allora che arriva in tal luogo pendente con maggior copia d'acqua mossa con maggior impeto, e furia, la qual cosa succede nelle piene. E se il luogo massimamente pendente, e più basso sarà D contiguo all'argine HQ, e che poi tale sbassamento continui alla volta di G, è pur necessario, che il massimo strisciamento, e impeto si faccia nel sito D, infimo luogo dell'HD, e però quivi continuamente andrà più scavando il suolo, finchè trovi il terreno mobile, sopra del quale tal' argine di muro era fondato, e lo lasci sospeso in aria senza fondamento; e continuando a scavare, e a tormentare l'argine co' suoi urti impetuosi, necessariamente il muro benchè saldo doverà alla fine oppresso dal suo peso piegarsi, e poi rovinare. Ora supposto questo, se noi passata la piena torneremo a riedificare il muro in D, diritto, com'era prima, non ha dubbio, che rimanendo viva la stessa cagione, che lo rovinò, potrà anco farlo ricadere la seconda volta, perchè vi rimane il medesimo letto pendente, e scavato FDG, e la cagione di rifletter l'acqua dallo scoglio, o rialto B, e però toccherà sempre ad esser tormentato all'argine HQ nel medesimo sito D, e sempre il suo fondamento verrà più, e più scalzato; laonde in progresso di tempo, per le cagioni dette di prima, potrà anche rovinare, nè vi sarà speranza di poter ritenere saldamente il muro in D, se non si proibisce il corso rapidissimo, che non lo venga ad urtare, e corrodere. E questa è la cagione, che in D non basta la grossezza di qualsivoglia argine, benchè sia fatto di fabbrica grossissima, ma poi poco prima in H, o poco dopo in D, l'argine, benchè sia di terra, persevera intero, ed illeso, e la ragione si è, perchè in questi due siti il suolo è rialzato, e però l'acqua, o non vi arriva, o vi giugne stracca, e senza impeto, nè vi corre, o striscia, e però non ha forza di rodere il terreno, e sbassare il suolo, anzi per lo contrario per la lentezza del corso nello scemar delle piene imporrà in detti luoghi molta belletta; (*Cap.* 7.) onde più di prima rialzato il suolo, verranno sempre più assicurati, e fortificati gli argini benchè deboli ne' siti H, P. Da questo se ne potrà cavare una regola generale, che non è

possibile, che durino gli argini fatti di sassi sciolti, di palafitte, e di muraglie in que' luoghi, che l'acqua vi scorre, e gli strisciа, e questo segue per necessità, nè possono gli edifici fatti con immensa spesa resistere alla forza naturale, con la quale l'acqua gli urta, e gli scava. Dove che all' incontro, se altri trovasse ripiego da far sì, che l'acqua non iscorresse più rapidamente per F D, ma si rivoltasse la corrente furiosa, e impetuosa altrove, è certo che l'argine in D non potrebbe esser offeso, quando ben'egli fosse fatto di semplice terra. I rimedj poi per far sì, che l'acqua non iscorra rapidamente verso l'argine in B, sarebbe lo spianare il rialto B, e rinnalzare il sito basso, e pendente in D, e necessitare l'acqua a scorrere con la massima sua copia, e furia per la linea di mezzo del fiume R F G, e allora scavando, e rodendo il mezzo del fiume la corrente principale, si verrebbe egualmente a scostare da ambedue gli argini opposti, e però non solo non verrebbero a essere scalzati, e urtati, ma ancora ad essere più interrati, e fortificati dall' impostime lasciato nello scemar delle piene. E benchè questi rimedi paiano impossibili ad eseguirsi con le forze umane, io non dubito di poter dimostrare, che sono facilissimi, e di pochissima spesa, come mostrerò ne' seguenti Capitoli. Per ora basti l'aver manifestato l'inganno comune del volgo, che si persuade di poter resistere all' impeto della corrente, o con buttar quantità di sassi nel luogo dell' argine, che si va scavando, e rodendo dal fiume, o con farvi palificate, e muraglie, le quali tuttavia possano essere strisciate dalla corrente, e in somma sieno fatte in maniera, che l'acqua come prima vi possa liberamente scorrere, ed esercitare la massima sua forza d' energia, e di moto attuale, e resti chiaro, che mentre son vive, e perseverano le cagioni, non possono da qualunque edificio proibirsi le rovine, e mantenersi illesi gli argini, e i ripari.

CAPITOLO XXVI.

Del modo artificioso di spianare i renai, o rialti de' fiumi.

DOpo essersi mostrati i difetti di alcuni ripari de' fiumi, che non hanno recati que' beneficj, che se ne sperava, e inteso da' suoi veri fondamenti la ragione, perchè eglino non potessero sussistere, ma necessariamente dovessero rovinare, abbiamo ora a trattare del modo di fabbricare i ripari con pochissima spesa, e che riescano stabili, e resistenti. Ma prima fa di mestieri toglier quegl' impedimenti, che non lascerebbero conseguire il fine, per lo quale detti ripari si debbon fabbricare, e questi sono que' renai, che bene spesso sorgono ne' fiumi, i quali quando non sieno spianati, e incavato il letto del fiume in que' siti medesimi,

mi, dov' erano i rialti, non si potrà mai a nostro piacimento allontanare, e deviare la massima forza della corrente de' fiumi da quelle sponde, che prima erano corrose, e incavate. Ora per conseguire il nostro fine di spianar detti renai, dobbiamo prima supporre, che sarebbe impresa vana, e d' immensa spesa di chi tentasse, e presumesse poter ciò fare con le forze umane, pensando poter cavare, e trasportare un monte di terra da uno ad un altro luogo, il che, quand' anche si facesse, bene spesso potrebbe intervenire, che l' istesso fiume rialzasse, e sollevasse il renaio nello stesso luogo, nel quale era da principio, se per avventura fussero rimase quelle medesime cagioni, per le quali prima fu rialzato, e riempiuto quel sito. Non sono già così deboli le forze della natura, poichè ella si vede in brevissimo tempo fare i renai, e anche spianargli; adunque se noi avessimo modo di servirci delle stesse forze immense della natura, potremmo a nostro beneplacito spianare, e rialzare i renai dove noi vorremo. Però è necessario primieramente ricordare i modi, co' quali opera la natura per far somiglianti operazioni, e quali necessità la costringono a così operare. Egli è certo, che l' acqua naturalmente non può, nè vuol salire a' luoghi alti, e rilevati, ma per lo contrario ne' luoghi bassi, e pendenti ella spontaneamente si precipita; di più non è possibile, che l' acqua roda, e scavi in que' siti, dov' ella non vada copiosa, e vi si muova, e urti con furia, e rapidità; nè è possibile, che l' acqua corra, dove non è pendenza; nè giova la pendenza, quando non abbia l' esito. Sicchè nel fiume R Z (*Fig.* 4. *Tav. VI.*) uniformemente diretto, compreso dagli argini A B, C D, chi volesse spianare un gran renaio, o rialto F G O H, averebbe bisogno prima, di condurvi copia grande d' acqua; secondo, necessitarla a corrervi rapidamente; terzo, ad urtare, e strisciare il renaio, non solo nelle parti superficiali, ed eminenti, ma anco nelle sue parti interne, e profonde; e notisi, che non basta il semplice urto, e spinta dell' acqua, ma è necessario, che ella vi corra rapidamente, strisciando, e rodendo. Ora per conseguire tutti questi fini, bisogna, che noi ci serviamo di quegl' istessi motivi, per i quali la natura è necessitata a così operare, e perchè l' acque basse ordinarie del fiume non coprono il renaio F G O H, correndo per lo canale tortuoso R E I O, bisognerà aspettare que' tempi, ne' quali il fiume porta copia grande d' acqua, che sono le piene, le quali non solo sogliono coprire i renai, ma anche sogliono crescere molto più alto. Ma questa copia d' acqua, da per se sola non basta, come si è detto, però bisogna prepararle i motivi, e la necessità, acciocchè ella in tempo di piene debba scorrere, urtare, e strisciare l' interne parti di detto renaio, e però in tempo di state, quando l' acqua è scarsissima, si dovranno fare alcune fosse nel renaio diritte, e paralle-

le fra

le fra di loro, e obliquamente situate alla direzione del fiume, quali sono le F L, G H, le quali facciano angoli acuti con l' argine C D dalla parte superiore del fiume R. Oltr' a ciò è necessario, che tutte le dette fosse, o solchi paralleli abbiano l' esito di là dal renaio, e però s' egli non sarà in isola, ma sarà attaccato all' argine opposto C D, sarà necessario, che tutte le fosse parallele F L, G H, finiscano in una fossa comune, che obliquamente le interfechi, qual' è L H O, la quale arrivi pendendo fino al luogo O bassissimo del fiume. Finalmente bisognerà adoperare un pignone amovibile fatto di pali, o tavoloni con sassi, atto a fermarsi ne' luoghi dove sarà bisogno, qual' è M P, posto in maniera, che faccia l' angolo A M N ottuso, dalla parte superiore del fiume R. L' uso di questo sarà necessitare la corrente copiosa ad urtare nel renaio, o isola F G O, per lo che conseguire, sarà necessario fare il pignone M P di tanta lunghezza, che s' accosti assai vicino al renaio, in maniera, che l' acqua passi per luogo angusto tra il pignone, e il renaio. Circa la sua figura, bench' ella poss' esser varia secondo l' occorrenze, se ne dirà in generale una assai comoda, che sarebbe di prisma triangolare, del quale una delle basi opposte, fosse il triangolo rettangolo N P Q, collocando il parallelogrammo M N, che è opposto all' angolo retto N P Q, cioè la sua faccia pendente, o a scarpa, sia posta verso la superior parte del fiume, acciocchè la corrente possa impetuosamente scorrere ad urtar il renaio. Preparate tutte queste cose, dico, che sopravvenendo una gran piena, necessariamente tutto il renaio F G O H dovrà essere spianato, e portato via. Perchè l' acqua della piena massima, urtando nel pignone M P per ragione dell' angolo ottuso, come s' è detto, avvierà la corrente furiosissima di tant' acqua verso il renaio, (*Cap.* 10. *e* 11.) e quivi trovando la via diritta delle fosse incavate F L, e G H, necessariamente ella vi correrà, e sboccherà nel trasversal fosso L H O, verso il termine bassissimo O, e perchè l' impeto rapidissimo del fiume in tempo di piene, si fa secondo la dirittura del fiume, cioè parallelo agli argini: (*Cap.* 17.) adunque la corrente principale, che è necessitata a passar per lo spazio stretto N G, in virtù dell' impedimento del pignone M N, correndo parallela all' argine C D è forzata a correre obliquamente per le fosse trasversali F L, G H, ed è tal' acqua non solo copiosa, ma anco aggravata, e compressa dall' energia di tutta l' acqua soprastante della piena, e corre rapidissimamente all' esito basso O, secondo la direzione del fiume; adunque la direzione risultante dall' energia, e dalla velocità del moto, viene ad urtar obliquamente gli orli interni delle fosse F L, G H, e però con gran forza gli anderà strisciando; per la qual cosa essendo il detto renaio composto di rena, terra, e altre parti amovibili, è necessario, che quella gran rapidità,

dità, e ſtriſciamento le corroda, e con la maſſima ſua furia le porti via per lo ſcolo O, e così tutto il rialto del renaio ſi troverà al fine della piena ſpianato, e ſcavato. E tutto queſto ſi conſeguirà, com' egli è manifeſto, con pochiſſima manifattura, e con minima ſpeſa, ſolo per eſſerci noi ſaputi ſervire di que' motivi, che ſogliono neceſſitar la natura a precipitar l' acqua rapidamente, e corrodere, e ſtriſciare il renaio ſopraddetto. Deeſi poi avvertire, che il detto pignone M P, finito che averà l' ufficio ſuo di avere ſpianato il renaio F G O, biſognerà levarlo affatto, perchè ſe vi rimaneſſe, cagionerebbe molti danni. Deeſi ancora oſſervare, che eſſendoſi per qualche piccola piena intaſate di belletta le ſuddette foſſe, ſi debbono ſmuovere con le vanghe, o con l' aratro le dette intaſature, e ciò in tempo, che per le piogge s' argomenti proſſima qualche gran piena, che è quella, che dee far l' effetto deſiderato di levar via il renaio principale. (*a*)

CAPITOLO XXVII.

Del modo d' alzare, e ſollevare il letto del fiume in que' luoghi, ne' quali egli è aſſai baſſo, e incavato.

POichè ſi è dichiarato il modo di sbaſſare i renai, e luoghi ſollevati nel letto del fiume, è neceſſario anche poter ſollevarlo altrove, riempiendo que' luoghi baſſi, e incavati, i quali per accoſtarſi troppo ad uno degli argini, poſſono cagionare la ſua rovina, e far divenire il fiume tortuoſo. Oltr' a ciò fa di meſtiere bene ſpeſſo rialzare il letto del fiume verſo uno degli argini con ſomma preſtezza, e celerità, per poter maggiormente ſpianare i renai, e far sì, che la corrente principale vi corra ſopra, operando che quella parte, ch' era più rialzata, divenga ora la più depreſſa del letto del fiume. Sia dunque il fiume uniformemente diretto RZ (*Fig. 5. Tav. VI.*) compreſo dagli argini A B, e C D pa-

(*a*) Il ſolo provvedimento di togliere i renai ne' fiumi, non ſembra eſſere di molta utilità, poichè, o ſono eſſi formati in ſezioni troppo larghe, o in ſiti tali, ne' quali l' acqua per cagioni indipendenti dal renaio ha lento moto, e poco corſo. Tolti pertanto i renai vi ſubentrerà toſto l' acqua, ma non vi correrà che lentamente, e ſuſſiſtendo ancora la cagione produttrice del renaio, ſi rinnoverà l' effetto nel ricrearſi di nuovo il renaio. Può eſſere utiliſſimo nondimeno in molti caſi il metodo propoſto dal noſtro Autore, quando per eſempio, per togliere un ſeno nella parte oppoſta al renaio, ſi foſſe addirizzata la ripa con un muro, allora il pignone con deviare la corrente, ſalverebbe queſto, e diſtruggerebbe il renaio, ſuſſiſtendo il quale non reſterebbe ſenza ſoffrir danno il muro di freſco edificato. Nel rimuovere ancora le depoſizioni ne' canali d' imboccatura de' Porti, ſi uſano vantaggioſamente i pignoni amovibili, che ſono gran caſſe di tavole, ripiene di materie molto peſanti, e queſte affondate preſſo una ſponda, ſpingono come fanno i pignoni, la corrente dall' altra parte per rimuoverne le depoſizioni, ed avutoſi ivi l' intento, ſi traſportano, ove abbiſogna, per ripeterne l' operazione.

paralleli fra di loro, tanto alti, che fieno capaci delle massime piene. Sia poi il suo letto profondamente incavato per lo spazio EFGH, dove l' acqua corre tortuosamente in tempo di state, e per esser la parte bassa F molto vicina all' argine AB, pericoli di rompersi, e di rovinarsi in tal luogo.

Perchè è impossibile liberarsi da questo pericolo, quando il sito FG ritiene la medesima profondità, e bassezza, in virtù della quale la corrente principale rapidissima è necessario, che urti, e strisci l' argine AB in detto luogo; però sarà necessario riempiere la gran profondità, e bassezza, che è in FG. E perchè chi volesse riempiere detto sito basso, con cavar la terra da' luoghi alti dell' istesso letto, tenterebbe un opera d' immensa spesa, e difficoltà, e non durabile, poichè rimanendo le stesse cagioni, che da principio avviarono la corrente principale verso FG, quest' istesse potranno di nuovo rodere, e portar via la massa della terra trasportatavi con tanto dispendio; è dunque bene pensare al modo di riempiere il luogo basso FG, non con forze nostre, ma con quelle della natura, e farlo prontamente con ogni celerità, e che sia sufficientemente stabile, e robusto. Questo si conseguirà senza riempiere il luogo basso FG, ma solamente con fabbricar lungo l' argine AB due, o tre pignoni, o più, bisognando, quali fieno ST, VX; questi debbon cominciar dall' argine, e quivi farsi assai fermi, ed alti, e poi scemar ordinatamente l' altezza loro, finchè le punte estreme TX, vengano sotterrate, e fitte nel letto del fiume. Debbon' anche formare angoli acuti con l' argine AB dalla parte superiore del fiume R, in maniera che tutti i detti pignoni fien paralleli fra di loro, e di pari lunghezza benchè non arrivino al mezzo del fiume, e gli orli supremi di detti pignoni fieno costituiti in un piano pendente verso il mezzo del fiume EH, e verso la parte inferiore Z. Possono fabbricarsi i pignoni di qualunque materia, purch' ella possa ritener l' acqua; sicchè il primiero pignone ST si potrebbe far di muro mediocremente grosso: ma gli altri pignoni seguenti potrebbero anche farsi con cassoni ripieni di sassi, o con palafitte, o in altra maniera. Fatto questo comincino a crescer l' acque con la piena. E' non ha dubbio, che l' acqua, che prima correva da E verso F, ora impedita dal pignone ST, sarà necessitata a scorrere lungo il pignone da T verso S, e perchè quivi il pignone si va rialzando, adunque l' acqua non potrà traboccare sopra il pignone dalla parte S: ma arrivando ad un luogo, che non ha esito, ella sarà necessitata a fermarsi, e farsi stagnante. Adunque tutto il sito dell' angolo acuto AST sarà ripieno d' acque prive di velocità, e solamente si muoveranno quell' acque, che sopravanzano l' altezza del pignone ST, e queste cavalcando il pignone caderanno nel sito inferiore VST, ma la corrente principale con-

continuerà a passare oltre il termine del pignone T, per esser luogo bassissimo. Per l'istessa ragione l'acqua, che correva verso le parti basse F G, quivi trovando l'ostacolo del secondo pignone V X, anderà parimente sollevandosi, e farassi stagnante, perch'ella non ha esito in V, sicchè potrà solamente scorrere verso G, cavalcando l'argine con l'acqua che sopravanza l'altezza del pignone, e la maggiormente furiosa, e più copiosa dovrà passare, oltre al termine X verso G, che è bassissimo. Nell'istesso modo, e per le stesse cagioni si riempierà il sito G d'acqua stagnante, e così gli altri spazj posti fra' due pignoni; (*Cap.* 23. *e* 24.) sicchè possiamo assicurarci, che sopravvenendo una piena, si sarà formato un letto rilevato dalla parte dell'argine A B, e uniformemente pendente verso il mezzo, o verso l'inferior parte Z del fiume. Perchè lo spazio T S V X compreso tra'due pignoni è occupato, e ripieno d'acqua stagnante, la quale viene a servir di letto all'acqua eminente della piena, che vi corre su trasversalmente, non potendosi in un istesso luogo porre due corpi; adunque l'acqua eminente nel medesimo modo scorrerà da R verso Z, quando fra' pignoni vi sia acqua stagnante, e immobile, come se vi fusse rena, o sassi, e però averemo a nostro piacimento con somma prestezza fabbricato un letto pendente al fiume dall'argine A B verso il mezzo, benchè vi sia l'acqua, ma stabilissimo, e forte per la robustezza, e resistenza de' pignoni. Ed è certo per le cose dette, (*Cap.* 6.) che l'acqua, che scorre trasversalmente sopra un letto pendente dall'argine verso il mezzo del fiume, fa impeto, e forza premendo col suo peso verso l'opposto argine C D, e così ancorchè vi rimangano le profonde cavità F G, sarà appunto, come s'elle non vi fussero, e si sarà ovviato al pericolo dell'argine A B. Oltre a quest'utile pronto, ne segue un altro col progresso del tempo, e si è, che in tutte le piene l'acqua stagnante compresa tra' pignoni, andrà sempre deponendo la torbidezza; sicchè da se il fiume con la belletta verrà a riempier di terra i detti spazj, per la qual cosa si sarà riempiuta la parte bassa, e profonda F G con pochissimo nostro travaglio, e spesa, per esserci saputi servire, come di manovale, dell'istesso fiume, e delle sue torbide.

CAPITOLO XXVIII.

Della robustezza de' ripari, o pignoni, e della forma, e modo, col quale si doveranno fabbricare.

Essendosi trattato della proprietà, e degli usi de' ripari, o pignoni, che ricevono la corrente di petto, è necessario, prima di proceder più oltre, mostrar qual robustezza debbono avere, e le forme, e circostanze,

con

con le quali ſi debbono fabbricare. Io ben comprendo quanto malvolentieri ſarà ricevuto, che i ripari, o pignoni debban porſi oppoſti alla corrente del fiume, quando per lo paſſato ſi è proceduto con tanto ſpavento, e cautela, cedendo alla corrente impetuoſiſſima de' fiumi. E veramente l' inganno ha non poche apparenze, e veriſimilitudini dalla ſua parte: poichè ſe i ripari, i quali cedono all' impeto della corrente, come ſon quelli, che fanno angolo ottuſo dalla parte ſuprema del fiume, non ſono baſtevoli, e rovinano, benchè ſieno aſſai forti, e robuſti, chi ſi vorrà perſuadere, che altri ripari più deboli reſiſtano ad un tanto impeto ricevendolo di petto (e per così dire) urtando? Da queſto concetto comune taluno perſuaſo ſtimerà, che i pignoni [illegible], V X, (*Fig. 5. Tav. VI.*) poſti nel fiume R Z, i quali ricevono la corrente di petto, ancorchè ſieno utili, non potranno giammai reſiſtere all' impeto del fiume, ſe non ſaranno molto forti, e robuſti. Ma ſe ſi conſidera attentamente queſto fatto, ſi vedrà che mediocre robuſtezza ſervirà per mantenergli in piedi, e ſaldi, e potranno fabbricarſi di palafitte, o di pignoni, o gabbioni, o caſſoni ripieni di ſaſſi, o pur muri di mediocre groſſezza, purchè ſieno aſſai alti, e bene uniti all' argine A B, e che vada la loro altezza ſcemando a ſcarpa verſo il mezzo del fiume E H, in maniera che le punte T, X, ſieno ficcate, e ſotterrate ſotto il letto del fiume, e le medeſime punte per maggior cautela ſien' anche riparate, e fortificate con qualche platea di pali, o muro come ſi fanno le pile de' ponti, e per togliere tutti gli ſcrupoli, ſi potrebbe diſcoſtar, quanto ſi può, la corrente rapidiſſima del fiume dalle punte de' pignoni, il che ſi potrebbe conſeguire con iſcavar, e profondare il letto del fiume I M più lontano, che ſi ſi può dalle dette punte T, X, con l' artificio inſegnato nel Capitolo vigeſimoquarto, e platearle con ſaſſi groſſi murati a ſcarpa, verſo il mezzo del fiume. Che poi una mediocre robuſtezza baſti per tenere in piedi i detti pignoni, ſi dimoſtrerà facilmente, perchè eglino, o dovranno patire per la ſpinta dell' acque baſſe, o da quelle, che avanzano la loro altezza. L' acque baſſe, è certo, che vi faranno poca forza, quando l' acqua ſtagna, o vi corre aſſai lenta, e pigra: ma quando elle vanno creſcendo con la piena, biſogna avvertire, che l' acque s' innalzano inſenſibilmente, e però nel progreſſo la ſuperficie del pignone S T verrà ſucceſſivamente urtata da una falda ſottiliſſima d' acqua, che vi arriva di nuovo, e queſta per la ſua ſottigliezza non può far percoſſa ſenſibile, allorchè vi arriva: nè poi che vi rimane immobile, e ſtagnante ella vi fa forza veruna, eccetto quella, che baſta per l' appoggio di detta acqua, ſicchè ſeguitando ad alzarſi l' acque, col creſcer della piena, finchè tutta la ſuperficie del pignone S T ſia occupata dall' acqua, che vi ſtagna, non verrà ad eſſer più di prima ſpinta, e percoſ-

ſa;

sa; e benchè l' acque seguitino a correr contro la superficie del pignone, elle non vi arrivano col loro impeto diretto: poichè prima d' arrivarvi incontrano l' acqua A S T, posta lungo 'l pignone, e così S V X, che è quasi stagnante, la quale a guisa di guanciale successivamente estingue il nuovo impeto diretto, che viene ad incontrarlo. Di più perchè l' acqua, dove non ha esito, non vi corre, adunque essendo il pignone continuato con l' argine, verso il quale sempre più va rinnalzandosi, non può conceder l' esito per S, e V all' acqua, che venisse ad urtarlo; e però ella non anderà quivi in tanta copia, con quanta vi anderebbe, se l' ostacolo de' pignoni S T, V X non vi fusse, o se essi fussero bucati in S, e in V. Se poi i pignoni S T, e V X facessero angolo retto con l' argine A B, onde l' acque, che vi si accostano, par che debbano riflettersi verso 'l mezzo del fiume, non per questo vi è ragione, che tal corso trasversale debba reflettersi, e corrodere i fondamenti de' pignoni: perchè, come si mostrò al Capitolo vigesimoquarto, la riflessione non si fa rasente il pignone, ma lontano da esso obliquamente. E quel poco di reflessione, che ella fa lungo i fondamenti, viene a farsi per piani paralleli a quelli dell' orizzonte, o poco più pendenti, e questi sono quelli della suprema superficie del fiume, e per i quali dette acque in vari siti dello scaglione si livellano, e riflettono verso I M; e così in tali suoli nell' angolo interno aderente al fondamento dello scaglione, l' acque non vi corrono, se non lentamente, poichè elle sono impedite, e tenute in collo da quell' acque collaterali, che scorrono rapidamente, per non essere impedite dallo scaglione: ma l' altre, che sono trattenute, non permettono, che altr' acque subentrino in quello stesso luogo, e però non vi farà moto, nè urto, nè strisciamento notabile; e però quivi l' acqua poca forza averà di rodere, ma bensì gran comodità di deporre la torbidezza, massime nello scemar delle piene. Sicchè non ha dubbio, che l' acque inferiori all' orlo supremo dello scaglione non hanno forza bastevole per urtare, o scalzare detti scaglioni. Vi restano ora l' acque, che sopravanzano il loro orlo supremo; ma queste poca scossa potranno fare, poichè elle non urtano in faccia, ma passano sopra, in quel modo, che farebbero sopra un piano inclinato, perchè l' acqua stagnante A S T, e S V X, insieme con gli scaglioni S T, e V X compongono un piano inclinato, sopra del quale l' acqua suprema liberamente può scorrere da R verso Z, e così poca forza può fare contro gli orli supremi delli scaglioni, la quale non è bastevole a farli crollare, e precipitare, non ricevendo la percossa nelle loro superficie interne S T, e V X dalle dette acque eminenti, e però mediocre robustezza, che abbiano, potranno resistere. Vi restano solamente le punte T, X, le quali essendo strisciate dalla corrente rapidissima, potrebbero esse-

re

re scalzate, e scantonate: ma a queste si provvede con le fortificazioni, e platee di sopra spiegate. E quando accadesse, che le punte fossero qualche poco rotte, e scantonate, è danno comportabile, e di facile risarcimento, e insieme con tante utilità, che arrecano i pignoni fatti in somigliante forma, volentieri questo poco di danno si può tollerare, il quale non vi è pericolo, che faccia molto progresso; poichè detti pignoni ben presto vengono sotterrati dalla belletta, e difesi maggiormente, e scostano da se la corrente principale, mentre vanno rialzando il letto del fiume, e creando un renaio interposto tra' pignoni, utilità massima, e che porta seco la sicurezza degli argini, e la direzione del fiume, come si dirà appresso.

CAPITOLO XXIX.

Del modo d' allontanar la corrente principale del fiume da uno degli argini, e avviarla verso il mezzo del fiume.

PErchè, come s' è detto, l' acqua naturalmente corre da' luoghi alti a' bassi, e incavati, non potendo per sua natura salire, e' si vede, che chi sa l' arte di spianare facilmente i luoghi alti, e rilevati del letto del fiume, e riempiere i luoghi bassi, potrà con somma facilità mutare il corso ordinario del fiume, e avviarlo dove e' vuole. Sono queste due operazioni talmente collegate fra di loro, che una riceve maggior perfezione dall' altra, e questo s' intenderà con suppor di nuovo il fiume R Z (*Fig. 6. Tav. VI.*) uniformemente diretto, compreso dagli argini A B, e C D paralleli, e capaci delle massime piene, e che sia il suo letto incavato tortuosamente per E F G H, correndo rapidamente verso F, luogo prossimo, e contiguo all' argine A B, e nel mezzo del fiume vi sia il gran renaio, e rialto I M. Dobbiamo ora allontanar la corrente dall' argine A B, e costringerla a correre per la linea di mezzo del fiume E H, dove si trova il renaio, e rialto. In tempo di state, quando l' acque sono bassissime, si fabbrichi un ordine di due, o tre, o più pignoni paralleli fra di loro, che dall' altezza dell' argine A B, uniformemente vadano scemando la loro altezza, sicchè i loro termini estremi sieno sotterrati sotto il letto del fiume, e facciano gli angoli acuti, o retti dalla parte superiore R, quali sono i pignoni S T, V X, ec. poi si facciano molte fosse nel renaio K P, L Q, ec. tutte diritte, e parallele tra di loro, e che facciano angoli ottusi con la direzione dell' argine A B; poi tutte le dette fosse trasversali abbiano il suo esito, o di là dal renaio, se sarà isola, oppure in un' altra fossa diritta, e profonda P Q O, posta oltre al mezzo del fiume, in maniera, che l' estremo termine O, venga a sboccare nella parte più incavata del letto del

del fiume. La terra poi, e i sassi, che si cavano dalla fossa si potrebbono buttare fra' pignoni, dove non staranno inutilmente; fatto questo sopravvenga una piena: Dico, ch' ella rovinerà, e spianerà il renaio, e avvierà la corrente principale per la linea di mezzo del fiume E H. Perchè il letto pendente composto da' pignoni, e dall' acqua stagnante interposta, è cagione di sforzare l' acqua corrente col suo gran peso, ed energia a scorrere, e strisciare almeno la parte inferiore del renaio M O, servendoci per le parti I K dell' artificio insegnato al Capitolo vigesimosesto, se farà bisogno, e quelle acque, che imboccano per le fosse trasversali K P, L Q, per aver l' esito libero nel comune fosso diritto P Q O, potranno liberamente scorrere, nè potranno fermarsi stagnanti in dette fosse trasversali, ed il loro sito obliquo è dispostissimo a ricever l' urto, e strisciamento della corrente impetuosa; adunque ella roderà ben presto tutti i tramezzi del renaio, e portandoli via resterà spianato, e incavato il letto del fiume nella sua linea di mezzo E H, e questo segue con somma facilità, servendosi della forza dell' istesso fiume. Continuando poi a rinnalzarsi con la belletta gli spazi, che son tra' pignoni, con buttarvi, anco passata la piena, sassi, o cose simili, verranno in poco tempo ad esser colmati, e ripieni di terra, e così il fiume, il cui letto era incavato tortuosamente, correrà ora diritto, conforme si desiderava.

CAPITOLO XXX.

Del modo di rassettare con facilità la rottura d' un argine diritto del fiume, cagionata dalla corrente tortuosa, in maniera, che per l' avvenire non sia soggetto allo stesso pericolo.

Dopo aver' insegnato il modo di addirizzare la corrente tortuosa del fiume, la qual per ancora non aveva rovinato alcuno degli argini, ora dobbiamo trattare de' ripari necessari in caso di rottura degli argini. E però si supporrà il medesimo fiume uniformemente diretto R Z (*Fig. 7. Tav. VI.*) compreso dagli argini A B, C D paralleli fra di loro, e capaci delle massime piene, e quivi per cagione dello scoglio, o renaio E, che avviava la corrente per H I X abbia rotto l' argine A B per tutto lo spazio F G, potendo questo intervenire, ancorchè il suolo, o letto del fiume sia duro, e sassoso. Suppongasi in oltre, che la rottura F G col tempo si vada più, e più dilatando, in maniera, che il fiume trapassi l' argine A B, e rodendo il terreno mobile della campagna, venga a formare un seno tortuoso, qual' è F O G, il che potrebb' esser molto pericoloso, se la campagna di là dall' argine A B fusse assai bassa, perchè potrebbe allagare, ed anche mutare il letto di tutto 'l fiume. Per rimediare a tutti questi mali, già si è detto essere inutile qual-

ſivoglia de' rimedi uſati per lo paſſato, quando ſi rifaceva ſemplicemente l' argine F G diritto com' era prima, ma aſſai rinforzato, o con ſaſſi ſciolti buttati nel ſito F G, o con farvi un riparo di palafitte parallelo all' argine A B, i quali ripari non avendo tolte le cagioni, che avviavano la corrente maſſima, e rapidiſſima contro 'l medeſimo argine per H I, venivano come prima ad eſſere urtati, e ſtriſciati dalla corrente copioſa, e rapidiſſima: e però ne ſeguiva (come s' è detto) un continuo danno, con una continua ſpeſa, ſenza ſperanza di potervi rimediare. Adunque per venire a' veri rimedi, ſarà neceſſario primieramente ſpianare il renaio E, con l' artificio inſegnato al Capitolo vigeſimoſeſto: ma s' egli foſſe uno ſcoglio, che non ſi poteſſe levare, biſognerà fare dalla parte dell' argine A B due, o tre pignoni L M, G N, paralleli fra loro, fatti a ſcarpa al modo ſolito, che facciano gli angoli A L M, A G N acuti dalla parte ſuperiore del fiume R, e queſti dovranno farſi più, o meno lunghi, ſecondo che il biſogno, e la qualità del ſito permette, e poi dovrà rifarſi l' argine rotto G F nello ſteſſo ſito, dove era prima. Oltr' a ciò dee ſcavarſi il ſuolo, quanto più è poſſibile verſo il mezzo del fiume H X diſcoſto dalle punte de' pignoni, e la terra, che ſi cava, impiegarla a rifar l' argine F G, e ad interrare, e fortificar le punte de' pignoni. Queſti rimedi ſaranno ſufficientiſſimi per ritenere il fiume nel ſuo letto, e aſſicurar l' argine A B per l' avvenire col rialzarſi dalla torbida, in progreſſo di tempo, un nuovo renaio fra i pignoni, pendente dall' argine A B, verſo il mezzo del fiume, i quali effetti debbono ſeguire per le medeſime ragioni dette ne' Capitoli antecedenti, che però non fa di meſtieri replicarle.

CAPITOLO XXXI.

Delle cagioni, perchè i letti de' fiumi ſi vanno rialzando ſopra il piano della campagna, e come poſſono di nuovo ſcavarſi.

UNo de' grandi ſpaventi, che apportano i fiumi, per ordinario ſi è l'alzamento continuo, che fa il loro letto, il qual ſuole in alcuni luoghi divenire più alto, e rilevato, che non è la campagna attorno; e però è neceſſario ritener l' acque nel ſuo letto con argini altiſſimi, per mantener i quali non baſta la diligenza umana, poichè bene ſpeſſo ſi rompono in qualche luogo, allagando tutta la campagna. Ora per poter' applicare i veri rimedi a queſto male, biſogna prima intenderne le cagioni, alcune delle quali già ſi ſono dichiarate nel Capitolo decimo, che in tutti i fiumi col tempo la rena, che porta il fiume, quando vengono le piene, può ſucceſſivamente rialzare il letto loro almeno dalle bande, e poi ne i Capitoli decimoſecondo, decimoterzo, e decimoquarto, ſi è ve-

veduto, perchè i fiumi divengano tortuofi; refta ora, che veggiamo l' altre cagioni, perchè fi follevino i letti de' fiumi, il che in parte depende dal ritiramento, che fuol fare il mare dalla foce de' fiumi, e dall' accrefcimento della fpiaggia, cagionato dalla molta terra, che porta il fiume nelle piene verfo 'l mare. A quefto coopera ancora la molta rena, che fogliono fpigner l' onde fteffe tempeftofe del mare, con le quali vengono a rinnalzare, e accrefcere la fpiaggia. E perchè il livello dell' acqua del mare è fempremai il medefimo, cioè egualmente remoto dal centro della terra, come anche l' origine, o fonte del fiume ritiene la primiera altezza, e diftanza dal medefimo centro terreftre; adunque l' altezza, o elevazione perpendicolare della pendenza dello fteffo fiume, computata dal fuo fonte ftabile fino alla fuperficie del mare è in tutti i tempi la medefima. Per più chiara intelligenza in quefta Figura 8. Tav. VI. fupporremo il punto A effere l' origine, o fonte del fiume, e BD effer la fuperficie del mare continuata immaginariamente fotto i monti fino a C, dove cade la retta AC perpendicolarmente dal fonte fopra la fuperficie del mare, e dimaffi detto AC elevazione della pendenza del fiume AB, o pur del fiume AD. Sia il punto D più remoto da C, che non è B: egli è certo, che la retta linea AD farà più lunga, che non è AB, e però meno ripida, e meno pendente. L' ifteffo accaderebbe, quando il fiume AB, diveniffe tortuofo, ferpeggiante, o incurvato da' lati; e anch' aveffe il fondo elevato, e depreffo naturalmente, o artificiofamente dalle pefcaie, fcorrendo per ABFD. (*Fig. 9. Tav. VI.*) Ora fe 'l fiume AB (*Fig. 8. Tav. VI.*) per effer crefciuta la fpiaggia BD, è neceffitato a condurfi al mare per la via AD più lunga di quella di prima, adunque ella farà divenuta meno pendente, e men ripida di quello, ch' ella era da principio; ma quando l' acqua fcorre fopra un letto meno pendente, ella vi va con minor velocità, come dimoftra l' efperienza, adunque ella averà maggior comodità, quando ella è torbida di deporre le minime parti terreftri, nè averà tanta forza di portar via quella rena, che precipita da' monti, e però col tempo dovrà maggiormente follevarfi il letto del fiume. Oltr' a quefta vi è la feconda cagione (come fi è detto di fopra) del rialzamento del letto del fiume, che è la tortuofità, e ferpeggiamento ABEFD, (*Fig. 9. Tav. VI.*) che va continuamente acquiftando il fiume, perchè fe prima il letto AB era diritto, anche la lunghezza del fuo diretto viaggio doveva effere molto più breve dell' incurvato, e tortuofo, che a quello è fucceduto, e però fcemandofi la pendenza del fiume, crefce la cagione di ritardare il corfo dell' acque, e d' imporre, e follevare il letto del fiume.

Finalmente lo slargare femplicemente il letto del fiume occupando dall' uno all' altro argine fpazio, e diftanza maggior di prima è la maffi-

ma, e principal cagione di ritardar il corso dell' acqua, vedendo noi, ch'ella più rapidamente corre ne' luoghi ristretti, che negli ampj, e dilatati, ne' quali ha minor forza di rodere il suolo, e portar via la terra, che vien da' monti con la sua poca rapidità, e manco energia di peso, essendo l' acqua dilatata in quell' ampiezza di letto, che concede tempo comodo d' imporre alla torbidezza; dal che ne segue il rialzamento del suo letto. E benchè i comuni, e usitati rimedi sieno gli argini posticci alti, che si fanno per ritener l' acque, che non trabocchino, e non allaghino le campagne, si vede, che questa non è la medicina d' un tanto gran male: imperocchè ella non toglie le cagioni del rialzamento del letto del fiume, poichè non si tolgono le tortuosità, e serpeggiamenti del fiume, nè si ristringe l' alveo. Adunque rimanendo queste due cagioni di ritardare il corso dell' acqua, e di scemar lo sforzo, ed energia alle medesime, sempre più s' anderà rialzando il letto del fiume, e però il vero, e adeguato rimedio sarebbe (poichè non è possibile impedire l'accrescimento della spiaggia, e ritiramento del mare) almeno raddirizzare al possibile il corso del fiume, e ristringere i suoi argini, necessitandolo a scorrere dirittamente in un alveo stretto: onde verrà necessitato a scorrere con maggior altezza d' acqua, e rapidità, e roderà il suolo col moto composto dell' attuale, e d' energia, e porterà via la terra, e la torbidezza, la quale prima lasciava. Che poi la strettezza dell' alveo sia utilissima, e necessaria per mantenere il suo letto libero, ed esente dagl' impostimi di sassi, rena, ed altro, oltre alle ragioni dette negli antecedenti Capitoli, l' esperienza ci mostra, che sotto alcuni ponti assai stretti, non vi si veggono mai simili intasature di sassi, e ghiaia, e altro, ma il tutto vien deposto dalla parte inferiore ne' luoghi lontani, dove il letto del fiume è più largo, e dilatato.

Deesi dunque tener l' alveo più stretto, e manco incurvato, e tortuoso, che sia possibile, e però sfuggire la frequenza delle pescaie, o almeno farle ne' luoghi dove la strettezza del fiume sia tale, che la corrente possa aver forza di spignere a basso tutte le suddette intasature di sassi, rena, e legnacci, e d' ogni altra materia, sicchè non ingombrino le parti superiori di dette pescaie, e guardarsi ancora da ogn' altra sorte di riparo, che cagioni tortuosità, e curvità al corso del fiume.

CAPITOLO XXXII.

Del modo di ristrignere i letti de' fiumi.

POichè si è veduto l' utilità, che si ritrae dal dirizzare il corso a' fiumi, e del ristrignere il loro letto; resta ora, che mostriamo in che maniera si doverà operare per conseguire questi due fini, non solo con ri-

risparmo di spesa, e fatica, ma ancora con sicurezza, che i lavori debbano riuscire stabili, e possano resistere all'impeto del fiume. E primieramente tratteremo del modo di ristringere il letto del fiume, l'utilità del quale ristrignimento vedesi, che è stata molto ben conosciuta per lo passato: perchè nelle Città, che sono attraversate da' fiumi gli hanno fatto gli argini molto più ristretti di quello, che sono per le campagne, e si vede ad ogni modo, che tali letti ristretti sono capaci delle massime piene, e di più sogliono essere in tutti i tempi navigabili, il che non interviene al medesimo fiume fuor della Città. E chi domandasse la ragione, perchè non si ristringono gli argini dello stesso fiume fuor della Città, credo che rispenderebbesi non poter farsi con la terra così stabili, e saldi, quali son le mura, che comprendono i fiumi fra le Città. Ora a questa difficoltà stimo io potersi con poca spesa provvedere, facendo gli argini ristretti di semplice terra, ma così saldi, come se eglino fossero muraglie saldissime. Intendasi adunque il fiume RZ (*Fig.* 10. *Tav. VI.*) compreso da gli argini AB, e CD, i quali abbiano una gran larghezza, e distanza fra di loro, e sieno qualche poco tortuosi. L'alveo poi più incavato nel quale, corrono l'acque basse, sia RZ. Debbonsi ora ristrignere i detti argini, e addirizzarli al possibile. Con la stessa terra, del letto del fiume si facciano due argini più diritti, che sia possibile HI, e CKL paralleli fra di loro, e tanto distanti l'uno dall'altro, e di tale altezza, che basti per ricever le massime piene, cioè di poco più latitudine, e d'altezza a quelli, che ha lo stesso fiume nella Città per la qual passa. Faccíansi poi nell'uno, e nell'altro argine due ordini di pignoni a scarpa pendenti verso il mezzo del fiume, che facciano angoli acuti, o retti dalla parte superiore R del fiume, ma debbono tali pignoni essere assai corti, e profondate le loro punte, quali sono ME, NF, KP, QS, &c. Egli è manifesto per le cose dette, (*Cap.* 23. 24.) che l'acque delle piene stagnando fra' pignoni, non faranno forza contro gli argini, ma formeranno due letti pendenti verso il mezzo del fiume, in virtù de' quali la corrente più rapida, e furiosa eserciterà il suo sforzo d'energia, e di velocità contro 'l suolo tramezzo RZ, e l'anderà sempre più, e più rodendo, e scavando: e per lo contrario fra' pignoni rimarrà molto impostime; e in progresso di tempo si faranno due letti a scarpa di terra sollevata all'istessa altezza, e pendenza de' pignoni, e però non vi sarà pericolo, che i nuovi argini possano patire danno veruno. E profondandosi sempre più, e più dalla corrente rapidissima la parte di mezzo RZ, sarà molto più capace il letto del fiume delle massime piene, e però non solo gli argini, ma anco la campagna collaterale verrà a liberarsi da' pericoli, e danni dell'inondazione, e dalle spese continue di risarcire gli argini di terra fragili. E benchè paia troppo grande spesa l'aver

a far tanti pignoni, egli si vede, che questa sarebbe una spesa perpetua, e minor assai di quello, che si spende in meno di dieci anni a far gli acconcimi ordinari, tanto più ch'i detti pignoni non s' avrebbero a far in tutti i luoghi del fiume, ma solamente in que' siti, che n' hanno più bisogno, e dove s' avessero a ristrignere quell' immense ampiezze de' fiumi, e talvolta da quella parte solamente, dove il letto è più pendente. Oltr' a ciò i pignoni si potrebbero fare di pali con fascine, e sassi, e talvolta di sassi sciolti; e meglio di cassoni, e gabbioni ripieni di sassi, che non richiedon molta spesa: e chi considera quante spese esorbitanti si fanno (e non di rado) in alcuni acconcimi di palafitte, e cose simili, le quali durano poco tempo, conoscerà che e' si potrebbe con la medesima spesa in quell' istesso luogo far questo ristrignimento d' argine co' suoi pignoni, e così in quel sito si sarebbe conseguito, non solo il fine principale, ch'è la sicurezza delle campagne per a tempo, ma per sempre, e vi si sarebbe raddirizzata la tortuosità del fiume, scavato il suo letto, e rendutolo navigabile anco in tempo d' acque basse, ciascuno de' quali utili da per se solo averebbe meritata quella tale spesa. (a)

CAPITOLO XXXIII.

Del modo d' addirizzare i fiumi tortuosi, e serpeggianti.

BEnchè i fiumi acquistino maggior declività, e pendenza col ristrignimento del loro letto, molta più ne averebbero, se non andassero tortuosi, e serpeggiando. Però è necessario anco mostrare il modo di addirizzare il loro corso, quanto più è possibile, il che si potrà far con poca spesa in riguardo all' utile grande, che se ne ritrae, e con sicurezza, che il lavoro sia stabile pel tempo avvenire. Sono le tortuosità de' fiumi di due sorte; alcune sono piccole, e poco deviano dalla rettitudine, altre sono grandi fatte a via di serpe. Quando elle sono piccole (come viene espresso nel fiume R Z dalla Figura 11. Tavola VI.) nel quale i due argini opposti A B, e C D sono per la maggior parte dirit-

(a) Il ristringere l'alveo de' fiumi più di quello che richiede la natura, necessita le ghiaie, e altre materie a scorrere nel tronco inferiore del fiume, e prolungarsi così la via, rialzandone il fundo nelle parti superiori; e tenendosi le piene più alte di pelo, ed essendo l'alveo incapace forse di contenerle, converrebbe allora costruire gli argini, o rialzargli se prima vi fossero. Il tener poi i fiumi ristretti con pignoni, sarebbe certamente impresa più difficile, e dispendiosa, che il tenergli così con muri andanti; dovendo i pignoni, per far l'effetto richiesto, esser lunghi, e poco distanti l' uno dall' altro, poichè altrimenti essendo, il corso dell' acque potrebbe facilmente determinarsi a serpeggiare fra gli spazj intermedi de' pignoni, e seppellir questi ne' greti; oltre di che quando i pignoni agissero, e mantenessero il filone nel mezzo del fiume, continuo sarebbe il dispendio del loro mantenimento, e molto maggiore di quello necessario per i muri. Neppur si avrebbe con questo solo mezzo il vantaggio, come pensa il Michelini, della navigazione, poichè per l' aumento di caduta, l' acque passerebbero più presto, onde, se il fiume non fosse reale, come il Po, il Danubio, ed altri di simil natura, si ridurrebbe questi in breve tempo scarsissimo d' acque, e non navigabile.

ritti, e paralleli, e solamente hanno la piccola piegatura ne' luoghi I M, ed E H, allora basterà continuare l' argine diritto da E in H basso, acciocchè l' acque alte della piena lo possano cavalcare per riempiere con la belletta il seno E H, avvertendo, che se il letto del fiume è molto pendente verso F, o pure il corso di qualche Torrente, che imbocchi in C I, vada ad urtare l'argine E F H, sarà necessario assicurarlo, col porvi un ordine di due, tre, o più pignoni piccoli paralleli, e pendenti verso il mezzo del fiume, che facciano angoli acuti con gli argini dalla parte superiore R, con tutte le circostanze dette di sopra: poi dalla parte dell'argine opposto facciasi un fosso I M alla dirittura dell'argine C D, e in esso sbocchino altri fossi trasversali, come K L. Non ha dubbio, che la prima piena, che verrà, formerà co' pignoni un letto al fiume pendente verso il rialto I K M, e scorrendo per i canali trasversali nella fossa I M, roderà i tramezzi, e formerà un letto basso compreso da due argini paralleli.

Ma se il serpeggiamento del fiume fosse grande, come se ne trovano talvolta di miglia intere, qual'è nella Fig. 12. Tav. VI. il serpeggiamento R I X Z, allora si ricerca maggior lavoro per ridurlo diritto, e questo, o si vuol fare sul bel principio tutto in una volta, o pure si averà a fare in lungo tempo insensibilmente. Nel secondo caso basterebbe fare dalla parte dell'argine B X incavato verso X, un ordine di pignoni al modo solito, in virtù de' quali la corrente principale, e rapidissima del fiume anderebbe sforzando, e rodendo il promontorio F L G dell' argine opposto: ma poi bisognerebbe avanzar l' argine verso detto promontorio, e rifar di nuovo in X un altr' ordine di pignoni, la qual cosa sarebbe lunga, e di molta spesa; e però incomparabilmente minore riuscirebbe a raddirizzar quivi il fiume alla bella prima, il che si dovrà fare in questa maniera. Prima in tempo di state, quando l'acque sono bassissime, si doveranno fare due fosse diritte, profonde, e parallele, quali sono E H, e Q S, poste alla dirittura degli argini A B, e D E: oltre a ciò nel mezzo di dette fosse si faccia un altro incavo profondo, e assai largo M N posto alla dirittura del mezzo del fiume R Z; a queste si continovino altre fosse piccole, o solchi P, O trasversali, paralleli fra di loro, ma obliqui a gli argini diritti. Poi dee turarsi tutto l' alveo del fiume dirittamente da B verso F con palafitte, fascine, e terra, o cassoni ripieni di sassi, ma non molto alto, acciocchè l' acque torbide delle piene lo possano cavalcare per rinterrare con la belletta, e riempiere pian piano l'alveo antico K F X G C, e così anche in G C dee farsi un altr' argine, più basso dell' argine B F per lo scolo del trabocco a discrizione del perito ingegnere, acciò possano l' acque chiare, restate dalla piena antecedente, in parte scaricarsi con la piena susseguente, la quale entrerà nel luogo dell' acque

chiare, come più grave essendo torbida, e ripiena di terra, e le chiare, come più leggiere, si solleveranno sopra detta torbida, e si scaricheranno per GC tante, e tante volte, finchè sia ricolmato lo spazio BFXGC, e allora si potranno rialzare, e perfezionare gli argini BF, GC, perchè già sarà anche tutto lo spazio EQSH diventato alveo audante del fiume.

E avvertasi di far detto argine, come sopra, di cassoni, i quali si riempiano di sassi, e si ricoprano di sopra con tavole inchiodate, acciò la piena cavalcandogli non gli possa votare, nè muovere, che questo giudico esser'il più facile, e sicuro riparo in simili occorrenze. Di più nell' argine BF dee farsi un ordine di pignoni con le circostanze dette di sopra, come KI, perchè per la tortuosità del fiume la parte più pendente, e depressa del fiume torceva da R per I in K, onde il nuovo argine BF verrebbe ad esser tormentato; però è necessario fargli la difesa de' detti pignoni. Venendo poi l'acque prime di qualsivoglia piena, avviandosi per la gran fossa MN, e per i canali trasversali O, P, prima che la piena arrivi al suo massimo crescimento, averà corroso i tramezzi P, O, e averà formato un letto amplo compreso da due argini diritti, e paralleli AB, FC, e DEH, e però il fiume si farà raddirizzato, e l' argine pericoloso BF si farà assicurato da' pignoni, i quali non lo lasceranno percuotere, e corrodere, ma l' altr' argine GC non ha bisogno d' esser difeso, perchè il letto pende da G verso N. Quì poi benchè si sia perduta tutta la campagna EQSH, in breve tempo potrà acquistarsene un' altra molto maggiore di miglia intere, quale è BXC, perchè traboccandovi l'acque torbide per la sommità non molto alta BF, continuamente imporranno, ed andranno pian piano sollevando, e riempiendo quel sito basso, che in pochi anni si potrà coltivare, e trarne frutto non solo equivalente, ma anche maggiore della spesa fatta per raddirizzare il fiume, e insiememente si acquisterà maggior pendenza, e declività al fiume, e però più rapidità, dalla quale ne segue lo scavamento del suo letto, e la sicurezza della campagna, la manco spesa a mantenere, rifare, e rassettare tanta lunghezza d' argini, e finalmente la maggiore facilità della navigazione con tutti quelli utili, e comodità, che porta seco; beneficj, che quando fussero ben considerati, e intesi, non dubito, che averebbero a muovere il zelo de' Principi a fare un tanto bene per utile de' loro sudditi, e a togliere l' occasioni, e necessità di quelle continue spese, che si fanno per i ripari de' fiumi, senza esser mai sicuri da i danni, e pericoli delle campagne.

MI-

313

MISURA
DELL' ACQUE CORRENTI
RICERCATA CON NUOVO METODO

DAL DOTTOR

DOMENICO GUGLIELMINI

SOPRINTENDENTE ALL' ACQUE,

E PRIMO PROFESSORE DELLE MATTEMATICHE
DELL' INSTITUTO DELLE SCIENZE DI BOLOGNA.

AL BENIGNO LETTORE.

Subito che rivolsi il pensiero a ben conoscere la misura dell' Acque Correnti, io mi posi, come ognun suol fare, ad esaminare con ogni più avida premura tutto ciò, per quanto potei, che era stato scritto da altri Autori sopra questa scienza, per penetrarne il loro metodo, e le dimostrazioni. Poca pena però mi costò lo scorrere i loro Trattati, poichè pochi, e brievi essendo, non poterono occuparmi, che poco. Quello però che non potè la mole, ed il numero de' lor volumi, fu compensato più che a sufficienza dalla difficoltà, ed estensione del soggetto, appena toccato da essi, e di cui dimostrate aveano solamente alcune generali proposizioni. Sanno ben gli Eruditi, che il P. Benedetto Castelli, degno di eterna memoria, ha sorpassato per vero dire ogni altro, mentre egli il primo fu, che coll' aiuto della Geometria osservò, che la proporzione della velocità ridursi dovea a leggi, e regole sicure nella misura dell' Acque Correnti, e non poche proposizioni a quella spettanti ha esposte, e dimostrate. Ma due dubbi mi si presentarono nel di lui Trattato. L' uno si fu, che essendo noto, che la velocità non è la stessa, ed a se simile in tutte le parti dell' acqua corrente, io non sapeva a qual di queste dovessi applicare le dimostrazioni da esso addotte; e benchè facil cosa fosse l' accorgersi, che, come de' moti ineguali de' Pianeti un medio, ed eguale si forma dagli Astronomi, così di tutte le velocità una media potevasene comporre; nondimeno vi restava sempre la difficoltà maggiore, di determinar giustamente la velocità media, cui parevami impossibile potersi avere dalle dimostrazioni del Castelli. Aggiungevasi inoltre l' erronea applicazione della velocità superficiale all' altre parti tra il fondo, e la superficie, e la maniera pericolosa di determinarla; per lo che tutto, sembravami, che niente dedur se ne potesse di vero, e di sicuro.

L' altro dubbio, che ha inquietato altri ancora, mi s' offerse nella seconda proposizione del libro secondo, la di cui dimostrazione confessava sinceramente l' autore acutissimo, o non aver trovata, o non esserne almeno contento;

to ; e questa aveva intrapreso io di dimostrare, non sodisfatto delle altrui pruove ; ma tosto m' accorsi, che questa ricerca inchiudeva la proporzione della velocità, che acquista l' acqua per la diversa altezza nell' uscir da' vasi, della quale scrissero il Torricelli, il Balliani, ed altri, lo che in niuna maniera può accordarsi con la proposizione del Castelli.

Quindi è che incominciai a fare delle esperienze ne' vasi, ne' condotti, e ne' canali, ec. per assicurarmi, se le velocità crescessero in ragione dell' altezze, ovvero in ragione delle radici delle medesime ; e ne' vasi per vero dire trovai, aver luogo quest' ultima proporzione ; quantunque da ambedue le sopraddette molto differente io trovassi la ragione delle velocità nelle sezioni de' canali ; lo che mi persuase a credere sicuramente, che la velocità spessissime volte da ogni altra cagione dipende, che dall' altezza dell' acqua nelle sezioni.

M' applicai pertanto a trattare tutta questa Dottrina fin da' primi principj, ed a far prova di mie forze, per promuovere in aggiunta all' altre scienze, ed in vantaggio della vita civile, questo difficile argumento. E sembrandomi finora di non aver tentato del tutto in vano una tanta impresa, mi determinai a comunicare al Mondo Letterario le meditazioni fatte da me nel corso di molti anni sopra la misura dell' Acque Correnti, e ridotte, per quanto mi sembra, al rigor Geometrico.

Queste son raccolte in più libri, de' quali i primi tre escono adesso alla pubblica luce, aspettando gli altri prima di pubblicarsi (se Dio il voglia) ed il tuo giudizio sopra di questi, e le mie più mature riflessioni. Del rimanente, preparati, o benigno Lettore, a trovare in questi tre primi libri trattata da me a bella posta con somma semplicità la misura dell' Acque Correnti, lo che ho voluto fare ad oggetto di potere da essi dedurre le leggi più sicure della Natura, sulle quali affidato inoltrarmi a considerare in varj casi le diverse proprietà de' canali, e de' fiumi, come si vedrà negli altri libri ; Quindi è, che non come inutili doverannosi rigettar subito questi primi, per aver io supposti in essi, come nel primo, e nel secondo, tali i canali, quali per lo più di fatto non sono, mentre da questi libri s' apre, a mio giudizio, un ampia via, che ci porta alla vera cognizione della Misura dell' Acqua Corrente ne' fiumi, quali veramente essi sono. Nel primo libro pertanto ho racchiusa la dottrina generale della velocità, non solo semplice, e rappresentata da una sola linea, ma anco composta, rappresentata in una sola superficie, ed in un solido, affinchè, avendo diverse perpendicolari per varj accidenti diverse velocità, si possa considerare separatamente ciascuna di esse, e dall' unione di queste dedurne una media per tutta la sezione. E per questo mezzo con un metodo differente, e, per quanto io credo, più facile, ho dimostrate ancora tutte le proposizioni del Castelli, ed ho manifestato il fondamento, sopra cui si sostiene la misura proporzionale dell' acque correnti,

espo-

esposta dal Barattieri ne' suoi numeri, da esso detti, latiquadri, quantunque la loro formazione, come dependente dalla falsa supposizione del Castelli, sia veramente erronea. Ho ricercato poi nel secondo libro la Misura dell' Acque Correnti, *ed assoluta ne' Canali inclinati, e nel terzo la medesima ne' Canali orizzontali, sì solitari, e semplici, come anco uniti, tali cioè, che ricevono, o prendono le acque concorrenti da altri simili canali orizzontali, affinchè, non potendo accadere, che per una data sezione passi una maggior quantità d' acqua, che per un canale inclinato, con tutta quella velocità, che può l' acqua acquistare nella discesa, nè una quantità minore, che per un canale orizzontale, colla sola velocità dependente dalla pressione; si potesse almeno avere la misura media tra due certi termini, de' quali il primo fosse il massimo, e l' altro il minimo.*

Relativamente al metodo, di cui ho fatto uso, anch' io confesso esser tra se diverso, ma per avventura non dispiacevole; poichè nel primo libro io sono stato più esteso, e più prolisso di quello, che si convenisse a' più sublimi ingegni, sì nell' aumentare le proposizioni, e nel distendere le dimostrazioni, sì nelle citazioni marginali delle Proposizioni Elementari; e ciò fare ho voluto, per la maggior facilità, e per adattarmi alla capacità de' volgari Idrometri, i quali per lo più non altro sanno di Geometria, che gli Elementi di Euclide, affinchè essi, se capaci non sieno degli ultimi libri, possano almeno far uso utilmente di questo primo. Ne' susseguenti poi, conoscendo, che la materia era superiore alle loro cognizioni, ho voluto essere più ristretto, e preciso, considerando io di parlare ivi a' Mattematici più eruditi, a' quali, moltissime cose, che volgarmente sono ignote, son per ordinario notissime. Questo metodo ancora tanto più ho creduto dover io prescegliere, in quanto che, siccome dalle cose più facili cominciar si dee, per indi passare alle più difficili, così la maniera di dimostrare deve in sul principio esser facile, benchè troppo lunga, e dipoi a poco a poco più concisa, sì per isfuggire la troppo nocevole prolissità, sì perchè i talenti avvezzi alla troppa facilità, non tralascino le cose più difficili.

Usa di questi intanto, o benigno Lettore, mentre io ti preparo i seguenti libri, con animo ancora di trasportare queste mie considerazioni al moto sì naturale, come violento de' fluidi tutti, oltre i confini delle Mattematiche, fino cioè alli studj più ascosi dell' Arte Medica, se il tempo, e le forze me 'l permettano; essendo omai ben persuaso per le scoperte, e per le ragioni de' più moderni Anatomici, che dal continuo moto de' fluidi del corpo animale, in gran parte dependano le funzioni di esso, le malattie, i rimedj, e la vita medesima. E si conoscerà quanto s' ingannino i dispregiatori malevoli della Mattematica, e dell' Anatomia, arti tanto utili alla Pratica, ed alla Teoria Medica, mentre queste niente d' inutile, e vano in se racchiudono, ma sopra di esse, e sopra l' osservazione assidua, che ognuno studia

dia fare de' sintomi, e degli accidenti, che quelli seguitano, sono posti i fondamenti, ed i precetti della Medicina, la quale non per altra ragione è infelice, se non perchè quelli, che la professano, entro troppo ristretti limiti tengono rinchiuse le cognizioni, che la risguardano, e questi o non sanno per ordinario, o non vogliono estendere più oltre. Perdona, o Lettor mio cortesissimo, a questo tratto di sincerità, vendicatore delle bell' Arti a torto conculcate, e vivi sano.

LIBRO PRIMO.

In cui si propone la Dottrina generale della velocità.

DEFINIZIONI.

I. ACqua corrente intendiamo quella, che pel momento della sua propria gravità discende per gli alvei de' fiumi, ovvero dei canali, verso il centro de' gravi.

II. *La sezione naturale* d' un fiume è la comune sezione dell' acqua corrente col piano, che ad angoli retti sega il fondo, e l' una, e l' altra ripa del fiume; la quale essendo per lo più varia, nè da potersi ridurre a regola, perciò

III. *La sezione artificiale* d' un fiume s' intenda come fatta in un fiume, il fondo del quale sia parallelo all' orizzonte, e le ripe fra di loro parallele, e perpendicolari al fondo; La qual sezione sarà sempre un parallelogrammo rettangolo.

IV. *L' altezza viva* dell' acqua corrente, ovvero della sezione, è la linea perpendicolare tirata dalla superficie dell' acqua, alla base della sezione, la qual base sia disposta in maniera, che cessata la corrente non possa rimanere in essa niente d' acqua stagnante; la quale si chiami col nome solo di perpendicolare.

V. *La velocità naturale* dell' acqua corrente è una forza, non da alcuna causa estrinseca cagionata, mediante la quale qualche parte dell' acqua è atta a scorrere in qualche tempo un determinato spazio, ed essendo questa varia in varie parti più, e meno remote dalla superficie, perciò

VI. *La velocità massima* sarà quella, mediante la quale alcune parti dell' acqua sono atte a scorrere in qualche tempo maggior tratto, rispetto all' altre; ovvero quella, la quale supera l' altre velocità, che sono nella medesima perpendicolare.

VII. *La velocità media* è quella, che essendo in qualche parte dell' acqua della medesima perpendicolare, è tale, che se con essa scorressero le parti superiori, e le inferiori, scorrerebbe per quella perpendicolare, misura eguale d' acqua a quella che scorre, essendo ineguali le velo-

velocità ; ovvero è quella, che di tanto è superata dalle maggiori velocità, di quanto ella supera le minori.

E per maggiore intelligenza delle suddette definizioni si supponga la perpendicolare A B (*Fig.* 1. *Tav. VII.*) talmente immersa sotto la superficie dell' acqua corrente, che il punto A sia nella superficie, e il punto B nel fondo. Le parti dell' acqua fra A, e B, come l' esperienza fa noto, hanno diverse velocità, e noi a suo luogo lo dimostreremo. Imperocchè nella superficie sono minori, e quanto più sono lontane dalla superficie, sono maggiori. Che se queste velocità si esprimeranno per via di linee rette, sarà la B C la velocità della parte dell' acqua, che si ritrova in B, la D E la velocità dell' acqua in D; e così sempre, E per essere B C massima fra le linee B C, D E, F H, G I, essa B C si chiamerà massima velocità, ma la velocità media dichiamo v. gr. la linea F H, se ella è tale, che posto, che tutte le parti dell' acqua, che scorrono per A B, abbiano velocità eguale alla velocità F H, la medesima quantità d' acqua scorre per A B nel tempo, che da B è portata in C, di quella, che scorre nel medesimo tempo colle diverse velocità B C, D E, F H, ec. ovvero se la velocità F H, si supponga esser superata da tutte le velocità fra F, e B, con l' eccesso H M C, eguale all' eccesso col quale ella superi le velocità fra A, ed F, v. gr. all' eccesso K L H.

VIII. *Il complesso delle velocità* è un unione di tutte le velocità, che sono in tutte le parti dell' acqua poste nella medesima perpendicolare, ovvero nella medesima sezione. Come nella figura superiore il complesso delle velocità della perpendicolare A B, è la figura A B C H K.

IX. *Le sezioni egualmente veloci* sono quelle, nelle quali le velocità medie sono eguali; cioè per le quali l' acqua scorre con la media velocità eguale.

X. *Le sezioni inegualmente veloci* sono quelle, nelle quali le velocità medie sono diseguali. E più veloce si dice quella, che ha la media velocità maggiore dell' altra, e così al contrario.

XI. *Quantità d' acqua* intendiamo tutta la mole dell' acqua, che in un dato tempo scorre per una data sezione.

XII. Quello, che abbiamo detto intorno alla egualità, ed inegualità delle sezioni, è da applicarsi ancora alle perpendicolari. Siccome quel che si è detto delle velocità nelle perpendicolari, è da applicarsi proporzionalmente alle sezioni. Il che è da dirsi ancora intorno alle velocità massime, medie, ec. che si debbono applicare alle sezioni.

ASSIOMI.

I. Nella medesima sezione artificiale, qualsivoglia perpendicolare ha la

la medesima, o eguale velocità massima, media, minima, ec. rimossi gl' impedimenti, di contatto, di fregamento, e qualsivoglia altro estrinseco impedimento.

II. Le velocità diverse si debbono fra di loro comparare rispetto agli spazi, li quali possono scorrere nel medesimo, o egual tempo con moto equabile.

DIMANDE.

I. Data qualsivoglia quantità, poterla intendere figurata, o ridotta in qualsivoglia figura del medesimo genere, v. gr. una figura piana in un triangolo, in un rettangolo, ec. una solida in un prisma, o in una piramide, ec. della medesima dimensione.

II. Date quali si vogliano quantità, poterle assegnare per via di rette linee, che abbiano fra di loro la medesima proporzione, che le dette quantità.

PROPOSIZIONE I.

Stando un fiume nel medesimo stato per tutte le sue sezioni, passano eguali quantità d'acqua in tempi eguali. Fig. 2. Tav. VII.

Sieno due sezioni A D, E H, del medesimo fiume. Dico, che la quantità dell'acqua, che passa per A D, è eguale alla quantità dell' acqua, che passa per E H in tempo eguale. Imperocchè se maggior quantità d' acqua passasse per A D, che per E H, il fiume fra A, ed E continovamente crescerebbe, il che è contra il supposto: se minore quantità ne passasse per A D, che per E H, il fiume fra A, ed E continovamente scemerebbe; che è parimente contra il supposto. Se dunque nè maggiore, nè minore quantità d' acqua passa per A D, che per E H, ne passerà eguale quantità dall' una, e dall' altra sezione. Il che ec.

PROPOSIZIONE II.

Se l' acqua passando per qualche sezione, o per qualche perpendicolare in un dato tempo, s' intenda ridotta in un prisma retto, la base del quale sia la sezione, l' altezza del prisma sarà la media velocità di quella sezione. Fig. 2. Tav. VII.

Sia la sezione A D, sopra la quale, come base, s' intenda figurata in un prisma retto C F la quantità dell' acqua corrente per essa in un dato tempo. Dico, che l' altezza A E è la media velocità della sezione A D. Imperocchè se tutte le parti dell' acqua dentro il rettangolo A D scorressero con eguale velocità, mentre la parte C è portata in G, la parte A sarebbe portata in E, B in F, D in H, e tutte le parti del rettangolo A D alle sue parti corrispondenti del rettangolo E H: e però se

tutte le velocità della sezione A D fossero fra di loro eguali, l'acqua naturalmente si ridurrebbe alla figura del prisma C F: ma il prisma C F è eguale all' acqua, che passa con diverse velocità per la sezione A D; adunque per la medesima sezione scorrerebbe una eguale quantità d'acqua con la velocità A E, ovvero C G, a quella, che scorre con diverse velocità nel medesimo tempo; e però A E, altezza del prisma sarà la velocità media. Il che ec.

Il medesimo si dimostrerà dell'acqua, che passa per la perpendicolare A C, se s'intenda il prisma aver per base il rettangolo A G.

PROPOSIZIONE III.

Nelle sezioni del medesimo fiume le velocità medie sono in proporzione reciproca delle sezioni. Fig. 2. Tav. VII.

Sieno le sezioni A D, I M: Dico, come la velocità media della sezione I M, alla velocità media della sezione A D, così essere la sezione A D alla sezione I M. S'intendano le quantità dell'acqua scorsa in tempo eguale per l'una, e per l'altra sezione, figurate in prismi retti, la propria sezione de' quali gli serva per base, e sia della prima il prisma A H, e della seconda il prisma I N. E perchè eguale quantità d'acqua scorre nel medesimo tempo per A D, che per I M, saranno i prismi A H, I N (*Prop.* 1. *di questo*.) eguali, ma le basi de' prismi eguali, sono in reciproca proporzione dell' altezze, (*Prop.* 29. *dell'* 11. *d' Eucl.*) adunque A D, ad I M sarà come I P ad A E: ma I P è la velocità media della sezione I M, ed A E è la velocità media della sezione A D; (*Prop.* 2. *di questo*.) adunque come è la velocità media della sezione I M alla velocità media della sezione A D, così sarà la sezione A D alla sezione I M. Il che ec.

Corollario. Da questa proposizione è chiaro ancora il converso della medesima, cioè, che se le sezioni, e le velocità medie delle medesime sezioni stanno fra loro in reciproca proporzione, la quantità dell'acque saranno fra loro eguali: imperocchè i prismi, che hanno le basi, che reciprocamente si rispondono coll'altezze, sono eguali fra loro. *Prop.* 30. *dell'* 11. *d' Eucl.*

PROPOSIZIONE IV.

Le quantità dell' acque, che scorrono in tempo eguale per sezioni ineguali, ma egualmente veloci, stanno fra loro come le sezioni. Fig. 2. e 3. Tav. VII.

Sieno le sezioni ineguali, A D maggiore, I M minore, ma sieno eguali le loro medie velocità. Dico, che, come la sezione A D, alla sezione I M, così essere la quantità dell' acqua, che scorre per A D, alla quantità dell' acqua, che scorre per I M in tempi eguali. S' intendano

le

le quantità dell' acque conformate in prismi sopra le sue sezioni, (*Prop.* 2. *di questo.*) e sia della prima il prisma C F, e della seconda il prisma M P; adunque A E sarà la media velocità della sezione A D, e I P velocità media della sezione I M. (*Deffin.* 9. *di questo.*) E perchè le sezioni si suppongono egualmente veloci, saranno A E, I P fra loro eguali, e però i prismi C F, A P egualmente alti. Ma i prismi egualmente alti, sono fra loro come le basi, (*Prop.* 32. *dell'* 11. *d' Eucl.*) adunque come A D ad I M, così il prisma C F al prisma M P, e però come la sezione A D alla sezione I M, così la quantità dell' acqua, che passa per A D alla quantità dell' acqua, che passa in tempo eguale per I M. Il che ec.

Corollario I. Adunque se le sezioni sieno artificiali, e della medesima altezza, ma d' ineguale larghezza, le quantità dell' acqua saranno fra loro come le larghezze delle sezioni. *Prop.* 1. *del* 6. *d' Eucl.*

Corollario II. E se le dette sezioni fossero della medesima larghezza, ma d' ineguale altezza, sarebbero le quantità dell' acqua, come l' altezze, supposta però la medesima velocità media nell' una, e nell' altra sezione.

PROPOSIZIONE V.

Le quantità dell' acqua, che passano in tempi eguali per eguali sezioni, ma di velocità disuguali, sono fra loro come le velocità medie delle sezioni. Fig. 2. e 3. Tav. VII.

Sieno le sezioni eguali A D, I M, e sia la sezione A D meno veloce della sezione I M. Dico, che la quantità dell' acqua, che passa per A D, alla quantità dell' acqua, che passa in egual tempo per I M, è come la velocità media della sezione A D, alla velocità media della sezione I M. Si riducano, come sopra, le acque ne' prismi C F, K O; e perchè sono eguali le sezioni A D, I M, saranno i prismi C F, K O, sopra basi eguali, ma i prismi costituiti sopra basi eguali sono fra loro come l' altezze; (*Command. de Centro Gravit. Propos.* 20.) adunque come il prisma C F, al prisma K O, così l' altezza A E all' altezza I P; ma il prisma C F è l' acqua, che passa per la sezione A D, e il prisma K O è l' acqua, che corre per la sezione I M, e l' altezza A E è la velocità media della sezione A D, e l' altezza I P la velocità media della sezione I M; (*Prop.* 2. *di questo.*) adunque, come la quantità dell' acqua per A D alla quantità dell' acqua per I M, così la velocità media della sezione A D alla velocità media della sezione I M. Il che, ec.

Corollario I. Dal metodo, col quale abbiamo provato le superiori proposizioni, chiaramente apparisce, che se le quantità dell' acqua sieno eguali, e le sezioni, per le quali sono scaricate, egualmente veloci, saranno ancora le medesime sezioni eguali.

Corollario II. E se le quantità dell' acqua sieno eguali, ed eguali le sezioni, saranno ancora egualmente veloci.

PROPOSIZIONE VI.

Le quantità dell' acqua, che passano nel medesimo tempo per le sezioni del medesimo, o di fiumi diversi, hanno fra loro proporzione composta delle proporzioni della sezione alla sezione, e della velocità media della prima sezione alla velocità media della seconda. Fig. 2. e 3. Tav. VII.

Sieno le sezioni A D, I M: Dico, che la quantità dell'acqua, che passa per A D, alla quantità dell' acqua, che passa in tempo eguale per I M, averà la proporzione composta della proporzione della sezione A D alla sezione I M, e della velocità media della sezione A D alla velocità media della sezione I M. Imperocchè s' intendano le quantità dell' acqua ridotte ne' prismi retti C F, K O: (*Prop. 2 di questo.*) sarà dunque A E la velocità media della sezione A D, e I P la velocità media della sezione I M. Avendo dunque tutti i prismi proporzione composta delle basi, e dell' altezze loro, (*Comm. de Cent. Grav. Prop.* 21.) sarà la proporzione del prisma C F al prisma K O composta delle proporzioni della base, ovvero della sezione A D alla base, ovvero alla sezione I M, e dell' altezza A E, ovvero della velocità media della sezione A D all' altezza I P, ovvero alla velocità media della sezione I M: ma il prisma C F è la quantità dell' acqua, che passa per A D, e il prisma K O, è la quantità dell' acqua, che passa per I M; dunque l' acqua, che passa per A D, all' acqua, che passa per I M ha proporzione composta della proporzione della sezione A D alla sezione I M, e della velocità media per A D alla velocità media per I M. Il che, ec.

Corollario. Avendo le sezioni A D, I M per essere rettangoli, proporzione composta delle proporzioni d' A C, ad I K, e di C D a K M, (*Commandino alla Propos.* 23. *del* 6. *d' Eucl.*) ne segue, che la quantità dell' acqua, che scorre per la sezione A D, alla quantità dell' acqua, che scorre in tempo eguale per la sezione I M, averà proporzione composta delle proporzioni dell' altezza della prima sezione A D all' altezza della seconda sezione I M; della larghezza della sezione A D alla larghezza della sezione I M, e della velocità media per A D alla velocità media per I M.

Scolio. Da questa universal proposizione ne segue la verità della quarta, e quinta proposizione, le quali apposta da se separatamente abbiamo dimostrate, per non confondere sul bel principio i Lettori con una moltitudine di Corollari.

PROPOSIZIONE VII.

Se un fiume gonfi per augumento di nuova acqua, la quantità dell' acqua, che scorre nel gonfiamento, alla quantità dell' acqua, che scorreva avan-

avanti il gonfiamento in egual tempo, ha proporzione composta delle proporzioni della velocità media avanti il gonfiamento, alla velocità media nel tempo del gonfiamento, e dell' altezza avanti il gonfiamento all' altezza nel tempo del gonfiamento. Fig. 4. Tav. VII.

Sia il fiume, la sezione del quale avanti il gonfiamento sia A D, e per accrescimento di nuova acqua gonfi fino ad E F, di maniera che faccia la sezione E D: Dico, che la quantità dell' acqua, che scorre per la sezione A D alla quantità dell' acqua, che passa per la sezione E D, averà proporzione composta delle proporzioni della velocità media della sezione A D alla velocità media della sezione E D, e dell' altezza A C all' altezza E C. Conciossiachè la proporzione della quantità dell' acqua, che passa per A D, alla quantità dell' acqua, che in tempo eguale passa per E D, è composta delle proporzioni della velocità media per A D, alla velocità media per E D, e della sezione A D alla sezione E D; (*Prop. 6. di questo.*) ma la sezione A D alla sezione E D è come A C, a C E, adunque la quantità dell' acqua, che scorre per A D, alla quantità dell' acqua, che scorre per E D in egual tempo, è composta delle proporzioni della velocità media per A D, alla velocità media per E D, e dell' altezza A C all' altezza E C. Il che, ec.

Scolio. Questa proposizione non ha luogo, se non nelle sezioni artificiali; imperocchè le naturali per lo più non hanno la proporzione dell' altezze, tutte però le proposizioni dimostrate avanti, si verificano ancora nelle sezioni naturali, quantunque per facilità della dimostrazione le abbiamo supposte sezioni artificiali, ma nelle seguenti proposizioni le sezioni si suppongono necessariamente artificiali.

PROPOSIZIONE VIII.

Nel medesimo fiume la velocità media di una sezione alla velocità media d' un altra, ha la proporzione composta delle proporzioni dell' altezza viva nella seconda sezione, all' altezza viva della prima, e della larghezza della seconda sezione, alla larghezza della prima. Fig. 5. e 6. Tav. VII.

Sieno le sezioni A B, D E del medesimo fiume, nelle quali sieno l' altezze vive A G, D H, e le larghezze G B, H E, e sia la velocità media della sezione A B la linea B C, e la velocità media della sezione D E la linea E F: Dico che la B C all' E F ha proporzione composta delle proporzioni di D H a G A, e di H E a G B. Perchè dunque eguale quantità d' acqua passa per l' una, e l' altra sezione A B, D E, (*Prop. 1. di questo.*) sarà come la velocità B C alla velocità E F, così la sezione D E alla sezione A B; (*Prop. 3. di questo.*) ma la proporzione della sezione D E ad A B è composta delle proporzioni di D H a G A, d' H E a G B; adunque la velocità B C alla velocità E F sarà in composta propor-

zione di D H, a G A, e di HE a G B. (*Comm. alla Prop.* 24. *del* 6. *d' Eucl. Teor.* 2.) Il che ec.

PROPOSIZIONE IX.

Nel medesimo fiume l' altezza viva dell' acqua d' una sezione all' altezza viva dell' acqua d' un altra, è in proporzione composta della proporzione della larghezza della seconda sezione alla larghezza della prima, e della velocità media della seconda alla velocità media della prima. Fig. 2. e 3. Tav. VII.

Sieno le sezioni del medesimo fiume A D, I M; le altezze vive delle quali sieno A C, I K, e le larghezze C D, K M; Dico che A C ad I K ha proporzione composta delle proporzioni della velocità media della sezione I M, alla velocità media della sezione A D, e della larghezza K M alla larghezza C D. Si suppongano le quantità dell' acqua, che passano per l' una, e l' altra sezione in tempi eguali ridotte ne' soliti prismi CF, K O, i quali saranno eguali; (*Prop.* 1. *di questo.*) e saranno C G, K Q le velocità medie delle sezioni A D, I M; (*Prop.* 2. *di questo.*) ma degli uguali prismi si rispondono le basi reciprocamente all' altezze; (*Prop.* 29. *dell'* 11. *d' Eucl.*) adunque come l' altezza A C all' altezza I K, così la base K N alla base C H; ma la base K N alla base C H è in composta proporzione delle proporzioni di K M a C D, e di K Q a C G, adunque la proporzione di A C ad I K averà proporzione composta di K M a C D, e di K Q a C G, (*Comm. alla prop.* 24. *del* 6. *d' Eucl.*) cioè l' altezza A C all' altezza I K averà proporzione composta della velocità media della seconda sezione I M alla velocità media della prima sezione A D, e della larghezza K M della seconda sezione alla larghezza C D della prima. Il che ec.

Corollario I. Dal progresso di questa proposizione si fa manifesto, che se le larghezze delle sezioni C D, K M, si piglino per altezze de prismi, sarà la proporzione delle larghezze C D, K M composta delle proporzioni di I K, a C A, e K Q a C G, e la larghezza della prima sezione alla larghezza della seconda averà proporzione composta della velocità media della seconda sezione alla velocità media della prima, e dell' altezza viva della seconda sezione all' altezza viva della prima.

Corollario II. E' parimente manifesto, che le passate due proposizioni non solo hanno luogo nelle sezioni del medesimo fiume, ma ancora in quelle di diversi, purchè passino per esse eguali quantità d' acqua in tempi eguali.

PROPOSIZIONE X.

Se l' acqua d' un fiume entri in un altro fiume, l' altezza, che ha l' acqua del primo fiume nel proprio alveo, all' altezza, che la medesima, ovve-

ro un altra mole eguale ad essa, ha nel secondo fiume, ha proporzione composta della velocità, che ha nel secondo fiume, alla velocità, che aveva nel proprio alveo, e della larghezza del secondo fiume alla larghezza del proprio alveo. Fig. 5. e 6. Tav. VII.

Sia la sezione del primo fiume influente A B, l'altezza del quale sia A G, la larghezza G B, e la velocità media sia B C. Sia dipoi D H l'altezza, che ha nel secondo fiume l'acqua influente, e la larghezza del secondo fiume H E, e perciò D E la sezione, per la quale l'acqua del primo fiume scorre per lo secondo fiume, e la sua velocità E F. Dico che l'altezza A G all'altezza D H averà proporzione composta della velocità EF alla velocità BC, e della larghezza H E alla larghezza G B. Imperciocchè scorrendo eguali quantità d'acqua per le sezioni A B, D E, sarà A G a D H in proporzione composta delle proporzioni di E F a B C, e H E a G B. (*Prop. 9. di questo.*) Il che ec.

Scolio. Si dee avvertire, che mentre dichiamo A G a D H avere una data proporzione, noi non pigliamo DH per l'augumento fatto nel fiume per causa dell'accrescimento della nuova acqua; imperocchè A G all'augumento fatto nel fiume non ha sempre quella proporzione, che ha a DH, ma per lo più l'ha maggiore, come a suo luogo sarà manifesto.

Corollario. Da questa proposizione, e dall'ottava si fa manifesto, che la velocità media, che ha l'acqua del fiume influente nel proprio alveo, alla velocità media, che ha nel secondo fiume, ha proporzione composta delle proporzioni della larghezza del secondo fiume alla larghezza del primo, e dell'altezza, che ha nel secondo fiume, all'altezza, che aveva nel proprio alveo.

PROPOSIZIONE XI.

Se il complesso delle velocità di alcuna perpendicolare si figuri in un rettangolo sopra alla perpendicolare come sopra base, sarà l'altezza del rettangolo la media velocità di quella perpendicolare. Fig. 1. Tav. VII.

Sia la perpendicolare A B, e il complesso delle sue velocità naturali si contenga nella figura A B C K, e sia tal figura ridotta nel rettangolo B L, di maniera che abbia l'A B per base; Dico la sua altezza A L essere la velocità media della perpendicolare A B. Imperciocchè il lato L M parte sarà nella figura A B C K, e parte fuori di essa, come da se stesso è chiaro; che se fosse altrimenti il rettangolo, o sarebbe maggiore, o minore della figura; adunque segherà la linea K C in qualche punto, v. gr. in H, pel quale si conduca H F parallela all'altezza A L. Perchè dunque il rettangolo B L è eguale ad A B C H K, se si leverà la parte comune A B M H K, sarà la figura K H L eguale alla figura M H C; ma

KHL è l'eccesso delle velocità, col quale FH una delle velocità fra A, e B supera le velocità fra A ed F, e MHC è l' eccesso delle velocità, col quale la medesima FH è superata dalle velocità fra F e B; adunque la velocità FH tanto è superata dalle velocità fra F e B, di quanto ella supera le velocità fra F ed A, e perciò sarà FH velocità media della perpendicolare AB (*Def.* 4. *di questo*.) ma FH è eguale ad AL, adunque ancora AL sarà velocità media della medesima perpendicolare AB. Il che ec.

Corollario. Essendo il rettangolo BL, per la costruzione, eguale al complesso delle velocità naturali dell' acqua nella perpendicolare AB, si potrà ancora il medesimo pigliare come per complesso delle velocità della medesima perpendicolare.

PROPOSIZIONE XII.

Il complesso delle velocità di qualche perpendicolare al complesso delle velocità d'un altra, ha proporzione composta della velocità media della prima perpendicolare alla velocità media della seconda, e della prima perpendicolare alla seconda. Fig. 7. e 8. Tav. VII.

Sieno le perpendicolari AB, CD; Dico, che il complesso delle velocità della perpendicolare AB al complesso delle velocità della perpendicolare CD ha proporzione composta delle proporzioni della velocità media della perpendicolare AB alla velocità media della perpendicolare CD, e di AB a CD. Poichè gli aggregati delle velocità delle perpendicolari AB, CD, si riducano ne' rettangoli BE, DF, le basi de' quali sieno AB, CD, sarà dunque il rettangolo BE il complesso delle velocità della perpendicolare AB, e DF il complesso delle velocità della perpendicolare CD; ma i rettangoli BE, DF sono fra loro in proporzione composta delle proporzioni d' AE a CF, e d' AB a CD; (*Comm. alla propos.* 24. *del* 6. *d' Eucl.*) ma AE è velocità media della perpendicolare AB, e CF è velocità media della perpendicolare CD; (*Prop.* 11. *di questo*.) adunque il complesso delle velocità della perpendicolare AB al complesso delle velocità della perpendicolare CD ha proporzione composta delle proporzioni della velocità media AE alla velocità media CF, e della perpendicolare AB alla perpendicolare CD. Il che ec.

Corollario I. Ne segue da questa proposizione, che se le velocità medie sono eguali, gli aggregati delle velocità fra loro hanno la medesima proporzione, che le perpendicolari.

Corollario II. E se le perpendicolari sono eguali, gli aggregati delle velocità saranno fra loro, come le medie velocità.

Corollario III. Se poi gli aggregati delle velocità delle due perpendicolari sieno fra loro eguali, ne segue, che le velocità medie delle me-

de-

desime perpendiolari sieno in proporzione reciproca delle perpendicolari.

Corollario I. E perchè i rettangoli, che hanno le basi, che reciprocamente si rispondono all' altezze, sono fra loro eguali, ne segue, che se le velocià medie, e le perpendicolari sieno fra loro in reciproca proporzione, gli aggregati delle velocità saranno fra loro eguali.

PROPOSIZIONE XIII.

Nelle sezioni egualmente larghe, le somme delle velocità d' una perpendicolare in ciascuna sezione, sono fra loro come le quantità dell' acqua, che passano per le medesime sezioni in tempi eguali. Fig. 4. Tav. VII.

Sieno due sezioni A D, E D, della medesima larghezza C D, ma d' ineguale altezza A C, E C; e sia G l' acqua, che passa per A D, ed H l' acqua che scorre per E D, in tempo eguale. Sia dipoi I il complesso delle velocità della perpendicolare A C; ed L il complesso delle velocità della perpendicolare E C; e finalmente sia M la velocità media della sezione A D, ed N la velocità media della sezione E D: (*Prop. 6. di questo.*) Dico come I ad L, così essere G ad H. Imperocchè la ragione di G a H, cioè dell' acque, è composta delle proporzioni d' M ad N, cioè delle velocità medie, e di quella della sezione A D alla sezione E D: ma è come A D ad E D, così A C ad E C; la proporzione adunque di G ad H sarà composta delle proporzioni d' M ad N, e d' A C ad E C; ma la proporzione d' I ad L, cioè il complesso delle velocità, anch' essa è composta dalle proporzioni d' M ad N, e di A C, ad E C; (*Prop. 12. di questo.*) Adunque come I ad L, così G ad H. Il che ec.

PROPOSIZIONE XIV.

Le quantità dell' acqua, che passano in tempi eguali per qualsivogliano sezioni artificiali, fra loro hanno proporzione composta delle proporzioni del complesso delle velocità d' una perpendicolare della prima sezione, al complesso delle velocità d' un altra perpendicolare, nella seconda sezione, e della larghezza della prima sezione, alla larghezza della seconda. Fig. 7. e 8. Tav. VII.

Sieno le sezioni A G, C H; Dico, che la quantità dell' acqua, che passa per A G, alla quantità dell' acqua, che in tempo eguale passa per C H, è in composta proporzione delle proporzioni del complesso delle velocità della perpendicolare A B, al complesso delle velocità della perpendicolare C D, e della larghezza B G della prima sezione, alla larghezza D H della seconda. Sia I la quantità dell' acqua, che passa per A G, e K la quantità dell' acqua, che passa in tempo eguale per C H; e si faccia come il complesso delle velocità della perpendicolare A B al complesso delle velocità della perpendicolare C D, così L ad M; e come la larghezza B G alla larghezza D H, così M ad N; sarà la proporzione d'

L ad

L ad N, composta delle proporzioni, che hanno fra loro gli aggregati delle velocità, e le larghezze delle sezioni. Sia dipoi O velocità media della sezione A G, e P velocità media della sezione C I, si dee provare come I a K, così essere L ad N.

Concioſſiachè L ad M è composta delle proporzioni l' A B a C D, e di O a P; adunque L ad N averà proporzione composta l' A B a C D, d' O a P, e di B G a D H; (*Prop.* 11. *di questo.*) ma delle medesime proporzioni è composta quella di I a K; (*Corollario della* 6. *di questo.*) adunque la proporzione di I K sarà la medesima di L ad N, Il che ec.

PROPOSIZIONE XV.

Gli aggregati delle velocità di due sezioni hanno fra loro proporzione composta delle proporzioni del complesso delle velocità d' una perpendicolare nella prima sezione, al complesso delle velocità d' un altra perpendicolare nela seconda sezione, e della larghezza della prima sezione, alla larghezza della seconda. Fig. 2. e 3. Tav. VII.

Sieno le due sezioni A D, I M, e le sue larghezze C D, K M; Dico che il complesso delle velocità della sezione A D al complesso delle velocità della sezione I M, ha proporzione composta del complesso delle velocità della perpendicolare A C, al complesso delle velocità della perpendicolare I K, e della larghezza C D, alla larghezza K M. Si faccia il rettangolo C E eguale al complesso delle velocità della perpendicolare A C, e s' intenda eretto al piano della sezione A D; similmente si costituisca un altro rettangolo D F eguale al complesso delle velocità della perpendicolare B D, e s' intenda parallelo al rettangolo C E; e si congiungano F E, H G. E perchè le perpendicolari A C, B D nella medesima sezione sono uguali fra loro, e a quelle parimente sono eguali qualsivogliano altre, ne segue, (*Assioma* 1. *di questo.*) che la velocità media della perpendicolare A C, sia eguale alla velocità media della velocità della perpendicolare B D, e perciò saranno eguali fra loro le linee B F, A E, e per conseguenza ancora i rettangoli D F, C E saranno fra loro uguali, e simili, e similmente posti; ma sono ancora paralleli, adunque il solido C F, sarà un prisma, la base del quale sarà il rettangolo C E, e l' altezza C D, ovvero A B. E se si riducano in rettangoli gli aggregati delle velocità di tutte le perpendicolari fra A C, e B D, saranno tutti eguali al rettangolo C E de' suddetti rettangoli; e se si pongano paralleli a rettangoli C E, D F, i lati omologhi a lati E G, F H saranno nel rettangolo F G, e tutti comporranno il prisma C F; adunque il prisma C F sarà il complesso delle velocità della sezione A D, Poste le medesime cose, si dimostrerà nell' altra sezione I M il prisma K O essere il complesso delle velocità della sezione I M; ma i prismi hanno proporzione compo-

po-

posta delle proporzioni delle basi, e delle altezze, adunque il prisma CF al prisma KO, averà proporzione composta delle proporzioni della base CE alla base KP, e di CD, KM; ma CE è il complesso delle velocità della perpendicolare AC, e KP il complesso delle velocità della perpendicolare IK; (*Corollario della Propos. 11. di questo*) adunque ancora il complesso delle velocità della sezione AD, al complesso delle velocità della sezione IM, sarà in composta proporzione del complesso delle velocità della perpendicolare AC, al complesso delle velocità della perpendicolare IK, e della larghezza CD alla larghezza KM. Il che ec.

Corollario. E perchè per la proposizione 14. le quantità dell' acqua in diverse sezioni sono fra loro in ragione composta della proporzione, che hanno fra di loro gli aggregati delle velocità nelle perpendicolari di diverse sezioni, e della proporzione delle larghezze delle medesime, ed essendosi nella superior proposizione dimostrato, che la medesima proporzione è composta degli aggregati delle velocità in diverse sezioni, ne segue, che le quantità dell' acqua sono fra loro nella medesima proporzione, che gli aggregati delle velocità delle sezioni, per le quali passano, o piuttosto, essere lo stesso il complesso delle velocità d' una sezione, e l' acqua, che scorre per la medesima, presa astrattamente.

Scolio. Queste ultime proposizioni intorno gli aggregati delle velocità, benchè si potessero ridurre alle antecedenti, o almeno dalle medesime si potessero ricavare immediatamente, contuttociò abbiamo intrapreso a dimostrarle quì separatamente, acciocchè dalla similitudine delle proprietà, e delle passioni, chiaramente apparisse la connessione, o l' identità, o almeno la proporzionalità, che hanno fra loro gli aggregati delle velocità, e le quantità dell' acque, o si considerino in una intera sezione, o solamente in una perpendicolare, e acciocchè fra tanto il Lettore s' assuefacesse a pigliare i complessi delle velocità in cambio delle quantità dell' acqua, essendo per essere frequente ne' libri seguenti l' uso di essi.

LI-

LIBRO SECONDO.

Nel qual si propone la misura dell' acque correnti ne' canali inclinati solitari.

SUPPOSIZIONE.

PEr dare luogo alla Dottrina, supponghiamo gli alvei de' fiumi, ovvero i canali essere vasi lunghi, che abbiano il fondo loro sempre nel medesimo piano, e i suoi lati piani verticali perpendicolari al piano del fondo, per li quali l' acqua scorre, o può scorrere dal più alto al più basso termine, e i medesimi non ritorti, ma indirizzati dirittamente al suo termine.

DEFINIZIONI.

I. Canale solitario è quello, che piglia tutta la sua acqua dal principio, e quella scarica al termine del suo corso, senza accrescimento, o mescolamento d'altri canali, come sono quelli, che da' suoi fonti, o laghi pigliano tutta la loro acqua, la quale per tutto il tratto del loro corso non si mescola con l' acque d' altri canali.

II. Canale unito si dica quello, che riceve l' acqua da due, o da più minuti canali scambievolmente uniti, uno de' quali influisca nell' altro, o si faccia l' unione solamente in uno, o in più luoghi, come sono per ordinario tutti i fiumi, le acque de' quali si radunano insieme per la confluenza di più rivi.

III. Canale inclinato è quello, le parti del quale inegualmente sono distanti dal centro de' gravi, altre più, altre meno.

IV. Principio d' un canale intendo quel punto, ovvero quella linea, nella quale prolungandosi il piano inclinato del canale, concorre colla superficie dell' acqua.

V. Orizzontale adunque *per lo principio dell' alveo* si dica quella linea, che si tira dal principio dell' alveo parallela all' orizzonte.

VI. Orizzontale della sezione è una linea, ovvero un piano tirato per lo fondo della sezione parallelo all' orizzonte.

VII. Angolo dell' inclinazione di qualche canale è quello, che è fatto della

della linea orizzontale dal principio dell'alveo, e della linea della direzione del canale.

VIII. Sezioni simili negli alvei declivi, ovvero inclinati, si chiamino quelle, che egualmente sono distanti dal principio dell' alveo, e questo è chiaro, che non si possono trovare, se non in diversi canali.

IX. Sezioni similmente poste si chiamino quelle, che si fanno in canali egualmente inclinati all' orizzonte.

X. Luci sono i forami di varia figura o circolare, o quadrata ec. fatti ne' lati, o nel fondo di qualche vaso, per i quali l'acqua, essendo ripieno il vaso, possa passare.

PROPOSIZIONE I.

Se da un vaso pieno di acqua si cavi dell' acqua da luci, o forami simili, ed eguali, ma posti inegualmente sotto la superficie dell' acqua, le quantità dell' acqua cavata saranno fra loro in sudduplicata proporzione dell' altezza dell' acqua, che fa forza d' escire; purchè però perseveri sempre sopra i lumi eguale altezza d' acqua.

Questa proposizione vien dimostrata dall' esperienza; imperocchè oltre all' osservazioni degli altri, quelle del Sig. Mariotte in particolare sono state da me riesperimentate appresso il Reverendiss. Abate D. Taddeo Peppoli l' anno 1683. il dì 14. di Ottobre: perciocchè nel Convento di S. Bernardo de' PP. Olivetani di questa Città, favorendomi in persona il medesimo Reverendiss. Abate (la memoria del quale sempre con animo grato sarà da me venerata, siccome in perpetuo mi dorrò della morte, benchè dopo una lunga vita poco dopo ciò seguita) e D. Giovanni Lodovico Donello, Dottor collegiato di filosofia, e medicina, e con qualche lode nelle mattematiche versato, mio strettissimo amico, e da lui medesimo, e da altri amici ne' miei studj, ed esperienze aiutato, fu preparato un vaso cilindrico, d' altezza di quattro piedi, col diametro della sua base lungo due piedi, e divisa la sua altezza in sedici parti eguali, furono dipoi fatti in un lato del vaso altrettanti fori circolari, eguali fra loro; a tutti questi furono messe le sue cannelle di legno egualissime, la cavità interiore delle quali da per tutto della medesima grossezza, e diligentissimamente spianata, e pulita, era più larga d' un oncia nel suo diametro, e alla loro parte esteriore fu adattato delle lame di metallo, con un foro circolare nel mezzo, eguale ad un quarto d'oncia, col suo centro per l' appunto corrispondente all' asse della cannella, che sigillavano esattamente il resto del foro che rimaneva. Dipoi ripieno il vaso d' acqua, e preparato un pendolo lungo once 28. e un quinto, fu osservata la quantità dell' acque, che escirono nello spazio di quindici vibrazioni. Primieramente dalla cannella inferiore, chiuse le altre, nel sud-

det-

detto tempo l'acqua cavata fu once 123. mantenendo nel vaſo la ſuperficie dell' acqua nella medeſima altezza: e ſerrata la cannella inferiore, e aperta la più alta di tutte, acciocchè l'altezza dell' acqua ſcemaſſe tre once, reſtando di gettare la detta più alta, fu aperta di nuovo l'inferiore, e l'acqua cavata in altre quindici vibrazioni fu once 118. e ſi ſeguitò così ſucceſſivamente nell'altre, finchè non s'arrivò all'altezza d' once 24. E per eſſere allora aſſai difficile mantenere l' acqua nella medeſima altezza, durante il tempo, che la cannella gettava, fu ſerrata l' inferiore cannella, e di nuovo ripieno il vaſo d'acqua, fu riaperta quella, che era ſommerſa once 24. ſotto la ſuperficie dell'acqua, e nel dato tempo ſi oſſervò eſſere eſcite once 93. d'acqua, e ſi ſeguitarono ſucceſſivamente l'eſperienze ſecondo il metodo di ſopra, finochè ſi arrivò a tre once d' altezza. E perchè la luce di queſt' ultima cannella, benchè pochiſſimo, e quaſi inſenſibilmente era maggiore della ſuperiore, del che primieramente ci avvedemmo dalla quantità dell' acqua, che eſciva, dipoi con eſperienza ſottiliſſima dalla rettificazione, o riſcontro del diametro; perciò dalla mutazione della luce, doppia oſſervazione fondamentale ſi ebbe a fare, la prima, in altezza d'once quarantotto, e la ſeconda, in altezza d' once 24. Tutte le oſſervazioni ſono nella ſottopoſta tavola, inſieme colle quantità dell' acque corriſpondenti alla ſudduplicata proporzione dell' altezza dell' acqua ſopra i centri delle luci, cavate da due fondamentali oſſervazioni, acciocchè appariſca quanto poca ſia la differenza fra la ritrovata proporzione coll' eſperienza, e la propoſta proporzione ſudduplicata.

Altezza dell' acqua ſopra il centro della cannella, e del lume in once del piede Bologneſe,	*Quantità dell' acqua, che eſce in tutte a 15. le vibrazioni in once della libbra Bologneſe.*	*Proporzione dell' acque nella prima oſſervaz. fondamentale, ſudduplicata dell'altezze, in once della libb. Bologn.*
48	123	123
45	118	119
42	116	115
39	110	111
36	106	106
33	103	102
30	97	97 $\frac{1}{2}$
27	91	92
		Proporzione dell' acque cavate nella ſeconda oſſervazione fondamentale.
24	93	93
21	87	87

18	81	80 $\frac{1}{2}$
15	74	74
12	66	66
9	56	57
6	47	46 $\frac{1}{2}$
3	34	33

Da queste osservazioni è chiaro, che le quantità dell'acqua sono in suddupplicata proporzione dell'altezze, e benchè in qualche luogo faccia alcuna piccolissima differenza dalla proposta proporzione, contuttociò è insensibile, ed è da attribuirsi al contatto delle luci, o delle lamine, o a qualche piccolissima inavvertenza dell' osservazioni, di maniera tale, che la natura par che proceda con questa proporzione.

Oltre all' esperienze, alcuni cercano di dimostrare questa proposizione, che tutti per lo più pigliano, come principio, ovvero immediatamente la deducono dalla supposizione, tuttavia la più sicura dimostrazione, mi pare, che sia quella del Torricelli, che è tale.

Sia il vaso A B C D, (*Fig. 9. e 10. Tav. VII.*) che abbia il foro in E orizzontale, e sia la superficie dell' acqua A B, e similmente s' intenda un altro vaso F G, col foro in H, eguale al foro E, dico, che la velocità, colla quale esce l' acqua dal foro H, alla velocità, colla quale esce dal foro E, è in suddupla proporzione delle linee, ovvero dell' altezze B L, F G.

Imperocchè, l' acqua, che esce da' fori E, H, levato l' impedimento dell' aria, sale fino all' orizzontali A M, N K, per l' impeto, o per la velocità impressa in E, ed H; adunque la velocità in E, ed H, è la medesima, che se scendesse l' acqua da M in E, e da K in H, (*Galileo nello scolio della prop. 23. de motu acceler.*) ma la velocità in E dalla discesa per M E, alla velocità in H dalla discesa per H K, ha proporzione sudduplicata dalle linee M E, H K, o di B L, F G, (*Galileo nel med. luogo prop. 2.*) adunque la velocità in E, ed H, è parimente in proporzione sudduplicata delle linee B L, F G; ed essendo le quantità dell' acque nelle sezioni, o luci eguali, come le velocità; (*prop. 5. del 1. di questo.*) ancora le quantità dell' acqua averanno proporzione sudduplicata dell' altezze. Il che, ec.

Corollario. E perchè la velocità in E, ed H, non è da altro causata, che dalla pressione dell' acqua, che sta sopra nel vaso, ne segue, che la pressione farà forza secondo la predetta proporzione, se si considera, che nella velocità operi solamente la pressione.

Scolio. Quindi tanto è, che il foro E sia orizzontale, e volto per insù, che di sotto nel fondo C D, o verticalmente ne' lati B L, F G,

tal-

talchè la direzione sia orizzontale; imperocchè, l' acqua preme da per tutto egualmente, purchè abbia sempre, o eguale, o la medesima altezza sopra di se. (*a*)

PRO-

(*a*) Ne' getti verticali, il risalir l' acqua alla stessa altezza, alla quale si trova la di lei superficie nel vaso (salvo qualche piccol divario dependente dalla resistenza dell' aria, e de' labbri del foro) ed il descrivere essa ne' getti orizzontali, ed inclinati, parabole d' ampiezza competente alla velocità, che si converrebbe ad un corpo cadente da un altezza eguale all' altezza dell' acqua nel vaso, sono tanti argomenti, che provano la legge della velocità dell' acqua esser la sudduplicata dell' altezza. E questa medesima legge è talmente confermata dall' esperienze quì addotte dal nostro Autore, e da altri tante volte ripetute, che sembra non potersene omai più dubitare. Può bensì nascer dubbio, se la velocità che ha l' acqua nell' escir da' fori fatti nel fondo, o nelle pareti d' un vaso, sia quella stessa che si conviene ad un corpo solido cadente da un altezza eguale a quella, a cui è nel vaso la superficie dell' acqua sopra il foro; mentre l' esperienze stesse sembrano lontane dal dimostrarlo. Si sa che un corpo, nel tempo, in cui scende per una data altezza, acquista tanta velocità da percorrere equabilmente uno spazio doppio di tale altezza; che però se un fluido esce da un vaso con quella velocità, che avrebbe un solido alla fine di tal discesa, dovrebbe nel tempo stesso, in cui un corpo discende da quell' altezza, escire appunto una tal quantità di fluido, che eguagli il doppio della colonna d' acqua contenuta nel vaso, d' altezza eguale all' altezza dell' acqua nel vaso, e di base eguale al foro.

Riferisce il Guglielmini nell' appendice del libro 6. che da un foro quadrato di un quarto d' oncia, sopra cui era l' acqua alta piedi Bolognesi 3. once 10. $\frac{7}{8}$, ovvero piedi Parigini 4. 7. $\frac{36}{41}$, escì una quantità d' acqua in 1.' che conformata in un prisma, che avesse per base il foro del vaso, avrebbe avuto l' altezza di piedi 427, once 9. $\frac{11}{103}$ o sieno once 5133., o piedi Parigini 500. $\frac{3}{4}$ prossimamente: Laddove la velocità competente ad un corpo cadente dall' altezza di piedi Parigini 4. 7 $\frac{36}{41}$ sarebbe quella di piedi 16. 8. 2. 4. per 1.", o sieno piedi 964. in 1.' onde il riferito esperimento dà più tosto una quantità eguale alla colonna dell' acqua sopra il foro, che doppia, come dovrebbe essere nell' ipotesi, che la velocità dell' acqua all' escir del vaso fosse quella, che un corpo avesse acquistato cadendo dall' altezza, in cui è l' acqua nel vaso. Parimente il Mariotte trovò, che da un foro di tre linee di diametro, posto 13. piedi sotto la superficie dell' acqua, escivano in un minuto 14. pinte, ciascuna delle quali pesa due libbre, e delle quali 35. fanno un piede cubico; la qual quantità d' acqua conformata in un cilindro, che abbia per base il sopraddetto foro, avrebbe d' altezza piedi 1148.: Laddove la velocità competente alla caduta di piedi 13. parigini, sarebbe piedi parigini 27. 11. 1. 7., ovvero in un minuto primo, piedi 1675. 8. 6. 0; talchè anco quest' esperimento è lontano dal dare l' accennata velocità. Altre diversità ancora nelle quantità dell' acqua osservò provenire il Poleni dal modo di estrarla; estraendola cioè per mezzo d' un cannello fatto a guisa di cono tronco, la quantità dell' acqua era maggiore che estraendola per un cannello cilindrico, e la quantità dell' acqua estratta per un cannello cilindrico, vide esser maggiore della quantità estratta per un semplice foro. E' notabile per altro, che le quantità dell' acqua estratte in un istesso modo, cioè o quelle per il cannello conico, o quelle per il cilindrico, o l' altre per il semplice foro, estratte o da un lato del vaso, o dal fondo, furono costantemente in ragione sudduplicata dell' altezze; ma le sopraccennate diversità nelle quantità dell' acqua fanno non senza ragione sospettare, che nell' escita dell' acqua da' vasi alcune cause vi sieno, che turbino il libero e intero moto naturale dell' acqua; forse che l' acqua laterale al foro, dicono alcuni, dà alle particelle dell' acqua che esce presso agli orli, una direzione verso l' asse dello zampillo, e queste impediscono l' escita delle particelle di mezzo, e cessa questo impedimento almeno in parte, allorchè si adatti al foro un cannello, le di cui pareti attraggano a se quelle prime particelle, che alteravano all' acqua la direzione, e ne impedivano il libero esito. Ma sieno quali più si vogliono le cause di ciò, realmente si osserva, che a piccola distanza dagli orifizi de' vasi, da' quali esce l' acqua, lo zampillo si ristringe, sia il getto verticale, o orizzontale nel quale non può sospettarsi ciò accadere per l' accelerazione: questo ristringimento fu notato con occhio filosofico dal celebre Newton, e ritrovò essere il diametro dello zampillo in tal luogo, ovvero il diametro della vena ristretta, al diametro del foro, come 6: 5. ovvero come $6\frac{1}{2} : 5\frac{1}{2}$

in-

PROPOSIZIONE II.

L' acqua, e passa per qualche sezione d' un canale inclinato scorre con la medesima velocità, che scorrerebbe uscendo da un vaso per una luce simile, ed eguale alla sezione, e tanto remoto dalla superficie dell' acqua, quanto la sezion è distante dall' orizzontale tirata dal principio del canale. Fig. 11. Tr. VII.

Sia il cana inclinato A B, pel quale scorra l' acqua nella sezione B, e sia la line A E l' orizzontale per lo principio del canale; dico, che l' acqua pera sezione B, scorrerà con la medesima velocità, che se scorresse per la nedesima sezione B, come se fosse un foro d' un vaso chiuso A B E, el quale A E sia la superficie dell' acqua. Conciossiachè, essendo l' acqua un corpo grave, se ci immagineremo, che da A sia scorsa per lo piao inclinato A B, sarà in B la medesima velocità, che in D, se da A osse piombata in D (supponendosi A D perpendicolare all' orizzonte, e tagliata dall' orizzontale D B) ovvero da C in B; ma nel vaso chiuso la velocità della luce B è la medesima, che averebbe l' acqua se scorresse da C in B; (*Torricelli de motu grav. prop. 5.*) adun-

incirca, ed avvertì, he sopra la sezione della vena ristretta, e non su foro doveasi istituire il calcolo della quantità del acqua. Il che facendo, l' esperienze molto si avicinano a dar la velocità dell' acqua che esce da' vasi, eguale a quella, che hanno i corpi liberamente cadenti; Ed in fatti il Poleni notò, che da u foro di linee 26 di diametro, fatto in una lastra essendo l' acqua sopra esso piedi 1. 9. 4., escironoin 4.' 37." poll. cubi d' acqua 73035. e però in 1.' poll. 263. $\frac{2}{3}$ prossimamente; il diametro della vena ristretta fu lin. 20 $\frac{1}{2}$, onde viene la sezione della vena ristretta 329. 9., o sieno poll. 2. $\frac{21}{72}$ prossimamente, per i quali dividendo 263 $\frac{2}{3}$, ne viene l' altezza del cilindro d' acqua escito in 1.', di pol. 115.; laddove un corpo liberamente caduto dall' altezza di piedi 1. 9 4. farebbe poll. 124.: la differenza, come si vede, è molto piccola, e da potersi ascrivere allo sfregamento negli orli del vaso, alla resistenza dell' aria, e alla misura istessa della vena, che non può mai prendersi precisamente. Fatta poi l' altezza dell' acqua di piedi 3. 9 2. per l' istesso foro di lin. 26. di diametro, escirono in 3.' 11." $\frac{1}{2}$ poll. cubi 73035., o sieno in 1.' poll 362. $\frac{1}{2}$ prossimamente, essendo il diametro della vena ristretta 20. $\frac{1}{2}$; onde il cilindro dell' acqua sarà alto prossimamente poll. 152. laddove la velocità d' un corpo caduto da detta altezza sarebbe poll. 181. Accostandosi di tanto l' esperienza a dare all' acque che escono da' vasi l' istesse velocità, che avrebbero i corpi cadendo dall' altezza, in cui è l' acqua sopra il foro; e le differenze che si ritrovano tra l' esperienze, ed il calcolo, potendosi ascrivere ad alcune cause accidentali, ed alla difficoltà dell' esperienza istessa, pare potersi concludere, che veramente i fluidi all' escir de' fori fatti nel fondo, o nella parete d' un vaso, non abbiano diversa velocità da quella, che avrebbe un corpo acquistata in fine della discesa, se esso cadesse da una altezza eguale appunto a quella che ha l' acqua sopra il foro del vaso. Quindi è che la quantità dell' acqua che, astraendo dalle sopraddette cause, escirebbe da un foro fatto in un vaso, nel tempo che un corpo solido caderebbe dall' altezza che ha l' acqua nel vaso, sarà doppia della colonna d' acqua soprapposta all' istesso foro.

Donde si può dedurre, che l' impressione fatta dall' acqua, che corre con una data velocità sopra una superficie piana, equivale al peso d' un cilindro d' acqua, la cui base sia l' istessa superficie, e l' altezza sia doppia di quella, da cui dovrebbe cadere un corpo per acquistare quella velocità, che ha l' acqua corrente.

que, scorra l' acqua per lo canale A B nella sezione B o scorra fuora dal vaso A B E per la luce B, sarà sempre la medesima velocità. Il che, ec.

Corollario I. Da queste cose si ricava, le velocità in diverse sezioni d' un medesimo canale essere in proporzione sudduplicata delle perpendicolari tirate dalle sezioni all' orizzontale per lo principio dell' alveo. Imperocchè, essendo le velocità nelle luci F B, in sudduplicata proporzione delle linee F G, B C, ancora le velocità nelle sezioni F, B, averanno la medesima sudduplicata proporzione.

Corollario II. E perchè come F G, a B C, così è F A, a B A, saranno ancora le velocità delle sezioni F, B, in sudduplicata proporzione delle linee F A, A B, cioè delle distanze dal principio dell' alveo.

Corollario III. Ritrovata adunque la media proporzionale fra G F, e C B, ovvero fra A F, e A B, sarà come G F, o A F alla media, così la velocità F alla velocità B.

Corollario IV. Per la qual cosa se con l' asse A B, e 'l vertice A si descriva la semiparabola A H L, e si tirino le semiordinate F H, B L, saranno queste la misura delle velocità de' punti, ovvero delle sezioni F, B, e così degli altri. (*Apoll. lib.* 1. *de Conic. prop.* 11.)

Corollario V. Dalle sopraddette cose se ne deduce, che sempre più crescono le velocità, quanto più si discostano le sezioni dal principio dell' alveo: al contrario poi, essendo che, stando nel medesimo stato il canale, le velocità contrariamente rispondano alle sezioni, ne segue conseguentemente, che sempre le sezioni sono minori, e se le medesime si suppongono egualmente larghe, l' altezze saranno sempre minori.

PROPOSIZIONE III.

In qualsivoglia sezione d' un canale inclinato, la velocità è maggiore nel fondo, che nella superficie dell' acqua. Fig. 12. Tav. VII.

Sia il canale inclinato A B, e in esso la sezione con l' altezza B C; dico, che la velocità in B, è maggiore di quella in C. Si tiri per lo principio dell' alveo l' orizzontale, alla quale da B, e C, si tirino le perpendicolari B E, C D; e perchè l' angolo C B A è retto, se da esso si cavi l' angolo acuto A B E, rimarrà l' angolo C B E acuto. Laonde tirata la perpendicolare C F, a B E, caderà dalla parte E, e taglierà la porzione F E minore di tutta la B E, adunque ancora D C sarà minore della medesima B E, ma la velocità B conviene alla discesa B E, e la velocità C, alla discesa D C, (*Prop.* 2. *di questo.*) e alla maggior discesa si conviene la maggiore velocità, adunque la velocità in B è maggiore che in C. Il che, ec.

Corollario. E perchè quanto è maggiore l' inclinazione, tanto più diminuisce l' angolo E B A, sarà conseguentemente maggiore l' angolo F B C,

F B C, e però la perpendicolare C F caderà ſempre più vicino al punto B, laonde la differenza fra la velocità del fondo, e della ſuperficie, ſarà ſempre minore, quanto più ſarà inclinato il canale; ed eſſendo a perpendicolo, cadendo C F in C B, le velocità ſi eguaglieranno fra loro.

PROPOSIZIONE IV.

In diverſe ſezioni del medeſimo canale inclinato la proporzione della velocità del fondo, alla velocità della ſuperficie, è ſempre maggiore, quanto più le ſezioni s' accoſtano al principio del canale. Fig. 12. Tav. VII.

Si ſupponga nella medeſima figura la ſezione G H più vicina al principio del canale, che la ſezione B; dico, che la velocità G alla velocità H averà maggior proporzione, che la velocità B alla velocità C. Perciocchè, fatte le medeſime coſe, G H è maggiore di B C, (*Corol. 5. prop. 2. di queſto.*) e ne' triangoli I G H, F B C tutti gli angoli ſono eguali; imperocchè oltre agli angoli retti F, I, gli angoli F B C, I G H ſono eguali, eſſendo complementi degli angoli uguali A G K, A B E, ſarà ancora G I maggiore di F B, e perchè K G è minore di E B, tolta I G da K G, e F B, da B E, rimarrà K I molto minore di F E: averà dunque G I a F B maggior proporzione, che K I ad E F, e permutando G I, a K I, averà maggior proporzione, che F B, ad E F, e componendo G K ad I K, ovvero a L H, l' averà maggiore, che B E ad E F, o a D C. Sia X media proporzionale tra G K, e L H, e Y media proporzionale fra E B, e C D, adunque K G, ad X averà maggior proporzione, che E B ad Y: ma la proporzione di K G, ad X è la medeſima di quella della velocità G, alla velocità H, e la proporzione d' E B ad Y è la medeſima di quella della velocità B, alla velocità C: (*Coroll. 3. prop. 2. di queſto.*) Sicchè la velocità G ad H averà maggior proporzione, che la velocità B alla velocità C. Il che, ec.

Corollario. Si fa manifeſto da queſte coſe, che nelle ſezioni molto remote dal principio del canale, può accadere, che la differenza delle velocità ſia ſenſibilmente eguale, particolarmente in quelle di poca altezza, avvicinandoſi ſempre più la proporzione all' egualità.

Scolio. E perchè quaſi ſempre nelle ſezioni de' fiumi la diſtanza della ſuperficie dell' acqua dal principio del canale, inſenſibilmente differiſce dalla diſtanza del fondo dal medeſimo principio, ſi potrà fiſicamente pigliare la velocità del fondo, eguale alla velocità della ſuperficie, ritardandoſi particolarmente l' acqua nel fondo della ſezione, per cagion del contatto del medeſimo fondo, d' onde ne ſegue, che ne' fiumi, particolarmente di poca altezza, l' acqua alle volte ſia più veloce nella ſuperficie, che nel fondo.

PROPOSIZIONE V.

Assegnare una parabola nella quale si possa pigliare la misura delle velocità nella perpendicolare di qualche sezione. Fig. 13. Tav. VII.

Sia il canale inclinato A B G, il principio del quale sia A, la sezione B, e la sua altezza B C, bisogna assegnare una parabola, nella quale si possa pigliare la misura di tutte le velocità, esistenti nella linea B C. Dal punto A si tiri l' orizzontale A F, e si prolunghi B C finchè non convenga con A F, in F, e d' intorno all' asse B F si descriva la semiparabola F H G: dico, che questa sarà la ricercata parabola. Si tirino perpendicolari le B D, C E, ad A F, e le semiordinate B G, C H, ec. e perchè la velocità in B, alla velocità in C, è in sudduplicata proporzione di B D, a C E, (*Prop.* 1. *e* 2. *di questo*.) ed è B D, a C E per la similitudine de' triangoli, come F B ad F C, sarà la velocità in B alla velocità in C, in sudduplicata proporzione di quella, che ha F B a F C; ma la medesima proporzione sudduplicata ha B G a C H, adunque le velocità B, e C, saranno fra loro, come B G a C H; adunque se B G s' intenderà essere la velocità del punto B, sarà C H la velocità del punto C, e L M del punto M, e così degli altri. Laonde la parabola F B G sarà la misura di tutte le velocità della perpendicolare B C. Il che, ec.

Corollario. Da queste cose è chiaro, lo spazio parabolico C B G H essere il complesso di tutte le velocità della perpendicolare B C.

PROPOSIZIONE VI.

Data la proporzione delle semiordinate in uno spazio parabolico, e dato il segamento dell' asse fra le semiordinate, ritrovare l' asse della parabola. Fig. 14. e 15. Tav. VII.

Sia data nello spazio parabolico A B C D, la proporzione, che ha A B, a C D, e dato il segamento dell' asse, bisogna ritrovare l' altezza dell' asse della parabola. Si faccia il quadrato della semiordinata maggiore C D, quale sia E H, e si faccia il quadrato della minore A B, che sia E F posto nell' angolo comune E, e si faccia come la differenza de' quadrati, cioè come lo gnomone I L M al quadrato E F, così A C, all' altra per lo diritto continovatale A G; dico, che C G sarà l' asse ricercato. Imperciocchè, come lo gnomone I L M al quadrato E F, così C A ad A G, sarà componendo, come lo gnomone insieme col quadrato E F, cioè il quadrato E H al quadrato E F, così C A insieme con A G, cioè tutta la C G, a G A, sicchè G C, a G A starà come il quadrato E H, ovvero C D, al quadrato E F, ovvero A B; adunque il punto G sarà il vertice della parabola. Il che, ec.

Co

Corollario I. Adunque ſe A B, C D, ſieno aſſegnate nelle parti del ſegamento A B, non ſolo ſi darà l' altezza della parabola, ma ancora la ſua larghezza.

Corollario II. Segue da queſta propoſizione, che ſe ſi darà, nella figura 13. Tav. VII. della precedente propoſizione, la ragione delle velocità B G, C H, e la perpendicolare della ſezione B C; ſi ritroverà l'aſſe B F della parabola, che miſura tutte le velocità della perpendicolare B C.

Corollario III. Anzi di più, ſe ſarà noto l' angolo dell' inclinazione B A D, ſi potrà trigonometricamente ritrovare l' A B, e B D, cioè la diſtanza del fondo della ſezione dal principio dell' alveo, e la diſtanza del medeſimo fondo dall' orizzontale pel principio dell' alveo; poichè ne' triangoli A B D, A B F, oltre il lato B F, ſaranno noti tutti gli angoli.

PROPOSIZIONE VII.

Riquadrare lo ſpazio parabolico.

Sia lo ſpazio parabolico A B C D, a cui ſi debba ritrovare un rettangolo eguale. Fig. 16. Tav. VII.

Si trovi l' aſſe C E, e ſi faccia il rettangolo A F, uguale alla parabola A E B, e ſimilmente alla parabola C E D, ſi faccia uguale il rettangolo C G, e ſi prolunghi A B, e come C A ad A E, ovvero come H O ad O G, così ſia K O ad O I, (*Archim. de quad. Parab. prop.* 24.) e ſi compiſca il rettangolo H I: dico, che il rettangolo C I è eguale allo ſpazio parabolico C A B D. Conciofiachè il rettangolo A F è eguale alla parabola A E B, e il rettangolo C G alla parabola C E D, cavato dal rettangolo C G, il rettangolo A F. e dalla parabola C E D, la parabola A E B, rimarrà lo ſpazio K F G H C A K eguale allo ſpazio parabolico C A B D, ſicchè levato di comune il rettangolo C O rimarrà il rettangolo F O eguale al rimanente ſpazio parabolico H O B D; ma il rettangolo F O, è eguale al rettangolo H I, avendo i lati reciprocamente proporzionali: adunque il rettangolo H I ſarà eguale allo ſpazio parabolico H O B D; aggiunto adunque di comune il rettangolo C O, ſarà tutto il rettangolo C I eguale allo ſpazio parabolico C A B D. Il che, ec.

PROPOSIZIONE VIII.

Ritrovare in un canale inclinato la media velocità di qualſivoglia perpendicolare. Fig. 17. Tav. VIII.

Sia nel canale inclinato la ſezione B con l' altezza B C, biſogna trovare la media velocità della perpendicolare B C. Si deſcriva la parabola, che ſia la miſura delle velocità della perpendicolare B C, (*Prop.* 5. *di queſto.*) e tirate le ſemiordinate B E, C H, ſi faccia il rettangolo B F eguale allo ſpazio parabolico B C H E, (*Propoſ.* 7. *di queſto.*) il lato del

quale F I segherà la parabola in qualche punto G; e per G si conduca G K semiordinata all' asse B D, che seghi il medesimo asse nel punto K: Dico nel punto K essere la media velocità ricercata, e la medesima essere espressa dalla linea K G.

Poichè, se tutte le parti dell' acqua nella perpendicolare B C scorressero con eguale velocità, è certo, che nel tempo che C arrivasse ad F, ancora K arriverebbe a G, e B ad I; laonde il rettangolo B F sarebbe il complesso delle velocità della perpendicolare B C; ma lo spazio parabolico B C H E è il complesso delle velocità della perpendicolare B C, e il rettangolo B F è eguale allo spazio parabolico; adunque il complesso delle velocità è eguale, o scorra l' acqua con una sola, e uniforme velocità K G, ovvero con ineguali B E, C H, ec. adunque dalle cose dimostrate nel primo libro, ancora le quantità dell' acqua sarebbero eguali, e conseguentemente K G sarà media velocità.

Altrimenti.

Perchè il rettangolo B F è eguale allo spazio parabolico B C H E, cavata la porzione comune C H G I B, rimarrà il trilineo H G F eguale al trilineo I G E; ma la velocità K G supera tutte le minori velocità colle velocità, che possono essere contenute nel trilineo H G F, ma è superata dalle maggiori velocità, con quella porzione, che si contiene nel trilineo I E G, adunque essendo eguali i trilinei, H G di tanto supererà le minori velocità, di quanto ell' è superata dalle maggiori, e conseguentemente sarà la media velocità, Il che, ec.

ESEMPIO

Col quale si possono i tre superiori Teoremi aritmeticamente risolvere. Sia l' altezza della sezione B C piedi 4., e la proporzione delle velocità B E, e C H sia quella, che ha 3. a 4. oppure per più facilità del calcolo del 9. a 12. (in che modo poi si debba trovare per via d' esperienze la proporzione delle velocità lo insegneremo di sotto) si facciano i quadrati delle velocità 9. 12. v. 81. e 144. e si sottragga dal maggiore il minore, sarà la differenza 63. adunque per la regola aurea, come sta il 63. all' 81. così il 4. al 5. e un settimo, e tanto sarà la C D residuo dell' asse intero della parabola, per conseguenza tutta la B D sarà 9. e un settimo: si moltiplichi l' asse B D, che è 9. e un settimo, co' due terzi della linea B E, cioè 8.; il prodotto 73. e un settimo, sarà l' area della parabola B D E: similmente si moltiplichi l' asse D C co' due terzi della linea C H, cioè con 6.; il prodotto 30. e sei settimi sarà la superficie della parabola D C H: si sottragga 30. e sei settimi, da 73. e un settimo, la differenza 42. e due settimi, sarà l' area B C H E; adunque se 42. e due

due settimi, sia partito da B C, che è 4., il quoziente sarà 10. e quattro settimi, e l' altro lato del rettangolo C F eguale allo spazio parabolico B C H E. Per trovar dunque il luogo della linea K G eguale a C F nell' asse B D, si faccia il suo quadrato 111. e $\frac{27}{49}$, e per la regola aurea, come sta il quadrato 81. al quadrato 111. e $\frac{27}{49}$, così l' asse 5. e un settimo, all' asse D K 7. $\frac{295}{3087}$; laonde levato dall' asse D K, l' asse D C 5. e un settimo, rimarrà C K 1. $\frac{2941}{3087}$, oppure se la perpendicolare è in misura di piedi, sarà piedi 1. onc. 11. e mezzo prossimamente. Laonde tanto il luogo della velocità media sarà immerso sotto la superficie dell' acqua.

PROPOSIZIONE IX.

Ritrovare meccanicamente la proporzione delle velocità. Fig. 17. Tav. VIII.

Da una data lunghezza d' un canale, o una data distanza del principio del medesimo canale da una sezione, e dall' angolo dell' inclinazione, facilmente si troverà la proporzione delle velocità della superficie, e del fondo. Imperocchè avendo il triangolo A B D l' angolo retto in B, ed essendo cognito l' angolo dell' inclinazione D A B, e di più essendo noto il lato A B, ancora colla trigonometria si fa nota l' altezza della parabola B D, la quale ritrovata, e ritrovata ancora l' altezza di qualche perpendicolare nella sezione v. gr. B C, sarà la proporzione della velocità B alla velocità C, suddupplicata di quella di D B a D C. (*Corol.* 2. *della* 2. *di questo*.) Che se non è cognita la distanza della sezione dal principio dell' alveo, dalle cose di sopra dimostrate nella 6. proposizione, è chiaro il converso, cioè data la proporzione delle velocità B E, C H ec. ritrovare le cose rimanenti.

Bisogna adesso assegnare un modo, col quale si faccia nota meccanicamente questa proporzione. Sia perpendicolare all' orizzonte la linea A D, (*Fig.* 18. *Tav. VIII.*) e il pendolo A B, che sia sostenuto fuori del perpendicolo dalla potenza B C, dimostra l' Erigonio nella proposizione 9. della sua Meccanica, che se da B si elevi la B E, parallela alla D A, e per E si conduca E F parallela a B C, e l' altra E C parallela ad A B, sarà B E a B C come il peso nella perpendicolare A D alla potenza B C. (*a*)

 S' in-

(*a*) Fig. 56. Tav. X. Si rappresenti per B P la gravità della palla B sospesa al filo A B; una parte di questa forza rappresentata dalla T P, opera solamente in tirare il filo, e la B T perpendicolare ad A B, e però tangente del cerchio descritto col raggio A B, rappresenta l' altra parte rimanente, cioè il momento, col quale la palla B tende a ritornare nel filo verticale A D.

Sia la potenza B C, che trattenga il corpo B nell' inclinazione A B: se questa agisca orizzontalmente, una parte di essa, espressa dalla T C perpendicolare alla tangente T B, s' estingue in solamente premere viepiù il peso B contro il filo, e solo l' altra parte T B opposta direttamente alla direzione, per la quale la palla B tende a scendere, opera in ritenere la detta palla nell' inclinazione A B. Rappresentando adunque per T B il momento, o gravità respettiva di B per discendere, ovvero per B P la forza totale, o finalmente per T P quella forza, che fa contro il punto A, B C rappresenterà la potenza, che è necessaria, acciò, agendo orizzontalmente, ritenga la palla nell' inclinazione A B;

S'intenda alzato il pendolo in H, e si faccia H K eguale a B E; sarà dunque ancora in questo caso il peso nella perpendicolare alla potenza H I, come H K ad H I, ed essendo B E, ed H K eguali, sarà come la potenza B C alla potenza H I, così la B C all' H I; laonde se operano per via di linee orizzontali le potenze B C, e H I, essendo in quel caso gli angoli K H I, E B C retti, saranno H I, B C tangenti degli angoli dell' inclinazione H K I, B E C; per lo che in tal caso le potenze saranno, come le tangenti degli angoli dell' inclinazione. Ma se non sieno le potenze orizzontali, ma però sia noto il loro angolo con la linea verticale, insieme con l' angolo dell' inclinazione del pendolo, si conoscerà tuttavia trigonometricamente la proporzione delle medesime potenze. Imperocchè supposta H K di qualsivoglia arbitraria quantità, sarà nel triangolo H K I noto il lato H K, e parimente noti gli angoli H K I dell' inclinazione del pendolo, e K H I angolo della vibrazione, ovvero del tratto, laonde sarà noto il lato H I; e parimente nell' altro triangolo E B C sarà noto B C per la misura comune con H I, se si supponga B E di tal misura, quale si è supposta K H; sicchè le H I, B C averanno fra loro la medesima proporzione, che le potenze traenti. (*a*) Essendo dunque il medesimo, se operi la potenza col tirare per l' H I, o collo spingere per l' M H, o

NB,

A B; ovvero la potenza B C, e nel nostro caso la forza del fluido, che si dirà f, dovrà essere al peso della palla, che si dirà b, come B C, a B P; o, perchè il triangolo D A B è simile al triangolo B P C, e può la gravità assoluta della palla B rappresentarsi per A D, il suo momento per discendere, per D V, stando appunto A D : D V :: B P : B T; sarà la forza del fluido al peso della palla B, come D B : A D; e però $f = \frac{b \cdot BD}{AD}$: E perchè la gravità della palla B è eguale al suo volume, e alla gravità respettiva nel fluido, dicendo V il volume, G la gravità specifica della palla nell' aria, g quella del fluido, sarà il peso della palla nel fluido $= V \cdot (G - g)$; e però la forza del fluido $= f = \frac{V \cdot (G - g) \cdot BD}{AD}$: E se il peso b è sempre l' istesso, sarà la forza del fluido $f = BD$, cioè, come la tangente dell' angolo di deviazione del filo dalla verticale A D. E rappresentando per B P il peso della palla B, la forza P T del peso della stessa palla in tirare il punto A, sarà accresciuta dalla quantità T C, onde sarà la forza, colla quale sarà tirato il filo, non solo dal peso della palla B, ma anco dalla forza B C, come C P; o sia come la segante A B dell' angolo di deviazione, quando il peso di B si rappresenti per A D.

(*a*) Fig. 56. Tav. X. Ma se la potenza B C non sia orizzontale, qual' è M B, ovvero B N, essa dovrà esser tale, che consumando una parte N F della sua forza in premere il peso della palla B, gli resti la forza F B, direttamente opposta alla discesa della palla B, tale, che eguagli D V, o che D B sia eguale a B H; dovrà perciò essere B N : B H :: sen. B H N : sen. B N H; ma B N H = F H B − H B N, ovvero A B D − H B N, ovvero B A E − H B N; dunque sarà $BN = \frac{BH \cdot \text{sen } BHN}{\text{sen. } BAE - HBN}$, ed il peso della palla B, alla forza B N :: A D : $\frac{BH \cdot \text{sen. } BHN}{\text{sen. } BAE - HBN}$; dunque la potenza B N dovrà essere $= \frac{b \cdot BH \cdot \text{sen. } BHN}{AD \cdot \text{sen. } (BAE - HBN)}$; E ponendo il peso $b = 1$. dovrà essere $BN = \frac{BH \cdot BHN}{\text{sen. } BAE - HBN}$.

La forza dunque agente secondo la direzione M B, capace di sostenere la palla B nell' angolo di distrazione D A B, sarà in ragione diretta del seno di B H N, ovvero N H I, ovvero B A E, cioè del complemento di B A D, angolo di distrazione del pendolo, e di B H, o della sua eguale B D, cioè della tangente del medesimo angolo di distrazione, e reciproca della differenza del seno di complemento dell' angolo di distrazione, col seno dell' angolo d' inclinazione della potenza.

N B, poichè da esse egualmente nell' uno, e nell'altro caso insieme colle potenze A H, A B si fa l'equilibrio col peso B ovvero H, sarà nota ancora la proporzione delle M H, N B, potenze spingenti.

Per ritrovar dunque la ricercata proporzione delle velocità, si adatti un pendolo ad un quadrante spartito in gradi, e in minuti, e si ponga uno de suoi lati verticalmente, e si lasci andare il peso B nell' acqua di qualche canale, in modo che il suo centro sia al pari della superficie dell' acqua, è chiaro, che la velocità dell' acqua divertirà la direzione del pendolo verso il centro. Si osservi diligentemente l'angolo dell'inclinazione. Dipoi lasciato andare il pendolo (senza variare la lunghezza del filo) fino al fondo del canale, di maniera però, che non sia dal medesimo fondo impedito, di nuovo si osservi l'angolo dell'inclinazione. E perchè la potenza, che tiene il pendolo nell' angolo dell'inclinazione, è la stessa velocità dell' acqua corrente, tanto nel fondo, quanto nella superficie, imperocchè nell' acqua stagnante il pendolo senza angolo alcuno s' indirizza verso il centro, sarà la proporzione delle potenze la medesima, che quella della velocità; sicchè se la superficie dell' acqua non è in alcun modo, o è insensibilmente inclinata all' orizzonte, le tangenti degli angoli dell' inclinazione averanno la medesima proporzione, che le velocità. (*a*) Che se fosse sensibile l' inclinazione della superficie dell' acqua all'

(*a*) Fig. 56. Tav. X. L' Ermanno, e molti altri Mattematici vogliono con molta ragione, che la potenza, o forza del fluido, che trattiene il pendolo inclinato, non sia come la semplice velocità, ma bensì come il quadrato di questa, essendo in tal ragione qualunque impressione, che si faccia da un fluido corrente sopra una superficie. Perciò, allorchè il fondo d' un fiume sia orizzontale, quale si può assumere in tutti quelli, che corrono nelle pianure, saranno le velocità non in ragion semplice, ma sudduplicata delle tangenti, cioè, perchè (dicendo u la velocità del fluido, g la gravità specifica di esso) $gu^2 = f = \frac{b \cdot BD}{AD}$, sarà $u = \sqrt{\frac{b \cdot BD}{AD \; g}}$, ovvero, se $b = 1$., e si facciano le osservazioni in un istesso fluido, onde ancò $g = 1$. sarà $= \sqrt{BD}$

Se dunque per mezzo d' un Quadrante, o d' un Quadrato, di cui i lati sieno divisi in 1000. parti, acciò rappresentino le tangenti, o con qualche altro istrumento si osservi la quantità de' gradi, o immediatamente le tangenti degli angoli di deviazione del filo dal perpendicolo A D, si avrà facilmente la proporzione delle velocità a diverse profondità; e determinando la velocità assoluta in alcun caso, ex. gr. alla superficie per mezzo d' un galleggiante, si potranno colla stessa palla dedurre le velocità assolute in ogni altro caso. Dalla formola di sopra espressa si deduce $BD = \frac{f \cdot AD}{V \cdot (G - g)}$; d' onde si vede, che le tangenti in parità di circostanze, son reciprocamente come i volumi, o grandezze delle palle, e reciprocamente pure, come le gravità respettive, e cangiando ambedue queste, son quelle reciprocamente in ragion composta de' diametri delle palle, e delle gravità respettive; che però con diminuire i diametri delle palle, o la gravità respettiva, si accresceranno le dette tangenti, e potrà così rendersi quanto si vuole sensibile la misura della proporzione delle velocità. Misurar si potrebbono le velocità anco per mezzo di quella quantità di forza, che preme il peso della palla B, e accresce la tensione del filo A B, come è stato già avvertito da un rinomato Professore: E si è già trovato, esser questa come la segante dell' angolo di deviazione, ponendo la gravità relativa come il raggio A B. Se dunque si farà come la gravità relativa alla forza traente, così il seno totale al quarto, questo esprimerà la segante A B dell' angolo di deviazione; avuta la quale si avrà per mezzo delle Tavole la tangente, e in conseguenza la velocità ricercata. Per misurar poi la so-

prac-

all'orizzonte, questa si doverà misurare, e aggiungerla all' angolo retto, e si averà l' angolo del tratto, il quale ritrovato, come sopra si è detto, si ricava la proporzione delle velocità. Il che ec.

PRO-

---

praccennata forza traente, è stato proposto di attaccare il filo A B all' oncinetto di una di quelle bilance formate di una molla dentro un cilindro; ovvero al tamburo di un Castello simile a quelli de' comuni Orivoli; poichè, tentando prima quante rivoluzioni esso faccia al peso d' un oncia, quante al peso di due, ec. immersa dipoi nel fluido corrente la palla, appesa per il filo A B al detto tamburo, si osserverà quante rivoluzioni esso faccia per la forza traente della palla spinta dal fluido; si saprà in conseguenza a quanto peso essa forza traente equivaglia.

Il Corradi, ed altri con esso hanno pensato, come per mezzo del pendolo, non solo la velocità respettiva del fluido, ma l' assoluta ancora si potesse immediatamente dedurre; Pongono essi, che l' impressione del fluido sulla palla B, sia eguale al peso di un cilindro del fluido istesso, che abbia per base il cerchio massimo di questa, e per altezza quella dalla quale dovrebbe cadere un corpo per acquistare la velocità del detto fluido: cosicchè, dicendo a quest' altezza, e c il cerchio massimo della palla, sia $a\,c\,g = \frac{V\cdot(G-g)\cdot BD}{AD}$, che però $a = \frac{V\cdot(G-g)\cdot BD}{c\cdot AD\cdot g}$; e perchè il volume V della palla è eguale a $\frac{2}{3}$ del cilindro circoscritto, e però eguale ad un cilindro, che abbia per altezza $\frac{2}{3}$ del diametro di quella, dicendo questo $= d$, sarà il volume $V = \frac{2}{3}d$ moltiplicato nel suo cerchio massimo c, cioè $\frac{2}{3}d = \frac{V}{c}$, onde in luogo di $\frac{V}{c}$ sostituendo $\frac{2}{3}d$, si avrà $\frac{(G-g)\cdot BD\cdot\frac{2}{3}d}{AD\cdot g}$ per l' espressione dell' altezza ricercata, dalla quale cioè, cadendo un corpo, acquisterebbe la velocità del fluido: ò dicendo T la tangente dell' angolo di distrazione, R il raggio, sarà

$$a = \frac{T}{R}\cdot\frac{G-g}{g}\cdot\frac{2}{3}D.$$

Nella qual Teoria si vede assunto dal Corradi, e da altri, che lo hanno seguitato, 1. che l' impressione del fluido sopra una superficie piana equivaglia al peso di un cilindro d' acqua dell' altezza, dalla quale dovrebbe cadere un corpo per acquistare quella velocità, che ha il fluido; laddove, come si è detto nell' antecedente Nota rispetto all' acqua, questa impressione equivale piuttosto al doppio. 2. Che l' impressione sulla superficie emisferica sia eguale all' impressione, che farebbe il fluido sul cerchio massimo della sfera; lo che, non è mancato chi ha preteso di mostrare, considerando il globo come scavato da cellule infinitesime, i cui piani sieno paralleli al cerchio massimo, e ponendo inoltre, che contro questi i fili si portino perpendicolarmente; concludendo da tutto questo, che l' impressione sul cerchio massimo sia l' istessa, che sulla superficie emisferica; dimostrazione, che chiaramente apparisce insussistente, mentre le parti infinitamente piccole della superficie emisferica, non mai si possono considerare per cellule, o piani paralleli al cerchio massimo, e incontrati perpendicolarmente da' filamenti del fluido: Anzi al contrario, conviene concepire la superficie sferica risoluta in superficie piane, infinitamente piccole, in modo d' un poliedro: ed allora si trova, che l' impressione fatta dal fluido sopra ciascuna di tali superficie infinitamente piccole, stà alla porzione del cerchio massimo corrispondente (quale cioè resterebbe percosso da' filamenti del fluido, che battono nella prima superficie, se potessero seguitare il loro corso fino a detto cerchio massimo) stà dico, come questa porzione del cerchio massimo a quella porzione della superficie emisferica; lo che verificandosi in ogni punto, ne siegue esser l' impressione sulla superficie emisferica all' impressione sul cerchio massimo reciprocamente come questo a quella, cioè $= 1:2$. Per questo dunque l' impressione sulla superficie emisferica equivale alla metà del cilindro del fluido detto di sopra: Talmentechè per buona sorte i notati due errori si compensano fra loro, per uno dovendo il cilindro crescere il doppio, per l' altro scemar la metà. Sarà pertanto $2\,a\cdot\frac{c}{2}$ cioè $a\,c = \frac{V\cdot(G-g)\cdot BD}{AD\cdot g}$, e però $a = \frac{V\cdot(G-g)\cdot BD}{c\cdot AD\cdot g} = \frac{2d\cdot BD\cdot(G-g)}{3\,AD\cdot g} = \frac{2d\,(G-g)\cdot BD}{3\,AD\cdot g}$, ovvero $= \frac{T}{R}\cdot\frac{G-g}{g}\cdot\frac{2}{3}D$, e se le osservazioni si fanno in un istesso fluido, come per esempio nell'acqua, sarà

$$a = \frac{T}{R}\cdot(G-g)\cdot\frac{2}{3}D.$$

PROPOSIZIONE X.

Dato il luogo d' una media velocità, e dato l' angolo dell' inclinazione del canale, determinare lo spazio, che può scorrere nel dato tempo una data velocità. Fig. 19. Tav. VIII.

Sia H il luogo della media velocità, e l' angolo D A B, bisogna determinare lo spazio, che possa essere scorso nel dato tempo B dalla velocità H. E perchè nel trovare il punto H, prima si fa noto l' asse B D, sarà noto nel triangolo D H K il lato D H, ed oltre all' angolo retto D K H, sarà ancora noto l' angolo K D H complemento dell' angolo K A B dell' inclinazione, laonde sarà noto il lato K H; adunque la velocità media H è la medesima, che se scorresse l' acqua da un vaso, sotto l' altezza K H.

Sia dunque il vaso N O (*Fig.* 19. 20. 21. *e* 22. *Tav. VIII.*) con l' altezza O M, e la luce M P sia di nota superficie v. gr. un quadrato d' oncia, e sia R la sua media velocità, dipoi sia l' altezza R O eguale all' altezza K H, e si supponga che dalla luce P M sia scorso v. gr. un piede cubo d' acqua Q S, nel tempo L, che sia un minuto d' ora. Questa quantità s' intenda ridotta in un prisma retto, che abbia per base la medesima luce v. gr. V K, con l' altezza K Y; sarà dunque K Y la velocità media della luce P M, e la propria del punto R. Perchè dunque è noto tanto la luce V K, quanto la base del cubo Q T, sarà nota anco la proporzione di Q T ad V K, e perchè i prismi Q S, V Y si suppongono eguali, sarà come V K a Q T, così reciprocamente T S a K Y; ma T S è altezza nota, adunque ancora sarà nota K Y. Il che ec.

ESEMPIO.

Nel caso nostro, perchè Q T è base del piede cubo, cioè piede quadrato, sarà Q T once quadrate 144. e V K è un oncia quadrata, come dunque un oncia, a once 144. così un piede d' altezza T S a 144. piedi d' altezza K Y, sicchè la media velocità del punto R, ovvero del punto H, è atta a scorrere 144. piedi nel tempo L, ovvero in un minuto d' ora.

Corollario I. Sicchè ritrovata, con reiterate esperienze, la quantità dell' acqua, che passa per una data luce, da un vaso, sotto una certa altezza nello statuito tempo, nel che invero è necessaria una grandissima diligenza, non solo si determinerà lo spazio corrispondente a quella velocità, ma ancora gli spazi di qualsivogliano velocità, sotto maggiori, o minori altezze, per la proposizione prima di questo libro. Noi a suo luogo daremo la tavola, per quanto s'è potuto ritrovare per via d' esperienze, della quale però non ci fidiamo tanto, che non istimiamo potersi ridurre a maggiore, e più sottile sminuzzamento.

Scolio. E' meglio per determinare la quantità dell' acqua, che passa

sa per la data luce, in un dato tempo, servirsi di pesi, in cambio di misure lineari, poichè pesandosi l'acqua scorsa nel tempo d' un sol minuto, fino ad un grano, potremo precisamente determinare la sua quantità; poi preparato un vaso, che abbia la sua interna cavità cubica, ed il lato d' una sola oncia lineare, si empia il medesimo vaso d' acqua, dipoi con somma diligenza, alla bilancia si esamini il suo peso, che sarà il peso d' una sola oncia cubica; se dipoi si divida tutto il peso, per lo ritrovato peso d' un oncia cubica d' acqua, il quoziente sarà il numero dell' once cubiche, alle quali è eguale tutta l' acqua; laonde questa s' intenderà, ridotta in un prisma retto, che abbia per base una sola oncia quadrata, con l' altezza di tante once lineari, quante saranno l' once cubiche nel predetto quoziente, del qual prisma, se ce ne serviremo in luogo del cubo QS, si averà l' altezza KY, secondo me, esattissima.

Si debbe avvertire, che quantunque le luci circolari, a prima vista, paiano più atte, per cagione della minor circonferenza, ed in conseguenza del minor contatto, contuttociò, per potere più facilmente determinare la distanza del luogo della media velocità dalla superficie dell' acqua, è meglio servirsi di luci quadrate, ovvero rettangoli fatti in lama di bronzo ben lisciata, e tirata più sottilmente che sia possibile, che abbia i lati superiori, e inferiori orizzontali, le quali luci quanto saranno più larghe, tanto daranno più giusta l' operazione, a causa del minor toccamento; purchè però si possa a un tratto aprire, e serrare al principio, e al fine del dato tempo.

Si ritroverà ancora la media velocità della luce, con l' istesso metodo, che si è ritrovata nelle sezioni, nell' ottava proposizione, col supporre la linea OM altezza dell' acqua sopra al margine inferiore della luce, essere asse della parabola, e l' altezza della luce MP, essere l' altezza della sezione.

Corollario II. Dalle cose dette è chiaro, che se lo spazio dovuto alla velocità, e la perpendicolare, insieme con la larghezza della sezione, abbiano una comune misura, e si moltiplichi lo spazio per la perpendicolare, e il prodotto si moltiplichi per la larghezza, ne nascerà la quantità dell' acqua, che passa per la sezione, nel tempo, col quale è determinato lo spazio; v. gr. se lo spazio corrispondente alla media velocità della sezione BC per un minuto di tempo, sia 144. piedi, e sia l' altezza, ovvero la perpendicolare della sezione piedi 12. e la larghezza piedi 50. si multiplichi 144. per 12. e il prodotto 1728. si multiplichi per 50. il prodotto di questo 86400. sarà il numero de' piedi cubi, che passano in un minuto d' ora per la data sezione; Il medesimo segue moltiplicandosi la larghezza, e l' altezza della sezione, e lo spazio corrispondente alla velocità indifferentemente l' uno nell' altro, e il prodotto si multiplichi pel terzo: poichè il quarto numero, che ne nasce, sarà la ricercata quantità dell' acqua.

LI-

LIBRO TERZO.

Che contiene la misura dell' acque correnti per gli canali orizzontali, tanto solitari, che uniti con altri orizzontali.

DEFINIZIONI.

I. IL *canale orizzontale* è quello, che ha il fondo da pertutto egualmente distante dal centro de' gravi; cioè che s'accomoda alla sferica terrestre superficie, la quale perchè in poca distanza non differisce sensibilmente da un piano, perciò il fondo d'un canale orizzontale spessissimo lo consideriamo come un piano.

II. *La misura proporzionale* dell' acqua corrente non è altro, che una proporzione, che passa fra le quantità dell' acqua, che passano nel medesimo, o in egual tempo, per una, o più sezioni, la qual misura non solo ha luogo ne' canali orizzontali, ma ancora in altri di qualsivoglia sorte.

III. *Il cubo dell' acqua* è un numero, che nasce da regole certe, il quale messo in paragone con un altro consimile, dimostra la proporzione dell' acque, delle quali s' intendon fatti i cubi.

IV. *Il centro della velocità* si chiami il punto di qualche perpendicolare nella sezione, che corrisponde alla media velocità della medesima perpendicolare.

PROPOSIZIONE I.

Ne' canali orizzontali aperti da una parte, se dalla parte opposta si infonda dell' acqua, che sia atta a scorrere con qualche altezza, comincerà a scorrere, e seguiterà a scorrere fino all' uscita, purchè il fondo de' canali, o sia più alto dell' estremo termine del flusso, o con esso almeno sia nella medesima linea orizzontale. Fig. 23. Tav. VIII.

Sia il canale A B aperto dalla parte B, del quale il fondo orizzontale A B sia più alto, ovvero nella medesima orizzontale di B, estremo termine del flusso, e dalla parte A s'infonda in esso dell' acqua, che faccia l' altezza AC. Dico che l' acqua scorrerà da A fino in B, E perchè l' acqua

acqua non può ſtare nell'altezza A C, ſe non ritenuta da un eſtremo termine, per la general natura de' corpi fluidi, non eſſendovi in B per la ſuppoſizione, un termine tale, ne ſeguirà, che da ſe l' acqua ſi doverà egualmente diſtendere ſopra il fondo A B; ma queſto non può accadere, ſenza che l'acqua da A ſcorra in B, adunque da A fino in B ſi farà il fluſſo, perchè dalla ſucceſſiva preſſione dell' altezza A C, e per la ſuppoſizione, ſomminiſtrandoſi ſucceſſivamente nuova acqua atta a mantenerſi nella medeſima altezza, di nuovo l' acqua non potrà ſtare in quell' altezza, e ſi continuerà il moto ſucceſſivo da A ſino in B, eſcendo l' acqua per B. Il che ec.

PROPOSIZIONE II.

La velocità, colla quale ſcorre l' acqua per un canale orizzontale, è la medeſima, che quella, colla quale ſcorrerebbe da un vaſo pieno d' acqua, coll' altezza uguale all' altezza viva dell' acqua nel canale orizzontale. Fig. 23. Tav. VIII.

Poichè s' intenda il canale orizzontale A B, che ſcorra coll' altezza A C ſegato da un piano verticale F D, e ſia la ſezione dell' acqua, e del piano il parallelogrammo F D, che impediſca il corſo; è certo, che l' acqua fra A, e D ſpingerà in maniera il piano DF, che datole l'eſito, ella ſcorrerebbe colla medeſima velocità di prima, poichè l' acqua, che è ſotto la ſezione nel corſo continuato, ſerve in luogo del piano, mantenendo nella ſezione l' acqua nella medeſima altezza. S' intendano per tanto nel piano D F molti fori, da' quali eſca l' acqua, ovvero per maggior chiarezza della dimoſtrazione s'intendano le luci preſe nella perpendicolare DG, e ſiano D, H, ed altre quante ſi vogliano, che poſſano eſſere fra D, e G, in maniera che tutta la DG ſia come infinite luci, o una luce ſola compoſta d' infinite luci; adunque ſcorrerà l'acqua per la perpendicolare GD colla velocità media, che ſcorrerebbe dal vaſo chiuſo CF; ma queſta è la medeſima, che la velocità colla quale ſcorreva prima l' acqua per la perpendicolare G D, adunque l' acqua corre pe 'l canale orizzontale, come ſe eſciſſe dalla luce GD, e conſeguentemente tutta l' acqua, che fluiſce pel parallelogrammo DF, fluiſce colla medeſima velocità, con cui ſcorrerebbe, ſe eſciſſe da un vaſo pieno d' acqua per la luce DF, con l'altezza DG. Il che ec.

Corollario I. Da queſta, e dalla prima propoſizione del libro ſecondo ſi fa manifeſto, che le velocità delle perpendicolari nelle ſezioni de' canali orizzontali ſono tra loro in ſudduplicata proporzione delle aſciſſe, o tagliate fino alla ſuperficie dell' acqua. Come, ſe ſia la perpendicolare A B (*Fig. 24. Tav. VIII.*) ſarà la velocità del punto B alla velocità del punto C in proporzione ſudduplicata delle linee A B, A C.

Corollario II. Di quì è, che ſe coll' aſſe A B ſi deſcriva la parabola
AEDB

AEDB, e s'intenda la linea CE come velocità del punto C, sarà BD la velocità del punto B, e così dell'altre, e tutta la parabola AEDB sarà, e misura, e complesso delle velocità della perpendicolare AB.

Corollario III. Fig. 23. Siccome è chiaro, la velocità del fondo AD essere la massima, e le altre sempre essere minori, e minori, quanto più vicine alla superficie; purchè l'altezza GD sia viva, cioè non vi sia sotto, qualche buca, o impedimento; perciocchè allora non solo è ritardata la velocità dell'acqua, in maniera, che divien minore nelle parti superiori, ma alle volte diviene stagnante, e per lo più rivolta addietro il suo corso, il che più d'una volta ho esperimentato col pendolo; e questo sia detto, acciocchè nessuno sbagli nel far l'esperienze, imperocchè facilmente può accadere, che giudichi il falso ne' fiumi irregolari, se non avvertirà a tutto il necessario.

PROPOSIZIONE III.

Dato il complesso delle velocità di qualche perpendicolare in un canale orizzontale, ritrovare la sua media velocità. Fig. 24. Tav. VIII.

Sia la perpendicolare AB, e il suo complesso, e misura delle velocità sia la parabola BAED, bisogna ritrovare la media velocità della perpendicolare AB. Si divida BD in tre parti eguali BG, GH, HD, e da queste se ne piglino due BG, GH. Dico che la BH sarà la ricercata media velocità. Si alzi dal punto H la perpendicolare HI, che seghi la parabola in E, e per E si tiri la EC semiordinata all'asse AB, e si compisca il parallelogrammo BI, e prolungata BD in F, si faccia DF eguale a GH, e si congiungano le AF, AD; perchè dunque la linea BF è sesquiterzia della linea BD per la costruzione, sarà ancora il triangolo ABF sesquiterzio del triangolo ABD, (*Prop. 1. del 6. d'Eucl.*) essendo tra di loro come le basi; ma ancora la parabola AEDB è sesquiterzia del medesimo triangolo ABD, (*Archim. quadr. della parab. prop.* 24.) dunque il triangolo ABF è eguale alla parabola BAED, ma ancora il parallelogrammo BI è eguale al triangolo BAF, per essere nella medesima altezza, e nella metà della base; sarà dunque il parallelogrammo BI eguale alla parabola BAED; levata dunque di comune la porzione BAEH, rimarrà il trilineo AEI eguale al trilineo EHD, ma col trilineo AEI si misura la mancanza delle velocità superiori fra A, e C dalla velocità CE, e col trilineo HED si misura l'eccesso delle inferiori sopra CE, sicchè essendo la mancanza eguale all'eccesso, sarà la media velocità eguale a CE, ovvero a BH; laonde dato il complesso delle velocità ec. è ritrovata la media velocità. Il che ec.

Scolio. Il medesimo si potrebbe dimostrare altrimenti, conciossiachè se tutte le parti della perpendicolare AB scorressero con egual velocità,

nel

nel tempo che C arriva ad E, nel medesimo ancora A arriverebbe a I, e B ad N, e così degli altri, e perciò il parallelogrammo A I sarebbe il complesso delle velocità della perpendicolare A B; ma la parabola B A E D è il complesso delle velocità naturali della medesima perpendicolare A B, adunque i composti delle velocità sarebbero eguali, e conseguentemente ancora le quantità dell'acque, (*Corol. della Prop. ult. del* 1. *di questo*.) o scorra l' acqua A B colla velocità uniforme C E, ovvero non uniforme, secondo la proporzione delle semiordinate nella parabola, e per conseguenza sarà C E la media velocità. Il che ec.

Corollario I. E perchè, per l' Assioma primo, ciascuna perpendicolare ha la medesima velocità, nella medesima sezione, sarà la media velocità d' una sola perpendicolare ancora la media velocità di tutta intera la sezione.

Corollario II. Di quì è chiaro, la massima velocità alla media essere in proporzione sesquialtera, poichè la massima delle semiordinate B D a D H, ovvero a C E media velocità, ha sesquialtera proporzione.

Corollario III. Di più resta manifesto, che se la medesima, o eguali parabole, si piglieranno per misura delle velocità, le medie velocità nelle perpendicolari di diversa altezza saranno fra loro in sudduplicata proporzione delle perpendicolari; poichè essendo le massime alle medie in proporzione sesquialtera, saranno tutte le massime alle sue medie nella medesima proporzione, e permutando, le massime fra loro saranno nella medesima proporzione, che le medie; ma le massime sono fra loro in proporzione sudduplicata delle loro perpendicolari; adunque ancora le medie saranno nella medesima proporzione.

Corollario IV. E' ancora manifesto, il punto C della perpendicolare A B essere il luogo della media velocità, il qual punto si può chiamar centro della velocità.

Corollario V. Sicchè questo centro della velocità sarà sempre demerso sotto la superficie dell' acqua in maniera, che la sua distanza dalla superficie sia quattro noni di tutta la perpendicolare: imperocchè essendo la massima velocità alla media in proporzione sesquialtera, se si supporrà la massima 3. la media 2., come il quadrato di 3. cioè 9. al quadrato 2. cioè 4. così A B ad A C, e però se tutta l' A B s' intenda divisa in 9. parti, l' A C sarà 4. di queste parti.

Corollario VI. Adunque il centro della velocità segando similmente tutte le perpendicolari, cioè nella proporzione di 4. a 5. ne segue, che le parti segate dal centro della velocità saranno fra loro come l' altezze vive delle sezioni, avendo ciascuna ascissa alla sua perpendicolare la proporzione di 4. a 9. e perciò come una ascissa alla sua perpendicolare, così un altra simile ascissa alla sua perpendicolare: e permutando, come

me l' ascissa alla ascissa, così la perpendicolare, alla perpendicolare, in maniera che sempre si rispondano colla medesima proporzione fra se stessi l' augumento della perpendicolare, e l' abbassamento del centro della velocità sotto la superficie dell' acqua.

Corollario VII. E perchè le velocità medie sono fra loro in proporzione sudduplicata delle perpendicolari, e sono le perpendicolari fra loro, come le ascisse, saranno le medie velocità in proporzione sudduplicata delle ascisse.

Corollario VIII. Sicchè ne' canali orizzontali la media velocità cresce, e scema a causa della sola variazione dell' altezza, e cresce, o scema in sudduplicata proporzione delle diverse altezze vive; di quì segue, che i canali, che hanno eguali altezze d' acqua, hanno ancora eguali le medie velocità.

PROPOSIZIONE IV.

Se la proporzione delle massime ordinate delle parabole, che sono misura delle velocità in tutte le acque correnti, sarà la medesima che la proporzione delle velocità medie, o massime di diverse sezioni, quelle parabole saranno tutte eguali fra loro. Fig. 25. Tav. VIII.

Sieno due parabole CAE, CBD, quali si piglino per misura delle velocità di diverse sezioni, o ne' canali orizzontali, o negl' inclinati, e sia la proporzione della velocità massima, che corrisponde all' altezza della parabola AC alla velocità massima, corrispondente all' altezza BC, come CE a CD; dico la parabola ACE essere eguale alla parabola CBD. Imperocchè disposta l' una, e l' altra al comune asse, di maniera, che le massime semiordinate si adattino insieme, per lo punto D tirisi DF, parallela all' asse AC, che seghi la linea parabolica AFE in F, per F tirisi la semiordinata FG, e conseguentemente parallela a CE. Perchè dunque come AC a CB, così il quadrato CE al quadrato CD, ovvero FG, sarà il quadrato CE al quadrato GF, come AC a CB, ma come il quadrato CE al quadrato FG, così è AC ad AG; adunque come AC ad AG così AC a CB, e però saranno fra loro eguali le AG, CB, sicchè aggiunta di comune GB, sarà AB eguale a GC; ma GC è eguale ad FD; adunque eziandio AB sarà eguale alla medesima FD: similmente si dimostrerà MH eguale ad AB; e perciò sarà eguale alla stessa FD: essendo dunque AB, MH, FD, ec. eguali, saranno le parabole AFE, BHD eguali. (*Greg. a S. Vinc. de parabola Prop.* 333.) Il che, ec.

Corollario. E perchè le parabole eguali, se hanno diverse cime, e sieno costituite al medesimo asse, sono parallele fra loro, ovvero asintotiche, la proprietà delle quali è, che continuati i loro perimetri, sempre più, e più vadano scambievolmente accostandosi, nè mai si seghino, o toc-

o tocchino, ne segue, che nella medesima sezione, sotto diversa altezza, le medie velocità saranno diseguali, ma però, gl'Incrementi delle medie velocità, per eguali altezze sopraggiunte, più, e più si faranno minori.

PROPOSIZIONE V.

Le quantità dell'acqua nelle sezioni de' canali orizzontali della medesima larghezza, ma di diversa altezza, sono fra loro in triplicata proporzione delle velocità massime. Fig. 26. Tav. VIII.

Sieno le sezioni BH, BI della medesima larghezza BK, ma d'altezza diversa BC, BA, e sia la massima velocità della sezione BH, la linea BD, e BE sia massima velocità della sezione BI, di maniera che la proporzione delle velocità massime sia quella, che passa fra BD, e BE. Dico, che la quantità dell'acqua per BH, alla quantità per BI, è in proporzione triplicata di BD, a BE. Imperocchè si tirino le parabole BCD, BAE, KHG, KIF, le quali per l'antecedente proposizione saranno tutte eguali, e perchè le perpendicolari BC, KH sono eguali, saranno ancora le massime velocità di esse eguali, cioè BD, a KG: similmente si mostrerà, essere eguali le BE, KF; ed essendo le due AB, BE alle due IK, KF parallele, sarà il piano ABE, parallelo al piano IKF; se dunque per lo perimetro delle due parabole si supponga rivolgersi la linea parallela AI, ovvero EF, sarà descritta una superficie d'un cilindrico parabolico: s'intendano fatti questi cilindrici CBDGHK, ABEFIK. E perchè la parabola BCD è il complesso delle velocità della perpendicolare CB, e la parabola HKG è il complesso delle velocità della perpendicolare KH, e sono simili, ed eguali gli aggregati delle velocità nell'altre perpendicolari della sezione BH, sarà il termine di tutte le somme nella superficie del cilindrico parabolico CDGH, e perciò il complesso delle velocità della sezione BH, sarà il cilindrico BGHD; e nel medesimo modo si dimostrerà la somma delle velocità della sezione BI essere il cilindrico parabolico BFIE, e perchè questi due cilindrici sono egualmente alti, saranno fra loro come le basi, (*Caval. Geom. lib. 2. Prop. 34. Corol. 4.*) cioè il cilindrico BGHD al cilindrico BFIE sarà come la parabola CBD alla parabola ABE, ma sono le parabole eguali in triplicata proporzione delle massime ordinate, (*Greg. a S. Vinc. prop. 241. de parabola.*) adunque il cilindrico al cilindrico, sarà in proporzione triplicata di BD, a BE, ma i cilindrici si sono dimostrati essere il composto delle velocità delle sezioni; adunque il composto delle velocità della sezione BI, al composto delle velocità della sezione BH; ovvero l'acqua, che scorre per BI all'acqua, che scorre in tempo eguale per BH, sarà in triplicata proporzione della massima velocità BE alla massima velocità BD, (*Prop. 15. 1. di questo.*) Il che ec.

Sco-

Scolio. Questa proposizione in altra, e più spedita maniera si potrebbe dimostrare; imperocchè essendo le quantità dell'acque in proporzione composta delle proporzioni della fezione alla fezione, e della velocità media, alla velocità media, (*Prop. 6. 1. di questo*.) ed essendo la proporzione delle sezioni d'eguale, o della stessa base, la medesima che dell'altezze, sarà la proporzione dell'acqua all'acqua, composta delle proporzioni dell'altezza all'altezza, e della velocità media alla velocità media, cioè di quella dell'altezze, e della suddupplicata delle medesime altezze. Sia dunque (*Fig. 27. Tav. VIII.*) la prima altezza A, la seconda C; sarà la proporzione dell'acque composta della proporzione di A, a C, e della suddupplicata di A, a C: se dunque fra A, e C, si trovi la media proporzionale E, e si aggiunga la quarta B, sarà la proporzione di A a B composta della proporzione di A a C, cioè dell'altezze, e di quella di C a B cioè delle velocità medie, ma la proporzione di A a B, è triplicata di quella di A a E, cioè della velocità media per A alla media per C; adunque la quantità dell'acqua per A, alla quantità dell'acqua per C, è in proporzione triplicata delle medie velocità. Il che ec.

Corollario I. E perchè le massime velocità sono proporzionali alle medie, saranno ancora le quantità dell'acque in triplicata proporzione delle massime velocità. (*Corol. 3. Prop. 3. di questo*.)

Corollario II. Parimente, perchè le velocità medie sono fra loro in suddupplicata proporzione dell'altezze; ne segue, che le quantità dell'acqua sono fra loro in triplicata proporzione di quella, che è suddupplicata dell'altezze.

Corollario III. Da queste cose nasce un facile metodo di ritrovare la misura proporzionale astratta, ovvero la proporzione, che hanno fra loro le acque correnti per diverse sezioni de' canali orizzontali d'eguale larghezza. Imperocchè se si multiplicheranno fra loro le altezze di due sezioni, e dal prodotto sia cavata la radice quadrata; sarà la proporzione della maggior perpendicolare, alla radice ritrovata, quella, che ha la maggior velocità data alla minore, o sieno massime, o sieno medie; i termini della quale se si cuberanno, cioè se si multiplicheranno in se, e di nuovo si multiplicherà il prodotto per la radice, sarà la proporzione de'cubi l'istessa, che quella dell'acque, che passano nel medesimo, o in egual tempo; imperciocchè i cubi delle velocità sono fra loro, siccome le quantità dell'acque, in triplicata proporzione delle velocità.

ESEMPIO.

Sia la perpendicolare A B (*Fig. 26. Tav. VIII.*) alta piedi 25. e la perpendicolare B C piedi 9.; bisogna ritrovare la proporzione, che ha l'acqua, che passa per B C, all'acqua, che passa in tempo eguale per A B. Si multiplichi 25. per 9., il prodotto sarà 225. la radice quadrata del quale sarà 15. perciò la proporzione della velocità B E alla velo-

cità D B, sarà come 25. a 15. (essendo il 15. medio proporzionale fra 25. e 9.) o pure come 5. a 3.; se dunque BE si supponga essere 5. sarà B D 3.; fatto il cubo del primo termine 5. cioè 125. e del secondo 3. cioè 27. sarà la proporzione dell'acqua, che passa per A B all'acqua che passa per C B, come 125. a 27.; e questi numeri si potranno chiamare numeri cubici dell' acque correnti, i quali spesso verranno in uso.

Corollario IV. Ma se le larghezze non sieno eguali, ma eguali l'altezze, è chiaro essere le quantità dell'acque frà loro, come le larghezze; imperocchè i cilindrici sarebbero nella medesima base, essendo dell'eguali perpendicolari eguali le velocità massime, e in conseguenza fra loro, come l'altezze, cioè come le larghezze delle sezioni.

Corollario V. Se poi nè le larghezze, nè l' altezze saranno eguali; perchè tutti i cilindrici hanno fra loro la proporzione composta della proporzione delle basi, e della proporzione dell' altezze, (*Cavaler. Geom. lib.* 2. *Prop.* 34. *Corol.* 4.) sarà la proporzione dell' acqua, all' acqua, composta della proporzione della larghezza della prima sezione, alla larghezza della seconda, e della triplicata della media velocità nella prima sezione, alla velocità media nella seconda sezione; di quì è, che se si fanno i cubi, che rappresentano le quantità dell'acque, che passano per l' una, e l'altra sezione, e colla proporzione di essi si componga la proporzione delle larghezze, che hanno le sezioni, sarà la risultante proporzione la medesima, che quella dell' acque. Come per esempio, se il cubo della prima sezione sia 125. e della seconda 27. e la larghezza della prima sezione, alla larghezza della seconda stia come 3. a 1. si faccia come 3. a 1. così 27. a un altro numero 9.; sarà la proporzione di 125. a 9. quella che ha l' acqua, che passa per la prima sezione, all' acqua, che in egual tempo passa per la seconda.

PROPOSIZIONE VI.

Segare una parabola terminata con una ordinata all' asse in maniera, che tutta la parabola alla segata abbia una data proporzione. Fig. 24. Tav. VIII.

Sia la parabola A B D da segarsi con una linea ordinata all'asse A B dimaniera, che la parabola A B D alla parabola tagliata alla cima, v. gr. A C E abbia la medesima proporzione di F ad H. Fra F ed H si trovino due medie proporzionali (le quali benchè non possono trovarsi geometricamente col mezzo de' luoghi piani, almeno potranno trovarsi per i luoghi solidi, e per le linee organiche, e ancora da numeri per approssimazione) e sieno queste le rette G, I, e come F a G, così si faccia B D ad un' altra v. gr. C E, e si faccia come il quadrato D B al quadrato C E, così B A ad A C, e per C si applichi ordinatamente C E, la quale arriverà alla parabola. Dico, la parabola A B D esser segata in manie-

niera, che alla parabola ACE averà la medesima proporzione, che F ad H. Perchè la parabola ABD alla parabola ACE ha proporzione triplicata di BD a CE, e BD a CE sta come F a G, sarà la proporzione della parabola ABD alla parabola ACE triplicata di quella d'F a G; ma ancora F ad H è in tripla proporzione di F a G; adunque la parabola ABD, alla parabola ACE sta come F ad H. Il che ec.

Scolio I. Che se si dovesse accrescere la parabola ACE secondo la data proporzione d'H ad F, il che più spesso suole accadere nella misura dell'acque, ritrovate come sopra le medie proporzionali I, G, e prolungato l'asse indeterminatamente, si faccia come H ad I, così EC ad un'altra v. gr. BD; e come il quadrato CE al quadrato BD, così si faccia AC ad AB, e dal punto B, si applichi l'ordinata BD, che arriverà alla parabola; imperocchè i quadrati CE, BD sono fra loro come AC ad AB, laonde continovata la linea parabolica AE, passerà per D, e sarà la parabola CAE, alla parabola ABD, come H ad F; il che facilmente si potrà dimostrare col metodo della precedente dimostrazione.

Scolio II. E se si dovesse segare la parabola in maniera, che la parabola tagliata dal vertice, al rimanente spazio parabolico, avesse la medesima proporzione, v. gr. di F ad H, facilmente, per le cose di sopra dimostrate, ciò si potrebbe fare: poichè divisa la parabola ABD in maniera, che tutta l'ABD, alla segata ACE abbia la medesima proporzione d'F insieme con H, ad F, sarà fatto quello, che si cerca; imperocchè la parabola ABD alla parabola ACE, essendo come FH, ad F, sarà, dividendo, come lo spazio CBDE, alla parabola ACE, così H ad F, ovvero come la parabola allo spazio, così F ad H.

PROPOSIZIONE VII.

Data una quantità d' acqua corrente in un canale orizzontale per una sezione d' una data altezza, e larghezza, e data la larghezza d' un altra sezione, ritrovare l' altezza della medesima acqua nella seconda sezione. Fig. 28. e 29. Tav. VIII.

Sia la sezione del canale orizzontale CE, la larghezza della quale DE, e l' altezza DC, e sia GH la larghezza dell'altra sezione nel medesimo canale, ovvero della medesima sorte; bisogna ritrovare l'altezza, che farà l'acqua corrente per la sezione CE, nella sezione FH. E perchè la quantità dell' acqua, che passa per l' una, e l' altra sezione, è la medesima, saranno ancora i complessi delle velocità d' ambedue le sezioni fra loro eguali. Sia pertanto il complesso di tutte le velocità della sezione CE il cilindrico CEI, e quello della seconda sezione FH, sia il cilindrico FHK, e perchè le basi, e l' altezze de' cilindrici eguali si rispondono reciprocamente, (*Cavaler. Geom. lib.* 2. *propos.* 34.

Corol. 4.) sarà come la parabola C D I, alla parabola F G K, così G H, a D E; ma è data la proporzione di G H, a D E, adunque sarà data altresì la proporzione della parabola C D I alla parabola F G K; si seghi pertanto la parabola C D I di maniera, che tutta la parabola C D I (quale è data, perchè è data l' altezza C D) alla parabola C L M, abbia la medesima proporzione, che la parabola C D I, alla parabola F G K, e la semiordinata, che sega, sia la retta L M, sarà dunque la parabola C L M, l' istessa, che la parabola F G K; e conseguentemente la C L sarà eguale ad F G altezza ricercata. Il che, ec.

Corollario I. E perchè si assegna la proporzione di C D a C L; si assegnerà ancora la sua sudduplicata D I a G K, cioè la proporzione delle velocità massime, o medie.

Corollario II. Dal progresso di questa dimostrazione, si fa manifesto, che se in vece della larghezza G H nella seconda sezione, si assegnasse l' altezza F G, potrebbesi ritrovare e la proporzione delle velocità, e la larghezza della seconda sezione; poichè data la proporzione dell' altezze, si dà ancora la proporzione delle velocità, le quali se si esprimono in linee, come D I, G K, con multiplicare due terzi dell' una, e l' altra, colla sua altezza, o asse, si averà la misura dell' una, e l' altra parabola; laonde si darà ancora la proporzione della parabola F G K, alla parabola C D I; ma come la parabola F G K alla parabola C D I, così la D E larghezza della prima sezione, a G H larghezza della seconda: ed è D E data, dunque sarà data ancora G H.

Corollario III. Similmente, se in vece della larghezza, o dell' altezza della seconda sezione, si assegnerà la proporzione, che hanno fra loro le medie, o massime velocità dell' una, e dell' altra sezione, si darà ancora l' altezza, e larghezza della seconda sezione; conciossiachè, se si faccia, come il quadrato della velocità della prima sezione, al quadrato della velocità della seconda, così C D altezza della prima sezione, ad F G, questa sarà l' altezza della seconda, ritrovata la quale, pel corollario antecedente, sarà ancora ritrovata la larghezza.

Corollario IV. Dal progresso della dimostrazione apparisce, che essendo la parabola C D I alla parabola F G K in reciproca proporzione delle larghezze G H . D E: ed essendo la proporzione delle parabole C D I, F G K triplicata di quella, che ha D I a G K; ne segue, che le larghezze sono in reciproca triplicata proporzione delle velocità; e che per conseguenza, le medie velocità di diverse sezioni dell' istesso canale orizzontale, sono fra loro in proporzione reciproca suttriplicata delle larghezze, ovvero, come le radici cubiche delle larghezze reciprocamente.

PRO-

PROPOSIZIONE VIII.

Dati due canali orizzontali d' una nota altezza, e larghezza, de' quali uno influisca nell' altro, ritrovare il ricrescimento dell' altezza, che farà il canale influente, sopra all' altezza dell' altro. Fig. 30. e 31. Tav. VIII.

Sia la sezione del canale influente A C, d' una nota altezza viva A B, e di larghezza B C, e la sezione del secondo recipiente sia D E, di cui la viva altezza cognita sia D F, e la larghezza F E, bisogna ritrovare l' altezza, che aggiugne l' acqua della sezione A C, all' altezza della sezione D E, se l' una, e l' altra acqua insieme scorra per la sezione H E. Fra le A B, D F, si trovi la media proporzionale G, sarà pel corollario 5. prop. 5. la proporzione dell' acqua A C all' acqua D E composta della triplicata di A B, a G, e di B C ad F E. Adunque sarà nota la proporzione dell' acque A C, D E; laonde se l' acqua A C, s' intenda aggiunta all' acqua D E, dimanierachè insieme facciano la sezione H E, sarà nota la proporzione dell' acqua H E, all' acqua D E. Sicchè essendo le quantità dell' acqua fra loro in proporzione triplicata delle medie velocità, saranno le velocità medie fra loro in proporzione suttriplicata delle quantità dell' acque, ovvero come le radici cube delle medesime quantità. Sieno dunque queste radici cube K, M; adunque come M a K, così la velocità media dell' acqua D E alla velocità media dell' acqua H E; ma le velocità medie sono fra loro in proporzione sudduplicata dell' altezze, e l' altezze fra loro in duplicata delle velocità; adunque se si aggiugnerà la terza proporzionale N, sarà M ad N, ovvero il quadrato M al quadrato K, come l' altezza F D all' altezza F H, e perciò l' eccesso D H sarà il ricercato ricrescimento dell' altezze. Il che, ec.

Scolio. L' altezza H D s' intende per l' eccesso della seconda altezza F H sopra alla prima F D, avanti l' ingresso dell' acqua A C; non già per l' altezza, sotto la quale scorre l' acqua A C nella sezione H E; poichè il metodo per ritrovare questa, è differente.

Corollario I. Dal modo col quale, si è ritrovato l' eccesso H D, è chiaro il metodo di ritrovare il converso del problema, cioè, data l' altezza viva, che fa l' acqua, che d' un canale orizzontale entra in un altro canale orizzontale d' una nota altezza, e larghezza, ritrovare la proporzione dell' acqua influente, all' acqua del canale, nel quale influisce.

Corollario II. E se inoltre sia nota la larghezza d' un canale influente, si troverà l' altezza viva del medesimo, e se sarà nota l' altezza, si troverà la larghezza.

Corollario III. Quanto si è detto intorno all' accrescimento dell' altezza, ancora vale pel decrescimento, mediante l' esito, o derivamento

acqua del canale orizzontale; e così data la proporzione dell' acqua, che esce, a quella, che rimane, si darà il decrescimento dell' altezza, e dato il decrescimento dell' altezza, sarà ancora data la proporzione dell' acqua, che esce, a quella, che rimane; di quì è, che se l' acqua, che esce sarà d' una quantità nota, sarà parimente nota la quantità dell' acqua rimanente, dell' una, e dell' altra insieme.

Corollario IV. Similmente, quel che è detto dell' ingresso, e dell' escita dell' acqua per altri canali orizzontali, serve ancora per l' accrescimento d' un canale cagionato da qualsivoglia causa, o dalle piogge, o dal maggior gonfiamento delle sorgenti, o de' laghi, ec. come da per se stesso apparisce.

PROPOSIZIONE IX.

Dividere qualsivoglia sezione d' un canale orizzontale in maniera, che dalle parti esca l' acqua in una data proporzione. Fig. 32. Tav. VIII.

Sia la sezione A D, e la sua altezza A B, bisogna dividerla, v. gr. in tre parti, A H, E I, F D; di maniera, che l' acqua, che passa per A H, all' acqua, che passa per E I, abbia la medesima proporzione, che L ad M, e l' acqua, che passa per E I, all' acqua per F D, sia come O a P. Si faccia come O a P, così M ad N, e s' intenda L l' acqua, che passa per A H, sarà M l' acqua, che passa per E I, ed N, quella, che passa per F D, e perciò tutta l' L N sarà l' acqua, che passa per l' intera sezione A D. Dipoi coll' asse A B si descriva la parabola B A K, e si divida pel coroll. 2. della prop. 6. nelle parti, che abbiano la medesima proporzione di L ad M, e d' M ad N, e sieno A E G, E F X G, F B K X, e sia la divisione fatta per le semiordinate E G, F X, le quali convengano coll' asse ne' punti E, F, e per essi si tirino E H, F I, parallele all' una, o all' altra A C, B D; dico, che l' acqua per A H, all' acqua per E I, averà la medesima proporzione, che L ad M, e che l' acqua per E I all' acqua per F D, averà la medesima proporzione di M ad N, o di O a P.

Conciossiachè A E G, E F X G, F B K X sono il complesso delle velocità dell' acque, che passano per le parti della perpendicolare A E, E F, F B; saranno per la construzione i complessi delle velocità delle parti segate A E, E F, F B fra loro, come L, M, N; ma nelle sezioni d' eguale larghezza i complessi delle velocità sono fra loro, come le quantità dell' acque, (*Prop. ult. del 1. di questo.*) ed è la medesima, o eguale la larghezza delle sezioni A H, E I, F D, adunque le quantità dell' acque per A H, E I, F D, saranno fra loro, come L, M, N. Il che, ec.

Corollario. Da questa proposizione si fa manifesto, che se si darà la proporzione, che ha l' acqua d' un canale influente, all' acqua d' un canale

nale recipiente, di cui parlammo all' ottava Proposizione, si potrà ritrovare l' altezza colla quale scorre l' acqua del canale influente, o altr' acqua di mole ad essa eguale, nella superior parte della sezione, intorno al che si è trattato nello scolio dell' ottava Proposizione. Conciossiachè se si divida la parabola secondo la proporzione, che ha l' acqua influente, all' acqua d' un canale recipiente, sarà l' asse della parabola segata alla cima, v. gr. A E, l' altezza ricercata; e questa necessariamente ne' canali orizzontali sempre è maggiore dell' eccesso dell' altezza ricresciuta sopra alla prima, perchè ricresciuta l' altezza, cresce ancora la velocità dell' acqua fra E, e B, e l' altezza diminuisce, secondo la proporzione dell' aggiunta velocità; ma il decrescimento della prima altezza è compensato dall' altezza A E, la quale essendo sempre maggiore, forma l' eccesso, intorno al quale si è trattato nella Prop. 8. Vedi ciò, che si è notato alla Proposizione 10. Lib. 1.

PROPOSIZIONE X.

Data la perpendicolare, o l' altezza viva di qualche sezione, e la larghezza della medesima in un canale orizzontale, ritrovare la quantità assoluta, e determinata dell' acqua, che passa in un dato tempo per una data sezione. Fig. 24. Tav. VIII.

Sia data l' altezza viva A B in qualche sezione d' un canale orizzontale: bisogna ritrovare la quantità assoluta dell' acqua cioè corrente in una determinata misura, nel dato tempo, per la sezione, la perpendicolare della quale è A B. Si ritrovi, per la 3. di questo, in A C il centro della velocità media, il quale sia C; sarà dunque A C 4. nove parti di tutta l' A B, e perchè tutta l' A B, v. gr. è data di piedi 9. ancora A C sarà data di piedi 4.; dunque per la Prop. 8. del lib. 2., o per la tavola, che a suo luogo si darà, quando l' averemo ridotta ad una somma esattezza, (*a*) si trovi lo spazio, che si conviene alla velocità dell' acqua sotto l' altezza A C, la quale v. gr. si supponga essere piedi 120. in un minuto, sarà dunque C E piedi 120. la quale se si multiplicherà per tutta l' A B di piedi 9., il prodotto 1080., sarà la misura della parabola B A D, o del rettangolo contenuto da B A, C E; che se di nuovo si multiplicherà per la larghezza della sezione, v. gr. di piedi 10., il solido, che di lì ne resulta 108000., sarà la quantità dell' acqua, che passa in un minuto in piedi cubi per la sezione data. Lo stesso segue, se si multiplicherà l' area della sezione per lo spazio, che si conviene alla velocità. Adunque da quel che si è detto, è chiaro, questa essere la vera misura, perchè se tutte le parti dell' acqua, che si ritrovano nel-

(*a*) Vedasi l' Appendice in fine del Libro VI di questo Trattato.

nella fezione, o nella perpendicolare A B, fcorreffero colla velocità C E atta a fcorrere in un minuto piedi 120., ne rifulterebbe un prifma retto, la bafe di cui farebbe la data fezione, e la lunghezza piedi 120. e la folidità di quefto prifma fi ha multiplicando fcambievolmente le tre dimenfioni.

Corollario. E perchè, per la Propofizione 5. fi dà la proporzione dell' acque correnti per le date fezioni di canali orizzontali, ne fegue, che fe farà efattamente determinata una mifura d' acqua in una fezione, il che fi può avere ancora con particolare efperienza più, e più volte riprovata; ne fegue dico, che fi poffa avere determinata precifamente in qualunque altra fezione, come, fe fi fupponga, la quantità dell' acqua, che fcorre in un minuto di tempo per una fezione, la perpendicolare della quale è A B, effere 10800. piedi cubi, e fia il cubo dell' acqua in quefta fezione, al cubo dell' acqua nell' altra. come 1. a 27., fi farà per la regola aurea, come 1. a 27. così 10800. a 291600., e quefto farà il numero de' piedi cubi correnti in un minuto folo di tempo per la feconda fezione.

LI-

LIBRO QUARTO.

Nel quale si tratta della misura dell' acque correnti ne' canali inclinati, uniti in qualunque modo.

ASSIOMA.

L'Acqua non può avere nel suo corso, eccettuata la violenza, maggior velocità di quella, che averebbe, se solo discendesse liberamente per la linea perpendicolare, levato ogni impedimento.

Questa proposizione è certa, essendo che la velocità del corso depende dalla gravità dell' acqua, e questa impiega la sua massima forza nella linea tendente al centro de' gravi, cioè nella perpendicolare; e perciò a ragione si può prendere come assioma.

DEFINIZIONI.

I. Velocità intera dell' acqua corrente è quella, che averebbe l' acqua in un punto d' un canale, o perpendicolare ec. se dal principio del canale fin lì discendesse senza alcuna resistenza.

II. Velocità ritardata, ó residua, è quella, che ha realmente l' acqua nel discendere, quando è minore dell' intera velocità; ovvero è l' intera velocità, mancante di quella, che vien levata all' acqua corrente dagl' impedimenti, nel discendere.

III. La velocità perduta è la differenza tra la velocità intera, e la ritardata, ovvero è quella porzione di velocità, che è di tanto in tanto levata all' acqua corrente dagl' impedimenti.

IV. Dalle ineguali velocità delle dette tre specie in una perpendicolare di qualche sezione, ovvero nella sezione medesima si può comporre una media velocità, secondo il senso della settima Definizione del Libro primo, e si dirà *media velocità intera*, *media velocità ritardata*, *media velocità perduta* d' una perpendicolare, o d' una sezione.

V. La perpendicolare all' orizzonte di qualche sezione è la retta linea perpendicolare all' orizzontale, tirata dal fondo della sezione.

VI. La perpendicolare d' una sezione è la linea tirata nel piano della sezione perpendicolare al fondo, la quale se rimane alla superficie dell' acqua, altrove si è chiamata altezza dell' acqua. *VII.*

VII. Prima sezione di qualche canale, è quella, che avanti l'altre riceve tutta l'acqua, che dee scorrere pel canale, ovvero è quella, che è più alta di tutte l'altre, che possono darsi in uno stesso alveo, per la quale scorre eguale quantità d'acqua, che per le inferiori. Come, se si supponga SOBA (*Fig. 39. Tav. IX.*) essere qualche conserva, o stagno, in cui l'acqua sia livellata fino all'orizzonte SA, e BE il canale pel quale debba scorrere l'acqua, sarà S principio del canale, secondo il senso della quarta Definizione del Libro secondo, e B prima sezione, perchè per essa primieramente passa tutta l'acqua, che si cava dalla conserva; l'altre poi sotto B si chiamino sezioni seconde, o inferiori, le quali si vanno distinguendo secondo la distanza diversa dal principio del canale S. E così BA si chiama perpendicolare all'orizzonte della sezione B, e BC perpendicolare prolungata della sezione; e supposto che M sia la superficie dell'acqua nella sezione B, chiamiamo BM semplicemente perpendicolare della sezione, ovvero altezza dell'acqua nella sezione.

PROPOSIZIONE I.

Ne' canali inclinati liberamente correnti, che hanno nel discendere l'intera velocità, l'altezza dell'acqua non cresce velocità. Fig. 33. Tav. IX.

Sia il canale inclinato AD, e il suo principio A, e l'altezza della sezione DE, la velocità della quale sia intera, e da D si alzi la DF perpendicolare all'orizzontale della sezione CD, e terminata alla superficie dell'acqua. Dico che l'altezza della DF non accresce la velocità della perpendicolare, o della sezione DE. Imperocchè per A tirisi l'AC perpendicolare all'orizzontale CD, e presi in DE, qualsivogliano punti v. gr. H ec., per H si tiri HI parallela a CD, e HG parallela a DF, e terminata in G alla superficie dell'acqua.

E perchè per supposto, l'acqua in D ha l'intera velocità, tanto in D, che in C sarà la medesima velocità; adunque se l'altezza FD crescesse la velocità D, sarebbe la velocità in D maggior della velocità in C; adunque l'acqua D più velocemente scorrerebbe per lo piano inclinato AD, che per la perpendicolare AC, mantenendosi pure la medesima scesa AC. (*Torricel. de motu grav. prop. 5.*) Similmente, se l'altezza GH crescesse la velocità H, sarebbe la velocità in H maggiore della velocità in I, e conseguentemente l'acqua H più velocemente scorrerebbe, che se discendesse per AI. La medesima ragione serve per tutte le parti dell'acqua nella perpendicolare DE; adunque tutta l'acqua DE, più velocemente scorrerebbe per lo piano inclinato AD, che per la perpendicolare AC, il che è impossibile: per l'Assioma di questo Libro, adunque le perpendicolari FD, GH ec. non accrescono velocità. Il che ec.

Corollario I. Perchè dunque niuna perpendicolare, o altezza FD, mino-

nore dell' altezze A C cresce la velocità D, ne segue, la pressione dell' acqua, che di sopra fa forza, con agire contra la velocita, quando la velocità dell' inferiore per altro motivo è maggiore di quel, che possa imprimere la pressione superiore.

Corollario II. Ma se l' altezza F D fosse eguale ad A C, o operi la pressione cessando la velocità acquistata per A D, o nò (rimanendo la medesima velocità, e dalla medesima cagione) ne segue, che la velocità del punto D in questo caso, si può pigliare indistintamente, o dall' altezza F D, o dalla discesa per A D, secondo la perpendicolare A C.

Corollario III. Che se l' altezza F D superasse la perpendicolare A C, in questo caso, perchè la superficie dell' acqua da se stessa si livella alla linea orizzontale, proporzionalmente si alzerà il principio del canale A, v. gr. in L, e la velocità si doverà misurare dalla scesa per la L D.

Corollario IV. E perciò l' altezza v. gr. M D, potrà accrescere la velocità D, se ella prima sarà tanta, quanta solo si conviene alla discesa per A D; imperciocchè, o cresca a causa della maggior discesa L D, o L O, ovvero a causa dell' altezza M D, è la medesima cosa, essendo che M D, L O sieno eguali.

Corollario V. Adunque generalmente l' altezza dell' acqua in qualche sezione, non aggiugne velocità alle parti inferiori, se non hanno minore velocità di quella, che l' altezza dell' acqua può imprimere sopra al fondo della sezione.

Scolio. E di quì si cava la ragione, perchè l' acqùe ne' canali orizzontali scorrono colla sola velocità proveniente dalla pressione, ma ne' canali perpendicolari, e inclinati colla sola velocità dependente dell' inclinazione dell' alveo, cioè perchè in quelli l' acqua inferiore nella sezione, non ha velocità, e per conseguenza minore di quella, che ad essa può contribuire l' altezza dell' acqua premente; ma in questi l' acqua inferiore, quanto comporta sua natura, fluisce con maggior velocità di quel, che le possa contribuire l' altezza, e in questo caso l' altezza depende dalla condizione della velocità, non la velocità dalla quantità dell' altezza, come negli orizzontali; il simile segue nelle fonti, nelle quali le sezioni verticali degli spilli, e le loro altezze perpendicolari all' orizzonte non influiscono nella velocità, o sieno li spilli orizzontali, o in qualsivoglia modo inclinati.

PROPOSIZIONE II.

Supposte le stesse cose, se per di sopra si chiuderà qualche poco la sezione, l' altezza dell' acqua nella perpendicolare della sezione tanto crescerà, che o supererà l' impedimento, e scorrerà di sopra, o supererà l' orizzontale tirata dal principio dell' alveo. Fig. 33. Tav. IX.

Poi-

Poichè nel canale inclinato A D, si chiuda per disopra parte dell' altezza della sezione D E, e sia la chiusa H E, e si continui l' impedimento, che ritiene l'acqua, fino in Q, sotto l' orizzontale A N; Dico che l' acqua crescerà fino all' orizzontale K Q, talchè potrà scorrere sopra all' impedimento H Q, e se lo stesso impedimento, per di sopra si continui, di maniera che possa contenere tutta l' altezza ricresciuta; dico che l' acqua solo ascenderà tanto, che superi l' orizzontale tirata dal principio dell' alveo. Imperocchè diminuita l' altezza della sezione D E, e conseguentemente la sezione a cagione della chiusa H E, è impossibile, che scorra per la stessa sezione D H la medesima quantità d'acqua, che per l' avanti scorreva colla medesima velocità per D E. Perchè a volere che scorra dall' una, e l' altra sezione la medesima quantità d' acqua, è necessario, che le velocità sieno reciprocamente proporzionali colle sezioni; sicchè qualche porzione si ritarderà; e perchè in tutti i tempi si ritardano altre simili porzioni, queste non solo si stagneranno sopra all' E Q, ma per causa del continuo augumento accresceranno ancora l' altezza. (*Prop. 3. di questo.*) Si supponga dunque l' altezza essere cresciuta fino all' orizzontale K Q. E perchè K Q è sotto l' orizzonte A N, sarà A C maggior perpendicolare di K C, laonde la discesa per A C imprimerà maggiore velocità di quella, che possa imprimere la pressione K C; adunque l' altezza K C, o S D non crescerà velocità nella sezione D H; e in conseguenza non farà cresciuto il flusso dell' acqua dall' altezza D S; dunque tutta la quantità dell' acqua, che sarà ritardata, dopo l' acquistata velocità D S, sarà necessitata a scorrere sopra all' impedimento H Q; e nel medesimo modo si dimostrerà, che l' altezza D B non cresce la velocità della sezione D H. Adunque, acciocchè l' altezza possa far crescere la velocità della sezione D H, sarà necessario, che ascenda sopra all' orizzontale A N. Il che ec.

Scolio. La verità di questa proposizione, che da molti amici veramente dotti, era tenuta per un paradosso, presi da un comune errore, che faceva loro credere per certo, che le velocità dependessero sempre dall' altezza dell' acqua, almeno in parte; mentre io la dimostrava coll' esperienza alla loro stessa presenza, si osservarono alcuni accidenti degni d' essere notati, quali io stimo molto a proposito manifestare in questo luogo.

Io feci fare di lama di ferro il vaso parallelepipedo A F, (*Fig. 34. Tav. IX.*) e nella sua faccia d' avanti fu aperto l' emissario L S, e ad esso fu adattato il canale della medesima materia, che si girasse intorno ad F G, in maniera che potesse avere diverse inclinazioni; il quale abbiamo notato colla sola linea S P con sezione verticale, per isfuggire la confusione delle linee, e le sue laterali sponde L S P M tanto erano alte, che impedivano, che l' acqua non iscorresse sopra di esse. Nel mezzo di questo canale fu adattata la cateratta M R ne' suoi canaletti, acciocchè ella

si

ſi poteſſe, qualunque volta alzare, e abbaſſare. Per la qual coſa inclinato il canale v. gr. in PS, e ſerrate accuratamente tutte le feſſure colla cera, ſi meſſe dell' acqua nel vaſo con alcune cannelle torte, che l' attignevano uniformemente da un altro vaſo, cioè da una conſerva, che ſteſſe ſempre piena d' acqua, acciocchè la quantità dell' acqua tirata sù dalle cannelle in tempi eguali, foſſe perpetuamente eguale, ed eguale foſſe quella, che uſciva dal canale.

Queſta dunque cominciò a ſcorrere formando la ſuperficie, o linea IXNQ, e nella ſezione O, l'altezza ON, le quali coſe ſtando così, ſi laſciò andare la cateratta di maniera, che per l' appunto combagiaſſe colla ſuperficie dell' acqua; e finchè le coſe ſi laſciarono ſtar così, non ſi vedde mutazione alcuna, ma tramutate le circoſtanze ſi ſcorſero i ſeguenti accidenti.

I. Laſciata immergere la cateratta nell'acqua v. gr. fino in R, l' acqua fra I ed N ſi cominciò ad elevare quaſi fino all'orizzontale HIB, ma non vi arrivò preciſamente; ſi alzò però tanto, che arrivò a ſuperare quattro, o cinque volte l' altezza del reſtante della ſezione OR.

II. Si cominciò ad elevare l'acqua con tumulto, e agitazione, come ſe aveſſe ribollito, di maniera che la parte dell'acqua, che paſſava per RO laſciò in parte la prima velocità, e cominciò a ſcorrere più lentamente, il che manifeſtamente ſi potè diſtinguere dalla diminuzione dell' acqua che ſcaturiva da baſſo ſul piano inclinato, dalla qual coſa fu facile il dedurre, che la velocità dell' acqua acquiſtata nel diſcendere, a cauſa de' moti irregolari derivati d'altronde, come da impedimenti, reflesſioni, vortici ec. patiſce alterazione, e diminuzione conſiderabile.

III. Sollevataſi l' acqua fino all' orizzontale DXC termine dell' elevazione, quì ſi quietò; ed eſſendo che quel tumulto appoco appoco ceſſaſſe, creſcendo l' alzamento, cominciò parimente a farſi maggiore l' ampiezza dell' acqua cadente, di maniera che primieramente tornò all' ampiezza di prima, e dipoi ancora pervenne a maggiore.

IV. E ſtando in queſto ſtato le coſe, aggiunta l' acqua d' una cannella, di nuovo ſi rialzò anco più la ſuperficie, fino all' altro termine ſuperiore, e di nuovo ſi oſſervarono le coſe ſteſſe, che furono oſſervate nel ſecondo, e terzo caſo.

V. Di nuovo rialzata la cateratta di maniera che l' acqua ritenuta ſcorreſſe, e ritornata l'acqua alla ſua natural ſuperficie IGNQ, di nuovo ſi laſciò andare la cateratta fino al combagiamento di eſſa; fatto queſto, aggiunta l' acqua d' un altro ſifone nel vaſo AF, ſi oſſervarono le ſteſſe coſe, che ſopra furono oſſervate, quando fu laſciata andare la cateratta ſotto la ſuperficie dell' acqua.

VI. Tutte queſte coſe in contrario proporzionatamente ſi oſſervaro-

ro-

rono (rimosso il sifone aggiunto di prima, e alzata la cateratta, e di nuovo lasciata andare come prima) per la sola aggiunta di piccolissima quantità d' acqua v. gr. d' un oncia, o due, anzi solamente di tanta, quanta si contiene da un cucchiaio, la quale si versasse immediatamente sopra alla sezione OR.

VII. Anzi lo stesso appunto accadeva senza alcuno accrescimento d' acqua solamente col ritardare la velocità dell' acqua fra SO, o con una mazza, o con un dito, o con una mazza messa nell' acqua, e ancora col solo soffio.

Scolio II. In queste esperienze è da osservarsi, che il sesto, e il settimo fenomeno riconoscono la medesima causa; poichè l' aggiunta dell' acqua, per quanto importa una certa aggiunta non continovata, averebbe dovuto tanto accrescere la superficie dell' acqua, quanto richiede la sua mole, cioè pochissimo, ma perchè nell' aggiugner acqua, e in particolare con impeto, come quando si getta l' acqua da alto, si ritarda la velocità del corso, e sempre più se sia causata perturbazione, quindi l' aumento dell' altezza diviene più notabile per questo modo, che nel settimo caso al ritardamento fatto con un dito.

Scolio III. Che poi, nell' addotta esperienza, nel primo fenomeno l' acqua non superasse l' orizzontale HB, come naturalmente doveva accadere, per le cose dimostrate nella passata Proposizione, ciò seguì perchè non era intera la velocità dell' acqua, cioè non era tanta, quanta ne richiedeva la scesa perpendicolare della TO, VR, ma ritardata dalla resistenza causata dal soffregamento del fondo, e delle sponde, la qual cosa non si può fuggire in tutto, nè pure per mezzo d' alcuno artificio; e ne' canali inclinati, è d' una grande importanza.

Contuttociò esporremo più sotto alla Prop. 10. Lib. 5. il metodo di ritrovare la proporzione, che ha questo impedimento, o piuttosto questa velocità ritardata, all' intera velocità.

PROPOSIZIONE III.

Supposte le stesse cose, e accresciuta l' altezza dell' acqua di maniera che finalmente sempre rimanga nel medesimo stato: Dico che per la minor sezione HD, passerà la medesima quantità d' acqua, che passava prima per l' intera sezione DE. Fig. 33. Tav. IX.

Conciossiachè cresciuta l' altezza dell' acqua fino ad ML sopra all' orizzontale AN, perchè pel canale AD passa la medesima quantità d' acqua di prima, se fosse maggiore la quantità dell' acqua, che passa per la sezione DH, di quella, che passava per l' avanti per la sezione DE, maggior quantità d' acqua si trarrebbe, di quella che fosse somministrata dal canale; adunque l' orizzontale ML discenderebbe, il che è contra-

trario al supposto; e se minore fosse la quantità dell' acqua, che passa per la minor sezione DH di quella, che passava per la maggiore, trattenendosi allora qualche porzione d'acqua, la superficie ML s'alzerebbe, il che pure è contrario al supposto; sicchè, non passando, nè maggiore, nè minore quantità d' acqua, passerà per la sezione HD, l' istessa, che passava per la sezione DE. Il che ec.

PROPOSIZIONE IV.

In un canale inclinato, se l' acqua scorra facendo nella data sezione una determinata altezza, sopra alla quale si serri dalla parte di sopra indefinitamente la sezione; e le sponde del canale sieno tant' alte, che possano contenere tutta l' altezza dell' acqua, e s' intenda ritardata la velocità dell' acqua, si alzerà la superficie dell' acqua fino all' orizzontale per lo principio dell' alveo. Fig. 33. Tav. IX.

Nel canale inclinato AD scorra l' acqua, facendo nella sezione D l' altezza DE, e da E s'intenda per di sopra continuato l'impedimento EP che chiuda, e il rimanente, che è supposto nella proposizione, e s' intenda a causa della chiusa essere ritardata la velocità, di maniera che non possa più passare l' acqua per la sezione DE colla sua prima velocità. Dico che la superficie dell' acqua s' alzerà tanto, che arriverà all' orizzontale AN per lo principio dell' alveo. Poichè essendo ritardata la velocità nella sezione DE, non passerà per DE tant' acqua, quanta ne passava prima; laonde in tutti i tempi sarà trattenuta qualche porzione d' acqua fra A, ed EP; adunque dall' essere trattenuta continuatamente ciascuna porzione dell' acqua, sempre più, e più s' alzerà la superficie dell' acqua, finchè l' altezza sopra alla luce, o sezione DE non divenga tale, che possa restituire la perduta velocità; ma solo l' elevazione fino all' orizzontale AN può restituire la primiera velocità; conciossiachè la primiera velocità, essendo che era l' intera, era quella, che conviene alle perpendicolari BD, NH, ed è la medesima, che alla sezione DE viene impressa dall' elevazione della superficie AN; adunque l' acqua si eleverà fino all' orizzontale AN per lo principio dell' alveo, nè si alzerà di più, imperocchè crescerebbe la velocità nella sezione, ed in conseguenza maggior quantità d' acqua escirebbe per la sezione DE, di quella, che conducesse il canale AD, e così la superficie di nuovo si riabbasserebbe all' orizzontale AN, nè si abbasserà più, imperocchè la minore altezza non imprime la velocità dovuta alla maggior discesa. Il che ec.

Corollario. Di quì è chiaro, che se il ritardamento cessasse prima, che fosse seguita l' elevazione fino all' orizzontale per lo principio dell' alveo, cesserebbe ancora l' elevazione, che si fermerebbe in quello stato; laonde acciocchè sia vera la proposizione, bisogna, che duri il ritardamento, almeno fino all' elevazione predetta.

PROPOSIZIONE V.

Poste le stesse cose, come nella seconda proposizione: Dico che le velocità fra D, ed H, averanno fra loro proporzioni tali, che il punto D abbia la velocità che gli è contribuita dall' altezza DM, il punto H quella, che gli dà l' altezza HR, di maniera che il complesso delle velocità fra D, ed H, sia nello spazio parabolico, la cui cima sia P, Fig. 33. Tav. IX.

Imperocchè in D non può esser maggior velocità di quella, che vi imprima l' altezza MD, non essendovi causa che ve ne sia impressa maggiore; poichè l' accelerazione pel canale AD, o piuttosto LD, non ne può contribuire di più, come da per se stesso è manifesto: similmente nè meno può esser minore, essendo che la pressione MD non permetta questa minor velocità, se dunque nè minore, nè maggiore è la velocità in D di quella, che le vien data dall' altezza MD, è necessario che sia eguale. Similmente si dimostrerà, che la velocità H è quella, che imprime l' altezza RH, e l' istesso si dimostrerà dell' altre velocità fra D, ed H, rispetto alle sue perpendicolari fino alla superficie dell' acqua LD. Ritrovata dunque la parabola, (*Prop. 5. del 2. di questo.*) che sia la misura di queste velocità, cioè PTV, si tirino le DV, HI semiordinate, e si faccia lo spazio parabolico DHTV, che sarà il complesso delle velocità della perpendicolare DH. (*Corol. Propos. 5. del 2. di questo.*) Il che ec.

Scolio I. Lo stesso si può dimostrare, benchè non sia serrata la sezione, ma solo ritardata la velocità, secondo le cose supposte nella quarta proposizione, essendo la medesima dimostrazione.

Scolio II E perchè l' elevazione della superficie LP accresce ancora la lunghezza del canale prolungato per di sopra il principio in L, secondo il senso della quarta definizione del lib. 2. è chiaro che l' altezza MD, e la discesa per LAD, imprime i medesimi gradi di velocità alla sezione D, e di più che il canale diviene, come un vaso chiuso LADEP, la luce del quale è H, e che ad esso è somministrata l' acqua in maniera, che conserva la stessa superficie LP; sicchè da questo capo ancora si deduce le velocità D, H avere tra loro tali proporzioni, che vengono nello spazio parabolico predetto, per le cose dimostrate nel secondo libro.

Corollario I. Tirata adunque per X la parabola DXY, e le sue semiordinate DY, E &, sarà lo spazio parabolico DF&Y complesso delle velocità della perpendicolare DE, eguale allo spazio parabolico DHTV complesso delle velocità della perpendicolare DH; (*Prop. 3. di questo.*) imperocchè essendo eguali le quantità dell' acqua, ancora i complessi delle velocità saranno eguali. *Prop. 13. 1. di questo.*

Co-

Corollario II. Adunque se si faranno sopra DE, DH, i rettangoli eguali agli spazj parabolici, (*Prop.* 7. 2. *di questo.*) saranno i lati rimanenti, ovvero le loro altezze, le medie velocità, (*Prop.* 8. *del med.*) e ritrovato il centro della velocità della perpendicolare ED v. gr. H, si faccia come il quadrato della media velocità della perpendicolare DH, al quadrato della velocità media della perpendicolare DE, così XH a P 2., sarà 2. il centro della velocità della perpendicolare DH; (*Prop* 4. *del* 2. *di questo.*) Poichè, essendo le linee, che rappresentano le medie velocità, ordinate nelle paraboliche linee parallele, ovvero eguali, saranno gli assi fra loro in duplicata proporzione delle massime ordinate.

Scolio II. E perchè per ritrovare il centro della velocità, bisogna, che sia nota l' altezza dell' asse DX, come s' è detto nella prop. 8. del lib. 2. ricercando ciò la quadratura dello spazio parabolico, come nella 7. prop. del medesimo, e di più per ritrovare l' altezza dell' asse, nella maniera, che nella 6. prop. del medesimo si ritrova, bisogna che sia nota la proporzione delle semiordinate massima, e minima, o pure nel nostro caso, quella della velocità della superficie, e del fondo, la quale se si ricercherà coll' esperienza v. gr. col pendolo, non è certissima, potendo essere le velocità ritardate, e conseguentemente turbata l' astratta proporzione di esse, dovuta alla discesa; si potrebbe dubitare nel caso del precedente corollario, se sia ritrovato bene il centro della velocità, ma contuttociò, perchè la proporzione delle velocità si può trovare per altri versi, come per esempio dalla lunghezza del canale, e dall' angolo dell' inclinazione, ed ancora colle livellazioni fatte dilingentemente, coll' instrumento in particolare del celebre Montanari di felice memoria, già mio maestro, pel mezzo delle quali cose può aversi la distanza della linea orizzontale per lo principio dell' alveo, dal fondo della sezione, v. gr. BD, e di quì la DX, si averà il centro della velocità, e dipoi tutte le altre cose dedotte nel corollario precedente.

Corollario III. Laonde se sarà noto l' angolo dell' inclinazione del canale, al quale è eguale l' angolo BDX, oppure 3. 2. P; essendo noto l' angolo P 3. 2. retto, e il lato P 2.; sarà anco manifesta trigonometricamente la quantità della perpendicolare 3. 2. cioè l' altezza dell' acqua, sopra il centro della velocità della perpendicolare DH.

PROPOSIZIONE VI.

Se si infonda dell' acqua in una conserva per mezzo d' un canale perpendicolare influente, e sia la quantità influente maggiore della quantità di quell' acqua, che può escire dalla sezione, o luce data; con quella velocità, che si conviene alla cascata dal principio del canale influente fino alla luce; l' a-

l' acqua nella conserva ascenderà tanto, che superi l' altezza del canale influente. Fig. 35. Tav. IX.

Sia la conserva C B D, e il canale perpendicolare influente in essa A B., il principio del quale A, e sia in B la velocità della cadente intera, e l' apertura B non sia sufficiente a metter fuori tutta l' acqua, che gli vien somministrata dalla cadente A B. Dico, che l' acqua nella conserva si alzerà sopra al principio A della cadente. Si continui la conserva fino alla cima del canale influente, e perchè in questo stato l' altezza della conserva non può imprimere maggior velocità di quella, che si conviene alla discesa perpendicolare A R, e la velocità, che a questa si conviene, cioè l' intera, non è tanta sicchè possa tutta l' acqua scorrere per l' apertura B, dunque, o traboccherà sopra alle sponde del canale, ovvero, continuato esso canale, acquisterà tant' altezza, di maniera, che potrà spingere tutta l' acqua per B, colla ricercata velocità; cioè più alto salirà, che A. Il che, ec.

Corollario I. Di quì ne segue, che se sarà l' apertura B proporzionata all' intera velocità B, cioè se la luce B alla sezione della cadente in M, sarà in reciproca proporzione della velocità M, alla velocità B, non si tratterrà alcuna porzione d' acqua nella conserva, ma tutta scorrerà fuori. Lo stesso avverrà, se la luce alla sezione averà maggior proporzione, che reciprocamente le velocità. Al contrario poi, se maggiore sarà la proporzione della velocità M, alla velocità B, di quella, che ha l' apertura B alla sezione M, che è il caso della proposizione pur ora dimostrata.

Scolio I. La velocità M, e la sezione M in questo corollario non si possono intendere nel principio del canale, ma sotto esso, essendo che nel principio la velocità è nulla, e la sezione è infinita; imperocchè nella stessa proporzione dovrebbe essere la velocità B quanta, alla velocità A nulla, che la sezione A, alla sezione B; ma fra il quanto, e il nulla vi corre una infinita proporzione, adunque ancora dee essere infinita la proporzione della sezione A alla sezione B, quale appunto è quella, che passa fra la sezione A infinita, e la sezione B finita.

Corollario II. Adunque in questo senso, perchè la velocità M, alla velocità B ha maggior proporzione, che la luce B alla sezione M, si faccia come la luce B alla sezione M, così la velocità M, ad un altra velocità F, e come il quadrato della velocità M, al quadrato della ritrovata velocità F, così si faccia A M, a G R; sarà G R l' altezza, fino alla quale crescerà l' acqua nella conserva nel caso di questa ultima proposizione; e maggiore di A R, come facilmente si può provare da quello, che si è fin ora dimostrato.

Corollario III. Ma se la velocità del canale influente sarà ritardata, essen-

essendo l'apertura proporzionata all' intera velocità, l'acqua salirà nella conserva fino al principio del canale A; imperocchè ascendendo l' acqua fin lì, restituirà l'intera velocità, e però per esso escirà tutta l' acqua.

Corollario IV. Che se la luce sia proporzionata a qualche velocità ritardata, nè per anco l' acqua esca tutta, è evidente essere la velocità più ritardata di quel che comporti la reciproca proporzione de' fori, e delle velocità, cioè il foro essere minore di quel che richiegga la data velocità dell' acqua ritardata; dunque l' acqua si alzerà nella conserva, v. gr. fino all' orizzontale C D, di maniera, che l' altezza R C restituisca quella velocità, che è proporzionata alla luce.

Corollario V. E di quì è chiaro, che l' altezza C R della superficie dell' acqua C D aggiugnerà maggior velocità alla luce B, che tutta la caduta A B, ogni volta, che è ritardata la velocità.

Corollario VI. Ed inoltre, non essere da considerarsi l' impeto della cadente perpendicolare nella conserva, ovvero non far nulla alla velocità delle luci, mentre stia fissa la superficie dell' acqua, se non quanto alcuna volta la superficie dell' acqua qualche pocolino per l' impeto della cadente, va in giù, e in su, ma essere solamente considerabile l'altezza della superficie dell' acqua sopra i centri della velocità delle luci.

Corollario VII. Tutto quel, che fin ora si è dimostrato, supposta la cadente perpendicolare, si dimostrerà nel medesimo modo suppostala inclinata.

Corollario VIII. Adunque supposte le stesse cose, e la stessa Figura 33. della seguente Proposizione, perchè per la strettezza della sezione D H, l' acqua non può scorrere colla primiera velocità, e l' acqua ritenuta si livella alla superficie, che sta ferma A X; l' altezza B D imprimerà la velocità in 2. (suppongasi 2. centro della velocità) minore di quel che fosse dianzi per la discesa A D, e in conseguenza la velocità 2., fatta dall' altezza 2. 3., non sarà ritardata dal contatto, e soffregamento del fondo da A fino in D.

Corollario IX. Che se l' orizzontale A X pareggerà precisamente il principio dell' alveo, sarà l' altezza D H della sezione, quella, che averebbe l' acqua, se non fosse ritardata la sua velocità (che è il converso del quarto corollario); ma se l' orizzontale A X sia sotto l' orizzontale per lo principio dell' alveo, sarà l' altezza dell' acqua maggior di quella, che richiederebbe l' intera velocità, e al contrario, se sarà A X sopra all' orizzontale per lo principio dell' alveo.

PROPOSIZIONE VII.

Se la velocità dell' acqua corrente per un canale inclinato sarà ritardata, facendo nella sezione una data altezza, e per di sopra si chiuda la sezio-

ne, di maniera che l' acqua cresca ad un altezza fissa, le diverse velocità dell' acqua talmente fra loro si proporzioneranno, che converranno in una parabola, il vertice della quale è il punto comune alla perpendicolare per di sopra prolungata, e alla superficie dell' acqua, e l' asse la medesima perpendicolare prolungata. Fig. 33. Tav. IX.

Sia il canale L D, pel quale la velocità dell' acqua corrente ritardata faccia nella sezione D l' altezza D E, e si chiuda la parte superiore di essa; e crescendo l' acqua sia la sua ferma superficie A X. Dico, che pel restante della sezione D H l' acqua scorrerà in maniera, che tutte le velocità convengano nella parabola, che abbia il vertice X, e l' asse D X. E perchè A X è la superficie dell' acqua, che sta sempre ferma nel medesimo stato, mentre dura l' escita per la sezione D H, e l' entrata per lo canale L A, sarà A D X una conserva, colla luce D H, ed A X, la superficie dell' acqua, che si mantiene sempre nella medesima altezza, durante l' entrata eguale per L A; ma nelle conserve le velocità sono fra loro in sudduplicata proporzione dell' altezze dell' acqua, che per di sopra la preme; (*Prop.* 1. *del* 2. *di questo*.) adunque la velocità in D, alla velocità in H, è in sudduplicata proporzione delle linee B D, N H; ma come B D a N H, così D X, a X H; adunque la velocità in D alla velocità in H, cioè D Y a H 4, è in sudduplicata proporzione delle linee D X, X H, e conseguentemente converranno nella parabola D X Y, che ha il vertice X, e l' asse D X; e sarà lo spazio parabolico D H 4 Y il complesso delle velocità della perpendicolare D H, e nel medesimo modo si dimostrerà, che tutte le velocità della perpendicolare D H terminano al segamento parabolico Y 4. Il che, ec.

Scolio. Si è dimostrato la sesta proposizione per torre il dubbio, che l' acqna, che viene, possa crescere qualche velocità nella sezione D H, a causa dell' impeto della cadente L A, il che contuttociò è falso, sì per le cose ivi dimostrate, sì come ancora perchè l' impeto della cadente, e la superficie dell' acqua si equilibrano. E questa settima proposizione si è dimostrata più a questo fine, perchè da essa dipende immediatamente la misura dell' acqua corrente, che ora ricerchiamo; benchè d' altronde si potesse ricavare come corollario.

Corollario. Sicchè da questa proposizione se ne cava la regola universale per misurare tutte l' acque correnti ne' canali, o sieno orizzontali, o inclinati, o solitari, o in qualsivoglia modo uniti, ancora avendo riguardo al ritardamento della velocità, causato da qualsivoglia impedimento fino alla sezione; purchè le velocità massime, medie, minime, ec. di tutte le perpendicolari della sezione, nella quale si dee far la misura, sieno eguali. Laonde sia

Re-

Regola generale per misurare l' acque di qualsivoglia fiume.

In primo luogo, acciocchè sia la velocità dell' acqua da pertutto simile a se, si scelga quella sezione del fiume, sopra, e sotto alla quale sia l' alveo, quanto più può esser diritto, cosa facile a trovarsi ne' fiumi grandi, e non gran cosa difficile a farsi ne' piccoli.

II. Eletto il sito proporzionato del fiume, per isfuggire l' irregolarità, se manca la naturale sezione, si adatti ad esso l' artificiale (ovvero, come è chiamata dal Castelli, il Regolatore) fatta di pietra, o con regoli, che gli servano per lati, come tornerà più facile, la base della quale A B, (*Fig. 36. Tav. IX.*) sia esattamente orizzontale, e i lati, o sponde perpendicolari; e in un lato, v. gr. B D, si segni una qualche misura, che sia in uso, v. gr. Piedi, Braccia, ec. e nella parte superiore si adatti la cateratta E G, che talmente si possa lasciare scorrere, che la sua inferior superficie E F, sempre resti nel sito orizzontale, e per questa sezione si sforzi a passare tutta l' acqua del fiume.

III. Stando il fiume nel medesimo stato, cioè non s' alzando, nè abbassando la sua superficie, si lasci andare la cateratta sotto la superficie dell' acqua, adunque per la proposizione seconda, e per le cose quivi notate, si alzerà la superficie dell' acqua fino ad un termine stabile, che sia, v. gr. K L.

IV. Si osservi nel lato B D l' altezza B K della superficie dell' acqua sopra il fondo della sezione artificiale B A, la quale per lo più non supererà gran fatto la precedente altezza dell' acqua, sì per lo poco declive, che è solito essere negli alvei inclinati de' fiumi; che spesso fanno l' angolo coll' orizzontale insensibile, siccome pel ritardamento causato da vari impedimenti accidentali, come sono l' ineguialità delle ripe, e del fondo, e la scambievole inclinazione delle medesime, e le tortuosità, e le corrosioni, che tolgono la dirittura dell' alveo, la reciproca strettezza, e larghezza delle sezioni. le quali cose tutte son di grandissimo impedimento all' accelerazione del moto. Ma se le circostanze facessero temere, che l' acqua per la troppa escrescenza superasse le ripe, e gli argini, si doveranno armare, e rialzare secondo il bisogno.

Così fatte, e osservate queste cose, s' intenda la parabola B K H descritta coll' asse B K, e ordinatamente applicate B H, F I, si ritrovi della perpendicolare B F il centro della velocità per la 5. prop. del lib. 2. imperocchè facilmente si ritroverà la proporzione di F I a B H, per la natura della parabola, essendo note per mezzo dell' esperienza K B, K F. Sia dunque M il centro della velocità; tirata M N semiordinata, questa sarà la media velocità della perpendicolare K B.

Se l' alveo sia sensibilmente inclinato, bisognerà ritrovare l' inclinazione, per sapere con quella, pel Coroll. 3. della prop. 5. l' altezza dell'acqua, che gravita sopra al centro della gravità, la quale ritrovata, o per la prop. 10. del lib. 2., o per mezzo d' una particolar tavola; si ritrovi lo spazio conveniente alla velocità, questo si multiplichi per la perpendicolare F B, e il prodotto si multiplichi per la larghezza della sezione A B, il numero, che ne risulta, assegnerà la quantità delle misure cubiche dell' acqua, di quel genere di misura di che ci saremo serviti in quest' operazioni.

La dimostrazione della verità di questa misura, parte depende dall' antecedente proposizione, parte dal Corollario della prop. 10. del lib. 2. essendosi ritrovata la misura di quell' acqua, che esce per la sezione B L, turata per di sopra; ma questa è eguale a quella, che per l' avanti esciva per la sezione aperta, per quel che si è dimostrato nella 3. prop. di questo, sarà dunque altresì la misura della quantità dell' acqua, che prima passò per la sezione aperta, cioè per qualunque altra sezione del medesimo fiume.

Scolio II. Se non fosse bastante una sola cataratta se ne mettano più, perchè torna l' istesso, fare una sola misura d' un fiume in una volta, o in più volte accoppiarne più insieme; siccome non importa niente in questo caso, che l' inferiori superficie di tutte le cateratte sieno elevate alla medesima linea orizzontale, o a diversa: purchè lo stato dell' acqua sempre sia il medesimo, e si abbia riguardo distinto di tutte le perpendicolari, che hanno lunghezza diversa.

Scolio III. L' inclinazione d' un canale facilmente si ritrova in diverse maniere, ma in particolare colla seguente. Sia una squadra doppia (*Fig.* 37. *Tav. IX.*) composta da' regoli A B D, C B, che stiano tra loro ad angoli retti in B; sia accomodato un altro regolo E B G mobile, intorno al vertice dell' angolo retto B, il quale abbia una punta nella parte inferiore B G da poter ficcare nel terreno, l' altra parte B E, sia eguale a B C, e si divida l' una, e l' altra in parti simili, e eguali comunque piace, e si prepari un altro regolo, o attaccato al termine delle divisioni dell' uno, e dell' altro di detti lati, v. gr. nel punto E, ovvero (il che torna meglio) separato; diviso ancor esso in particelle simili a quelle delle divisioni di E B, B C. Si ficchi pertanto nel fondo del fiume, del quale si cerca l' inclinazione il regolo B G, finchè A B D per lo lungo sia esattamente accomodato al piano del fondo, ma bisogna, che il detto regolo E B G sia perpendicolare all' orizzonte, il che si può riscontrare col pendolo; così fermate le cose, l' altro regolo E C applicato insegnerà, quanto sia la base E C del triangolo E B C nelle parti de' lati E B, B C; quale riconosciuta, sarà noto trigonometricamente l' angolo E B C, che sarà l' inclinazione del canale, perciocchè tirata per B l' orizzontale H I, perchè gli

gli angoli E B I, C B D sono retti, se si tolga il comune C B I, rimarrà l' angolo E B C eguale all' angolo I B D dell' inclinazione del canale.

Scolio IV. Nè si debbe opporre a questo modo di misurare l' acque correnti, la grande spesa, e le difficultà nel fabbricare le macchine, che si debbono preparare, poichè si dee rispondere quello, che intorno a ciò ammonisce egregiamente il P. Castelli, cioè nella misura de' gran fiumi esservi necessario ancora il comando di gran Principi, e per lo più queste idee non si mettere in pratica, se non vi fosse qualche gran necessità, e utilità, che diminuiscono spese. Inoltre si trovano, quasi in tutti i fiumi certe macchine, come sono i derivatori dell' acque, ovvero steccate transversali de' fiumi per derivare l' acqua altrove, dette *Pescaie, o Chiuse*, sopra i piani superiori orizzontali delle quali ereggendovi perpendicolarmente colonne di legno, vi si possono accomodare le cateratte, quali sono le cateratte versatili fatte per sostenere, e equilibrare l' acqua de' canali, dette *Sostegni, o Escluse*, che sono quasi tutta la macchina; i pilastri, ovvero i ponti de' quali, fanno l' effetto medesimo delle sponde d' una sezione artificiale, e si può servirsene con poco negozio. Ho veduto spessissimo ne' fiumi gonfi d' acqua, e ne' quali la capacità degli archi, di cui sono fatti i ponti, non era sufficiente al corso dell' acque, essere alzato dalla parte superiore il livello dell' acqua, finchè acquistata la velocità richiesta scorresse l' acqua del fiume sotto agli archi de' ponti; quelchè ancora il Castelli nota essere accaduto nell' inondazione del Tevere l' anno 1598. nella quale, benchè l' acque di quà, e di là superassero le ripe, contuttociò tutte scorsero di sotto a' ponti Fabbrizio, e Cestio, nel qual caso non sarebbe stato impossibile trovare la misura dell' acque del Tevere in tutte le perpendicolari della sezione, servendo in vece delle cateratte la parte superiore del ponte.

Finalmente se nel fiume non vi fosse alcuna di queste macchine, e fosse difficile il fabbricarvene, bisogna ricorrere a' minori influenti, de' quali prese puntualmente le misure, e sommate dipoi insieme, constituiscono l' intera misura del maggiore.

Scolio V. Avendo di sopra nella regola generale fatta menzione d' una Tavola, per mezzo della quale si possono avere gli spazj, che convengono a qualsivoglia altezza, la doveamo por quì. Ma contuttociò abbiamo stimato cosa ben fatta differirla dopo il fine di questo trattato, sì per aver tempo di estenderla quanto conviene, come ancora per poterla staccare dal libro, e servirsene in qualsivoglia occorrenza.

LIBRO QUINTO.

Nel quale si considerano varie affezioni de' canali orizzontali perpendicolari, e inclinati solitari.

PROPOSIZIONE I.

SE per mezzo d' un canale orizzontale l' acqua entri in qualche stagno, la superficie del quale sia permanente, e se n' esca per un altro canale orizzontale d' eguale larghezza, e sia il fondo dell' uno, e l' altro canale nel medesimo piano, sarà ancora la superficie dell' acqua dell' uno, e dell' altro canale, e dello stagno nella medesima orizzontale. Fig. 38. Tav. IX.

Sia l' influente canale A B, e lo stagno BDC; e 'l canale, pel quale se n' esce l' acqua, CO; e sieno A B, CO nel medesimo piano, e sia l' altezza dell' acqua del canale influente BF, e per F si tiri la linea EFGH, e da C si eregga la perpendicolare CG, che sia l' altezza dell' acqua in C. Dico, che l' orizzontale E H sarà comune. E perchè FG superficie dell' acqua nello stagno è fissa, tanta sarà l' acqua, che vi entra, quanta sarà quella, che esce; laonde supponendosi eguale la larghezza dell' uno, e dell' altro canale in C, B, sarà il complesso delle velocità della perpendicolare GC, eguale al complesso delle velocità della perpendicolare F B. (*Prop.* 3. *lib.* 4. *di questo.*) Sia dunque, se è possibile, l' altezza GC minore di F B, sarà dunque minore la velocità del punto C, che del punto B; sia C I la velocità del punto C, minore di BK velocità del punto B, e si descrivano le uguali parabole F B K, GCI, che saranno i complessi delle velocità delle perpendicolari F B, GC, (*Corol.* 4. *Prop.* 2. *lib.* 2.) e perchè CI è minore di B K, si faccia B L eguale a C I, ed eretta la perpendicolare M L, che segherà la parabola in M, si tiri per M la semiordinata MN, che sarà eguale a CI, e F N sarà eguale a GC, e in conseguenza la parabola GCI si adatterà per l' appunto alla parabola FNM; ma FNM è minore di FBK, adunque anco GCI sarà minore di FBK; e sono, come si è dimostrato, FBK, GCI, i complessi delle velocità delle perpendicolari FB, GC; adunque il complesso delle velocità della perpendicolare FB sarà maggiore del complesso delle velocità della perpendico-

co-

colare GC; ma è ancora eguale, come si è dimostrato, il che è impossibile. Non sarà dunque FB maggiore di GC. Similmente si dimostrerà, non potere esser nè anco minore; saranno dunque eguali le FB, GC. E nella medesima maniera si dimostrerà EA essere eguale ad HO, e ancora alle predette FB, CG. Laonde EFGH sarà la medesima orizzontale. Il che ec.

Corollario I. Da questo si ricava, che la superficie de' canali orizzontali è piana, ed equidistante dal fondo del canale, quando la larghezza sia la medesima in tutte le sezioni.

Corollario II. E benchè le sezioni sieno ineguali, lo stesso contuttociò sarà vero, se la larghezza dell' ultima sezione sarà o la più piccola dell' altre, o eguale alla più piccola, imperocchè all' altezza di essa si livellano tutte l' altre, ma in questo caso le larghezze dell' altre sezioni non son vive, perchè rimane stagnante l' acqua nelle parti laterali, o vi gira formando vortici.

Scolio. Per la qual cosa, che le superficie, ne' fiumi ancora orizzontali, sieno più basse vicino allo sbocco, che lontano da esso, n' è causa l' essere nel primo caso maggior la larghezza delle sezioni, che nel secondo, la quale appoco appoco cresce quanto più l' acqua s' accosta allo sbocco; e questo accade naturalmente, pereiocchè l' acqua vicino allo sbocco, conservata la medesima velocità, doverebbe cadere perpendicolarmente, o poco meno; e così dal troppo impeto, è necessitata a corrodere le ripe, e conseguentemente vengono a ridursi le sezioni proporzionate, talchè per quanto è possibile la superficie dell' acqua sia una sola. Ma di ciò diremo un' altra volta.

Corollario III. Parimente si verificherà la proposizione, se il canale influente è inclinato; imperocchè in quel caso FG, GH saranno nella medesima orizzontale, essendochè l' acqua nella conserva, o stagno si disporrà ad una tale altezza, quale richiederà la quantità dell' acqua influente, e la larghezza dell' emissario, o della prima sezione, la quale dipoi si continuerà, come è dimostrato.

Corollario IV. Adunque sarà lo stesso o essendovi qualsivoglia canale influente, o non ve ne essendo alcuno, se l' acqua sormonti dal fondo d' un ricettacolo BDC, il che suole per lo più ne' laghi accadere.

PROPOSIZIONE II.

Data l' altezza, che ha l' acqua in una conserva v. gr. o in uno stagno ec. sopra il fondo della prima sezione, ritrovare l' altezza, che ha la medesima acqua nella perpendicolare della prima sezione. Fig. 39. Tav. IX.

Questa proposizione suppone l' acqua stagnante, o almeno livellata in qualche conserva, peschiera, lago, palude ec. e suppone essere fatto nel-

nella conserva un emissario, che faccia il medesimo effetto d' una sezione artificiale, alla quale sia applicato un canale inclinato, del quale parlammo nella supposizione del libro 2. Sia dunque A B, l'altezza, che ha la superficie LS livellata della conserva, sopra al fondo della prima sezione B. Bisogna ritrovare l' altezza, che farà l' acqua nella perpendicolare della prima sezione BD.

Si prolunghi LS, BD, finchè concorrano nel punto C, e col centro B, e con l' intervallo BA si descriva l' arco AD, che seghi BC in D, e intorno a CB descritta la semiparabola BCE, si piglino fra BC, DC le due medie proporzionali F, G; e si faccia come BC ad F, così BE velocità massima della sezione B, a BH, e per H si tiri HN parallela a BC, che seghi la linea parabolica in N, perchè BH necessariamente è minore di BE, essendo BC maggiore di DC; e per N si tiri la NM parallela a BE, che seghi BC in M. Dico che BM sarà l'altezza ricercata.

Perchè il punto B della sezione BM ha la velocità conveniente alla scesa SB, (*Prop.* 2. 2. *di questo.*) ovvero alla pressione, che sia eguale a BA, e ancora averebbe la medesima il punto B, se OB prolungata, v. gr. in P, facesse da B fino in P un canale orizzontale, sarà la velocità nel punto B nell' uno, e nell' altro caso la medesima. Laonde presa BE come comune velocità, con l' asse BD si descriva la parabola BDE, che seghi BCE in E; perchè dunque BD è eguale a BA, e BE è la velocità del punto B, sarà la parabola BDE il complesso delle velocità della perpendicolare BA. Ma perchè BC, a CD è in tripla proporzione di BC ad F, e come BC ad F, così BE a BH, o ad MN, sarà BC a DC in tripla proporzione di BE ad MN. Nella medesima triplicata proporzione di BE a MN, è la parabola CBE, alla parabola CMN; (*Greg. a S. Vinc. prop.* 141. *de parab.*) dunque come BC a DC, così la parabola CBE alla parabola CMN; e dividendo, come lo spazio BMNE alla parabola CMN, così BD a DC; ma come BD a DC, così la parabola BDE allo spazio CDE, dunque come lo spazio BMNE alla parabola CMN, così la parabola BDE allo spazio CDE; (*il med. nello stesso luogo Prop.* 240.) e convertendo, come la parabola CMN allo spazio BMNE, così lo spazio CDF alla parabola DBE; e componendo, come la parabola CMN insieme collo spazio BMNE, cioè tutta la parabola CBE allo spazio BMNE, così lo spazio CDE insieme colla parabola DBE, cioè tutta la parabola CBE alla parabola DBE, e in conseguenza sarà lo spazio parabolico BMNE, ovvero il complesso delle velocità dell' altezza BM, eguale alla parabola BDE complesso delle velocità della perpendicolare DB, o BA: ma il complesso delle velocità della perpendicolare DB, è dell' acqua, che esce dalla conserva per lo canale orizzontale,

pel

pel quale tanta n'esce, quanta ve n'entra, adunque tanta n'esce per BM, quanta n'entra mantenendosi la medesima orizzontale LS, e così sarà BM l'altezza ricercata.

Scolio I. Si suppone, che nella conserva la superficie dell'acqua sempre stia ferma, e che sia continuata l'entrata, di maniera, che l'acqua che esce pel canale orizzontale faccia l'altezza BA, e la larghezza del canale orizzontale sia la medesima, che quella dell'inclinato. Del rimanente se l'acqua della conserva fosse stagnante, e di nuovo non vi se ne somministrasse, in sul principio del flusso si farebbe l'altezza BM, ma di poi a poco a poco diminuirebbe, secondo che s'abbassasse l'orizzontale LA, e questo seguirebbe in qualsivoglia larghezza dell'emissario; imperocchè se la sua larghezza fosse maggiore della larghezza del canale influente, o effluente; primieramente manderebbe fuora più acqua di quella, che ve n'entra, e farebbe la medesima altezza BM, ma non si manterrebbe la superficie sempre la medesima, e tanto discenderebbe, che diminuito l'esito dell'acqua pel canale SBH, finalmente l'entrata, e l'uscita si agguaglierebbero, e di nuovo l'altezza BM risponderebbe colla medesima proporzione all'altezza BA.

Corollario I. Dunque se BA si supponga raggio, sarà BC secante dell'angolo dell'inclinazione, la quale se si caverà dalle Tavole Trigonometriche, e fra la secante, e l'eccesso di essa sopra il raggio si trovino le due medie proporzionali, sarà la proporzione della secante alla prima media, la proporzione delle velocità BE, MN, massima, e minima della prima sezione. Imperocchè supposto che BE sia eguale a BC, sarà MN, la seconda proporzionale; la qual proporzione della massima velocità, alla minima nella prima sezione, sarà suttriplicata di quella, che ha la secante dell'angolo dell'inclinazione alla differenza tra essa, e il raggio.

Corollario II. E perchè la proporzione di BC, o di BE, a CM è doppia di BE ad MN, e parimente la proporzione di BC, o di BE a G, è per la costruzione duplicata di quella, che ha BE ad MN, sarà come BE a G, così BE a CM; sarà dunque CM eguale alla seconda media proporzionale G; laonde se da tutta la secante BC si tragga CM, la rimanente BM sarà l'altezza ricercata nelle parti del raggio BD.

Appendice Geometrica.

Dal Corollario precedente si fa chiaro, che nelle parabole terminate equicruri, cioè in quelle, che hanno i diametri eguali alle massime semiordinate, se si tiri qualsivoglia altra semiordinata, saranno la massima semiordinata, la seconda semiordinata, e la saetta della seconda semiordinata, cioè la parte del diametro intercetta fra la seconda semiordinata, e'l vertice della parabola in continua proporzione. Come se sia (*Fig.* 40. *Tav. IX.*

Tav. IX.) nella parabola A G H qualſivoglia diametro G B, e la ſemiordinata A B eguale al diametro B G, e da qualſivoglia punto E, ſi tiri E F ſemiordinata, ſaranno le A B, E F, F G in continua proporzione, eſſendo la proporzione di G B, o B A a G F, duplicata di quella, che ha B A ad E F.

Corollario III. Sicchè la proporzione, che ha l' altezza dell' acqua nella conſerva ſopra il fondo della prima ſezione all' altezza, che ha nella prima ſezione, è quella che ha il raggio, alla differenza fra la ſegante dell' angolo d' inclinazione, e la ſeconda delle due medie proporzionali fra eſſa, e l' eccеſſo di eſſa ſopra il raggio.

Corollario IV. Da quel che ſi è detto, è chiaro, come dalla data proporzione fra la velocità del fondo, e la velocità della ſuperficie nella prima ſezione, ſi poſſa riconoſcere l' angolo dell' inclinazione del canale, del quale è la prima ſezione; e ſe data ſia l' altezza della prima ſezione, come ſi poſſa ritrovare l' altezza dell' acqua nella conſerva; Concioſſiachè ſe ſia data la proporzione di B E velocità maſſima, ad M N velocità minima, ſarà queſta proporzione triplicata la medeſima, che della ſegante dell' angolo dell' inclinazione alla differenza fra eſſa, e 'l raggio; v. gr. ſe a B E, M N ſi aggiunga la terza proporzionale, queſta ſarà M C, alle quali ſe ſi aggiunga la quarta, queſta ſarà D C, la quale detratta da B E, ſuppoſta eguale a B C, laſcerà B D, a cui è eguale il raggio B A, pel converſo dell' Appendice Geometrica propoſta; laonde ſe ſi faccia come A B a B C, così 10000. ad un' altra, queſta ſarà la ſegante, che ritrovata nelle tavole, dimoſtrerà l' angolo A B C dell' inclinazione; e ſe ſia data M B, ſarà ancora data B A, eſſendo la proporzione di B M a B A, quella (pel Corollario antecedente) che ha la differenza fra la ſegante, e la ſeconda delle due medie predette, al raggio. Ancora altrimenti ſi potrebbe ritrovare l' altezza B A per la 6. prop. del lib. 2., e pel ſuo corollario terzo, ma ivi ſi ſuppone noto l' angolo dell' inclinazione, ma non già in queſto corollario.

Corollario V. Colla medeſima dimoſtrazione reſta provata queſta Propoſizione, cioè: Data l' altezza, che ha l' acqua in un canale orizzontale, ritrovare l' altezza, che averebbe in un canale in qualſivoglia modo inclinato. Concioſſiachè nel canale orizzontale le velocità terminano alla linea parabolica, che ha per aſſe l' altezza della ſezione, ovvero l' altezza dell' acqua ſopra il fondo della prima ſezione del canale inclinato, e però quel che ſi è detto, e ſi dirà intorno alle conſerve, lo ſteſſo appunto ſi adatta al canale orizzontale.

PRO-

PROPOSIZIONE III.

Cresciuta l' altezza dell' acqua nella conserva, si cresce ancora proporzionalmente l' altezza dell' acqua nella prima sezione. Fig. 41. Tav. IX.

Sia la prima sezione B, sopra il fondo della quale l' altezza dell' acqua della conserva sia BO, che faccia nella sezione B l' altezza BI, e si accresca nella conserva l' altezza dell' acqua fino ad F, e corrisponda ad essa nella sezione B, l' altezza BE; Dico come BE a BF, così essere BI a BE. Conciossiachè BO a BI sta come il raggio alla differenza fra la segante dell' angolo dell' inclinazione, e la seconda delle due medie proporzionali fra essa, e la differenza di esso raggio; ma la medesima proporzione ha BF, a BE; sarà dunque come BF a BE, così BO a BI, e permutando, come BF a BO, così BE a BI; o come BO a BF, così BI a BE. Il che ec.

Scolio. E' da avvertire, che il punto F non è nella superficie dell' acqua corrente; imperocchè questa da A a B è sempre sotto AC, la quale si piglia, sì in questa, come nella passata proposizione, per orizzontale per lo principio dell' alveo, ovvero per superficie livellata della conserva, e continuata fino in C; laonde quando si dice FB essere l' altezza dell' acqua nella conserva, sopra alla sezione B, intendiamo essere questa la distanza dell' orizzontale della sezione B dall' orizzontale per lo principio dell' alveo A, ovvero la perpendicolare AR.

Corollario I. Da questo si raccoglie, che se colla linea OI si congiungano le prime altezze; e ad esse per F si tiri FE parallela, che seghi BC in E, sarà BE la seconda altezza nella sezione B.

Corollario II. E perchè dividendo, come FO a BO, così IE a IB, e permutando come FO ad IE, così BO ad IB; saranno ancora gli augumenti, e le prime altezze, o ancora le seconde fra loro proporzionali, e di più la prima altezza nella conserva al suo augumento, averà la medesima proporzione, che la seconda altezza al suo augumento, ec.

Corollario III. E perchè le quantità dell' acqua nelle perpendicolari BF, BO, sono in triplicata proporzione di quella, che è sudduplicata fra le medesime perpendicolari, (*Corol. 2. prop. 5. del 3. di questo*.) ed è come BF a BO, così BE a BI, ne segue, che le quantità dell' acqua per BF, BO, ovvero le quantità per BE, BI eguali alle medesime, sono fra loro in triplicata proporzione di quella, che è sudduplicata fra BE, BI; laonde se EH si ponga perpendicolare a BE, e ad essa eguale, e col vertice B, e coll' asse BE si descriva la semiparabola equicrure BHE, e per I si tiri la semiordinata IG; sarà la proporzione dell' acqua per BE all' acqua per BI, triplicata di quella di BE ad IG; imperocchè GI è media proporzionale fra HE, o BE, e BI,

per

per l' appendice Geometrica della precedente propofizione; e fe fi ponga quarta BX, farà la proporzione dell' acqua per BE all' acqua per BI quella, che ha EH, o BE a BX.

Corollario IV. Di quì fi potrà ancora ricavare la mifura proporzionale dell' acqua crefciuta, e non crefciuta, fe farà nota la proporzione fra BE, e BI, o fra BF, e BO: vedi il corollario terzo prop. 5. del lib. 3.

Corollario V. Ma perchè le fomme delle velocità di diverfe perpendicolari, ovvero le quantità dell' acqua per effe, hanno ragion compofta delle proporzioni dell' altezza prima alla feconda, e della velocità media della prima, alla velocità media della feconda perpendicolare, (*Prop.* 12. 1. *di quefto.*) fi potrà dalla data proporzione, che hanno fra loro l' acque, e l' altezze, ritrovare ancora la proporzione delle velocità medie; concioffiachè fe fra BE, BI fi trovi la media proporzionale IG, e fi aggiunga la quarta BX, farà la proporzione EB a BX la medefima, che dell' acqua crefciuta, e non crefciuta, ma la proporzione di EB a BI, è la proporzione dell' altezze; adunque la proporzione BI a BX farà quella delle medie velocità; effendo la proporzione EB, a BX compofta della proporzione EB a BI, e di BI a BX, la prima dell' altezze, la feconda delle velocità.

Corollario VI. Effendo dunque BI a BX come BE ad IG, ne fegue, effere la proporzione delle velocità futtriplicata di quella dell' acque, e fimilmente fudduplicata dell' altezze, e convertendo, che la proporzione dell' acque è futtriplicata delle medie velocità, e la proporzione dell' altezze è duplicata delle medie velocità.

Corollario VII. Similmente effendo la velocità maffima della perpendicolare BE alla velocità maffima della perpendicolare BI, in ragione fudduplicata di BF a BO, o di BE, a BI, ed effendo nella medefima fudduplicata le velocità medie, ne fegue, che le velocità maffime delle due perpendicolari della prima fezione, fieno proporzionali alle velocità medie delle medefime perpendicolari.

Corollario VIII. Sarà dunque (*Fig.* 42. *Tav. IX.*) come la velocità maffima BK dell' altezza BE, alla velocità maffima BL dell' altezza BI, così la velocità media, v. gr. MN dell' altezza BE, a PQ velocità media dell' altezza BI, e permutando, come BK ad MN, così BL a PQ; ma BK ad MN è in proporzione fudduplicata di TB a TM; adunque ancora la proporzione di BL a PQ farà fudduplicata di TB a TM; ma la proporzione di BL, a PQ, è fudduplicata di quella, che ha VB ad VP; adunque come TB a TM, così VB ad VP, e come TM ad MB, così VP a PB; adunque i punti M, P, che fi fuppongono centri di velocità, fimilmente fegheranno TB, VB, e confeguentemente i cen-

centri delle velocità delle due perpendicolari nella prima sezione, similmente segano gli assi delle parabole, che sono le misure della velocità di esse.

Corollario IX. Quel che si è dimostrato intorno all' augumento dell' acqua, serve ancora proporzionalmente pel decrescimento.

Scolio II. Da queste cose apparisce una certa corrispondenza fra le sezioni de' canali orizzontali, e la prima sezione de' canali inclinati; poichè sì in quelli, come in questa; Primieramente gli augumenti, e gli scemamenti si fanno proporzionalmente; in secondo luogo le quantità dell' acque sono fra loro in sesquialtera proporzione dell' altezze; ed in terzo luogo le velocità medie hanno fra loro proporzione sudduplicata dell' altezze, ed in questo le velocità medie sono proporzionali alle massime, ec. Contuttociò in molte cose diversificano, imperocchè nella prima sezione il centro della velocità non è demerso a $\frac{4}{9}$ dell' altezza; e parimente in secondo luogo l' altezze dell' acque non sono similmente segate dal centro: ed in terzo luogo le velocità non terminano all' intera parabola, ma al segamento della parabola, ed il complesso è uno spazio parabolico, e non parabola, ec. come nelle sezioni de' canali orizzontali. Il che in vero è proprio di questa convenienza naturale di cose. Imperocchè essendo la prima sezione del canale inclinato il mezzo, col quale si connette il canale orizzontale coll' inclinato, è cosa convenevole, che le proprietà dell' una, e dell' altra si uniscano.

PROPOSIZIONE IV.

Se l' acqua escendo da una conserva, entri in un canale inclinato, facendo nella prima sezione di esso un' altezza determinata, la superficie dell' acqua si disporrà in un piano tirato per lo principio del canale, e per l' altezza della prima sezione. Fig. 43. Tav. IX.

Dalla conserva A E C scorra l' acqua per la prima sezione C coll' altezza C D; e sia applicato il canale inclinato C N. quale s' intenda prolungato sopra fino ad A, superficie dell' acqua. Dico, che l' acqua della conserva, talmente scorrerà pel canale A C, che la sua superficie sia nella medesima retta A D. Presi qualsivogliano punti fra A, e C, v. gr. K, G, si ereggano ad A B orizzontale per lo principio dell' alveo le perpendicolari K I, G F, C O; e K M, G M perpendicolari ad A C.

E perchè C è prima sezione, ed è la sua altezza C D, sarà C D a C O, come la differenza fra la segante, e la seconda delle due medie proporzionali ritrovate fra la segante dell' angolo O C D, e il raggio, ad esso raggio; (*Corol. 3. prop. 2. di questo.*) ma la medesima proporzione ha G H a G F, essendo gli angoli O C D, F G H eguali, e G è prima sezione in riguardo all' acqua superiore G A; adunque come C D

a C O, così G H altezza dell' acqua in G, a G F altezza dell' acqua nella conserva sopra il fondo della prima sezione G; similmente come C D a C O, così si dimostrerà K M a K I, e permutando, come C D, G H, K M, fra loro, così C O, G F, K I; ma come C O, G F, K I, così A C, A G, A K; adunque come A C, A G, A K, così C D, G H, K M; e permutando, come A C a C D, così A G, G H, ed A K, a K M; e però saranno i punti A, M, H, D in una linea retta. Il che, ec.

Corollario. Di quì è chiaro, che se si cresce l' acqua nella conserva, v. gr. fino a T V, di maniera, che il principio del canale sia S, la superficie dell' acqua si disporrà per la retta S R parallela ad A D; perchè essendo come C A ad A S, ovvero C O ad O V, così C D a D R, sarà, pel Coroll. 2. della prop. antecedente, C R altezza della prima sezione dopo l' accrescimento, e disponendosi l' acqua colla superficie S R, sarà la superficie dell' acqua S R parallela ad A D, perchè sono segati proporzionalmente i lati del triangolo S C R.

PROPOSIZIONE V.

Data l' altezza, sotto la quale l' acqua scorre per un canale orizzontale, ritrovare l' altezza della prima sezione in un canale perpendicolare, sotto la quale possa scorrere la medesima acqua. Fig. 44. Tav. IX.

Sia il canale orizzontale A B, e la sua altezza B D, e ad esso sia applicato il canale perpendicolare B C della medesima larghezza, bisogna ritrovare l' altezza, sotto la quale l' acqua del canale orizzontale A B possa scorrere per il perpendicolare B C nella prima sezione di essa. Coll' asse B D si descriva la parabola equicrure B D E, che sarà il complesso delle velocità della perpendicolare D B, e ritrovata la media velocità F G, si faccia come B E ad F G, così B D a B H. Dico B H essere la ricercata altezza. Imperocchè la velocità media, colla quale scorre l' acqua pel canale orizzontale, è F G, e la velocità, colla quale dee scorrere per lo perpendicolare nella prima sezione B H, è B E; cioè quale si conviene all' altezza B D; e le sezioni B D, B H, per essere di eguale larghezza, sono fra loro come l' altezze; sarà la proporzione delle velocità B E, F G, reciproca delle sezioni B H, B D. Adunque eguale quantità d' acqua passerà per l' una, e l' altra sezione B D, B H; laonde B H sarà l' altezza ricercata. Il che, ec.

Corollario I. E perchè B E è sesquialtera di F G, ancora B D, sarà sesquialtera di B H; e però due terze parti dell' altezza B D saranno l' altezza B H.

Corollario II. Tirata adunque la D H, perchè F I è parallela a B H, e B D è sesquialtera di B H, sarà ancora D F sesquialtera di F I, e conseguentemente passata l' acqua dalla direzione orizzontale, alla perpendico-

co-

colare, nel mezzo al passaggio, si disporrà colla superficie nella linea retta, che connette l' una, e l' altra altezza, come si è dimostrato ne' canali inclinati nella Proposizione superiore.

Corollario III. Adunque nell'accrescere dell' acqua in un canale orizzontale, l' una, e l' altra altezza B D, B H crescerà proporzionalmente, ec. Vedi il Coroll. dell' antecedente Prop., e quelche si è notato ne' Coroll. della terza Prop. conciossiachè l' una, e l' altra specie di questi canali ha tra se corrispondenza.

Corollario IV. E' ancora manifesto la proporzione della perpendicolare nella conserva, ovvero nel canale orizzontale, all' altezza nella prima sezione di qualunque canale applicato, non potere esser maggiore d' una sesquialtera.

Corollario V. Tutto questo si verifica, se nel fondo d' un canale orizzontale si faccia un foro, o una sezione, che abbia la larghezza comune col canale; ma l' altezza due terzi dell' altezza dell' acqua, che scorre pel canale orizzontale; e lo stesso vale ancora d' una conserva, a cui sia applicato un canale orizzontale, se però il fondo di essa è nella medesima orizzontale col fondo del canale; conciossiachè in questo, se si aprirà un foro nel fondo, tant' acqua manderà fuori, quanta prima ne scorreva pel canale orizzontale, se però s' impedisca per questo il flusso.

Corollario VI. Che se la sezione B H non fosse della medesima larghezza, che B D, si faccia come la larghezza della sezione B H alla larghezza della sezione B D; così l'altezza B H ritrovata, ad un'altra, che sarà l' altezza d' una sezione di diversa larghezza, poichè si faranno in questo modo due sezioni eguali, e sono ancora egualmente veloci, perciocchè l'una, e l'altra ha la medesima velocità B E; adunque per esse scorrerà eguale quantità d' acqua, cioè tutta quella, che pel canale orizzontale scorre sotto l' altezza E D, come si è dimostrato.

Corollario VII. Ma perchè le sezioni egualmente larghe sono fra loro, come l' altezze; e le altezze delle sezioni d' un canale orizzontale, e della prima d' un canale perpendicolare, che hanno la medesima larghezza, sono fra loro in sesquialtera proporzione, ne segue, tutte le sezioni d' un canale orizzontale, alla prima d' un canale perpendicolare, essere in sesquialtera proporzione, o abbiano, o nò la medesima altezza; ancorchè le prime sieno rettangole, e le altre circolari, o ellittiche, ec.

Corollario VIII. Finalmente se la sezione d' un canale perpendicolare sia minore della narrata, non potrà per essa escire tutta l' acqua; ma se sarà impedito l' ulteriore corso pel canale orizzontale, crescerà nel canale orizzontale l' altezza dell' acqua, finchè sia tanta, che tutta l' acqua possa scorrere per la minor sezione. Nel qual caso l' acqua del ca-

nale orizzontale diventa, come l' acqua di qualche conserva, alla quale tant' acqua le venga somministrata, quanta n' esce. Ma se la sezione sarà maggiore della narrata, l' acqua non empierà tutta la sezione, ma lascerà vota la parte superflua.

Scolio. Quì mi pare ben ricercare, che altezza acquisterà l' acqua in un canale orizzontale, se la prima sezione d' un canale perpendicolare sia minore di quello, che si richiederebbe. Si faccia come la data sezione minore a quella, che sarebbe necessaria, così la velocità competente all' altezza della sezione nel canale orizzontale ad un altra; la quale ordinatamente applicata alla parabola D G E prolungata, darà la necessaria altezza, che l' acqua possa scorrere per la minor sezione; ma a voler, che per diverse sezioni scorra la stessa acqua, bisogna, che le sezioni, e le velocità, si rispondano reciprocamente, adunque ritrovata la velocità conveniente alla minor sezione, questa darà l' altezza, dalla quale depende, e questa pure si dee ritrovare nella parabola. Per la medesima ragione, data l' altezza, alla quale pervenne l' acqua, per potere scorrere per la sezione del canale perpendicolare, prima minore della necessaria, insieme colla precedente altezza del canale orizzontale, facilmente si trova la proporzione della minor sezione alla necessaria. Imperocchè assegnandosi l' una, e l' altra altezza dell' acqua, si darà ancora la proporzione delle velocità, la quale presa reciprocamente dimostrerà la proporzione della minor sezione alla necessaria, ed inoltre perchè data la sezione del canale orizzontale, si dà la prima sezione del canale perpendicolare, e si dà la proporzione di questa alla minore, si darà ancora l' area della minor sezione.

PROPOSIZIONE VI.

Data un' apertura rettangola nel fondo del vaso, o d' una conserva, e l' altezza dell' acqua sopra di esso, ritrovare l' altezza della sezione del canale orizzontale, che abbia per larghezza un lato dell' apertura, per la quale tutta l' acqua scappando fuora, possa escire dall' apertura. Fig. 46. Tav. X.

Sia nel vaso A C O D l' apertura, e il rettangolo contenuto da' lati E G, F E, e la superficie dell' acqua nel vaso sia H I, o F L. Bisogna trovare l' altezza della sezione nel canale orizzontale, la larghezza del quale sia, v. gr. F G, per la quale tutta l' acqua possa scappar fuora dall' apertura E G. Presa l' altezza dell' acqua F L come asse, col vertice L si descriva la semiparabola, e sia F P la sua massima semiordinata, dalla quale, e da F E si faccia il rettangolo E P, e si divida la parabola F L P, in maniera, che essa, al rettangolo E P, abbia la medesima proporzione, che ella ha alla parte della parabola Q M K tagliata alla cima. Dico M L essere l' altezza, sotto la quale scorrerà l' acqua,

che

che esce fuora dell' apertura E G nel canale orizzontale, che sia largo quanto l' apertura E G.

Perchè il canale, pel quale dee scorrere l' acqua, si suppone orizzontale, sarà il complesso delle velocità in ciascuna perpendicolare una parabola, l' altezza della quale sarà quella dell' acqua; laonde il complesso delle velocità dell' altezza L M nel canale orizzontale, è la parabola L M K, e l' M K massima velocità, competente all' altezza L M. Similmente perchè E P è semiordinata nella stessa parabola; sarà F P la velocità pel punto F, cioè dell' apertura E G: presa dunque F G larghezza, ed F E altezza, sarà il rettangolo E P il complesso delle velocità della perpendicolare E F, ed E P velocità media di essa, essendochè tutti i punti nella apertura orizzontale hanno la medesima velocità. Ma il complesso F P, è eguale al complesso M L K, perchè la parabola E L P ha la medesima proporzione all' uno, e l' altro; adunque i complessi delle velocità, tanto della perpendicolare L M, quanto d' F E saranno eguali; e conseguentemente eguale quantità d' acqua passerà per la linea E P, che per la perpendicolare L M, ed essendo eguali le larghezze, cioè la medesima F G, passerà ancora per l' apertura E G, e per la sezione del canale orizzontale, che abbia l' altezza L M, e la larghezza F G, la stessa, o eguale quantità d' acqua. Il che, ec.

Corollario I. Lo stesso è, se E F si supponga larghezza comune all' apertura, e alla sezione, ed F G altezza dell' apertura; nel qual caso, il complesso delle velocità sarebbe contenuto sotto F P, F G.

Corollario II. Se si vorrà determinare la larghezza della sezione d' un canale orizzontale, quale sia eguale all' uno, e l' altro de' lati dell' apertura F G, F E, facilmente si trasmuterà l' altezza L M in un altra competente alla data larghezza per la Prop. 7. lib. 3.

Corollario III. Se sarà data l' altezza, che vogliamo, che abbia l' acqua in un canale orizzontale, facilmente si troverà la larghezza della sezione; poichè se si ritroverà della data altezza L M, la media velocità M N, e qual proporzione ha il rettangolo L N, al rettangolo E G, la stessa abbia reciprocamente la larghezza dell' apertura, ad un altra, questa sarà la larghezza ricercata, per la Prop. 15. lib. 1.

Corollario IV. Se dunque in luogo d' una conserva si intenderà un canale orizzontale, l' altezza del quale fusse arrivata alla superficie permanente, per causa d' esser minore del bisogno la prima sezione nel canale perpendicolare, si potrà ritrovare l' altezza prima del canale avanti il gonfiamento, essendochè questa è quella, sotto la quale scorreva la stessa acqua nel canale orizzontale, che ora scorre per la prima sezione del canale perpendicolare.

Corollario V. Se in vece dell' apertura nel fondo della conserva, che

è quel che si suppose nella Proposizione, ne sostituiremo un' altra fatta nel lato perpendicolare della conserva; lo stesso appunto si dimostrerà, se si troverà il centro della velocità della data apertura, insieme con la sua media velocità; della quale, e di un lato dell' apertura si faccia un rettangolo analogo al rettangolo E P.

PROPOSIZIONE VII.

Data l' altezza dell' acqua nella prima sezione di qualche canale inclinato permanente in un medesimo stato, ritrovare l' altezza nelle rimanenti sezioni inferiori. Fig. 45. Tav. IX.

Sia il canale inclinato A K, la prima sezione del quale sia B, e la sua altezza B D. Bisogna ritrovare l' altezza in un altra sezione inferiore C. Prolungate B E, C I, perpendicolari delle sezioni, fino all' orizzontale per lo principio dell' alveo A I, si descrivano intorno ad esse, come assi, le parabole eguali B E G, C I K; e per D si tiri D F semiordinata. E perchè D F è parallela a B G, sarà la parabola E B G alla parabola E D F in proporzione triplicata di B G a D F; si faccia dunque come B G a D F, così M N, ad N O, e ad esse si pongano in continua proporzione O P, P Q, e sia N R eguale a P Q. Adunque sarà come M N a P Q, o R N, così la parabola E B G alla parabola E D F, e per la conversion della proporzione, come M N ad M R, così la parabola E B G, allo spazio B D F G. Di nuovo perchè le parabole E B G, I C K sono eguali, saranno in triplicata proporzione di B G a C K. Si faccia dunque come B G a C K, così M N ad M S, e si pongano nella stessa continua proporzione di esse le S T, T V. Adunque come V T, ad M N, così la parabola C I K alla parabola B E G; ma come la parabola B E G, allo spazio B D F G, così M N ad M R; adunque per l' egualità, come V T ad M R, così la parabola C I K, allo spazio B D F G. Si divida adunque la parabola C I K, di maniera, che V T ad M R stia, come tutta la parabola C I K allo spazio C H L K, (*Scol. prop. 6. lib. 3. di questo*.) sarà dunque lo spazio C H L K eguale allo spazio B D F G, essendo la parabola C I K nella medesima proporzione all' uno e l' altro, cioè di V T ad M R: e sono i predetti spazi i complessi delle velocità delle perpendicolari B D, C H; adunque i complessi delle velocità, e conseguentemente l' acque, che scorrono con esse, saranno eguali; e però sarà l' altezza C H quella, sotto la quale la medesima, o eguale quantità d' acqua passerà nella sezione inferiore C, di quella, che passò per la prima sezione B, sotto l' altezza B D. Il che, ec.

Corollario I. E perchè per la 2. Proposizione, data l' altezza dell' acqua sopra 'l fondo della prima sezione in una conserva, si dà l' altezza della prima sezione, e da questa si dà ancora l' altezza nell' altre, è chiaro,

ro, che data l'altezza dell' acqua sopra 'l fondo della prima sezione, ec. viene ancora data l' altezza di qualsivoglia sezione.

Corollario II. Dal progresso della dimostrazione è chiaro, che data l' altezza, che ha l' acqua nella prima sezione, si dà ancora la proporzione, che ha la parabola C I K al complesso delle velocità C H L K.

Scolio I. Adunque la proporzione della parabola E B C, allo spazio D B F G si fa manifesta dalla proporzione, che ha B G a D F, quale è nota pel Coroll. 1. della Prop. 2. Ma se non fosse nota, a causa della mancanza de' dati della Prop. 2., si potrà ritrovare l' altezza dell' asse B E per via di esperienza, quale ritrovata, insieme coll' altezza B D, sarà manifesta la proporzione delle velocità B G, F D, e di più ancora col pendolo, del quale si è trattato nel 2. lib., anzi dal solo angolo noto dell' inclinazione si manifesta; essendo che la parabola E B G, allo spazio D B G F, sta come la segante dell' angolo dell' inclinazione al raggio, come può apparire dal seguente scolio.

Scolio II. Con maggior brevità si sciorrà il problema di questa proposizione, se si troverà la segante del dato angolo dell' inclinazione, e stia B G a C K, come la segante ad un altro termine, a cui si aggiungano due altri termini in continua proporzione; sarà la proporzione del quarto termine al raggio, quella che dee avere la parabola I C K, allo spazio C H L K. Imperocchè, se si ponga B G eguale a B E, sarà B G segante, D F secondo proporzionale, D E terzo; e il quarto X E differenza fra il secondo, e il raggio, e conseguentemente X B, sarà il raggio; ma è la proporzione di B E a B X quella, che ha la parabola B E G alla parabola B X G, ovvero allo spazio B D F G eguale ad essa; laonde essendo la parabola B E G allo spazio B D F G, per le cose dimostrate, come M N, ad M R; se si supporrà M N segante, sarà M R raggio, e se M N, M S, T S, V T si pongano in continua proporzione di B G a C K, sarà V T ad M R raggio, come la parabola I C K allo spazio B D F G, a cui dee essere eguale lo spazio C H L K. E ancora di qui si vede la proporzione della parabola C I K allo spazio C H L K, essere composta della triplicata della velocità C alla velocità B, e della segante dell' angolo dell' inclinazione al raggio, ovvero della sesquialtera di quella, che è tra C I a B E, o C A, B A, che è eguale alla triplicata di C K, B G, e della proporzione della segante al raggio.

Corollario III. E così ancora data in qualsivoglia sezione l' altezza dell' acqua, e ritrovato l' asse della parabola, perchè si dà la proporzione della massima velocità alla minima, ovvero del fondo, e della superficie, si potrà col metodo di questa Proposizione ritrovare l' altezza di qualsivoglia altra sezione, superiore, o inferiore.

Corollario IV. E' ancora manifesto il converso della Proposizione,

 cioè

cioè, data l' altezza dell' acqua in qualche sezione inferiore, ritrovare l' altezza della prima. E similmente perchè data l' altezza dell' acqua nella prima sezione, si dà ancora l' altezza dell' acqua nella conserva sopra il fondo della prima sezione, ancora data l' altezza dell' acqua in qualunque data sezione, sarà manifesta l' altezza dell' acqua, ec. nella conserva.

Corollario V. Siccome è evidente, in che modo, dato l' accrescimento dell' acqua nella prima sezione, e data ivi l' altezza dell' acqua non accresciuta, si possa ritrovare l' accrescimento dell' altezza in qualunque sezione data. Imperocchè se si darà l' accrescimento, e la prima altezza, si darà ancora l' altezza dell' acqua accresciuta, dalla quale si troverà l' altezza dell' acqua nella data sezione; e perchè è data la minore altezza nella prima sezione, si potrà ritrovare l' altezza corrispondente ad essa nella medesima inferior sezione; adunque in questa sarà data l' una, e l' altra altezza dell' acqua accresciuta, e non accresciuta, la differenza delle quali sarà l' augumento, e in conseguenza sarà nota la proporzione dell' altezza dell' acqua accresciuta, e non accresciuta ec.

PROPOSIZIONE VIII.

Data l' altezza, che ha l' acqua in qualche sezione d' un canale perpendicolare, ritrovare nelle rimanenti sezioni del medesimo canale, l' altezze, con le quali scorre l' acqua. Fig. 47. Tav. X.

L' altezza d' una sezione in un canale perpendicolare, è la linea orizzontale, che misura l' altezza della sezione, sotto la quale discende l' acqua; è contuttociò differente il canale perpendicolare dal cadente, come si fa manifesto nel seguente scolio. Sia dunque il canale perpendicolare S X, pel quale s' intenda l' acqua scorrere, il che avverrà, se nel fondo della conserva N B M L vi si supponga una sezione, o una apertura rettangola posta orizzontalmente, dalla quale esca l' acqua sotto la permanente altezza S B, e sia B M l' altezza dell' acqua nella sezione B. Bisognerà trovare l' altezze delle rimanenti sezioni T, V, X. Coll' asse S X si descriva la semiparabola S C E, e si prolunghi M B in A, sarà B A semiordinata all' asse, supponendosi ad essa perpendicolare; ed a T, V, X si pongano le altre semiordinate T C, V D, X E; e si facciano i rettangoli A B M, C T F, D V G, E X H eguali, ovvero, che è lo stesso, si faccia come C T, ad A B, così B M, a T F, e come D V a C T, così T F, ad V G, ec. Dico T F, V G, ec. essere le altezze delle sezioni ricercate.

Imperocchè essendosi descritta la parabola intorno all' asse S X lunghezza del canale, e le velocità essendo in sudduplicata proporzione dell' altezze, sarà B A velocità della sezione B, T C velocità della sezione

zione T, ec. e sono queste per la costruzione, reciproche all' altezze delle sezioni B M, T F; adunque le quantità dell' acque, che passano per esse, saranno eguali. Similmente si dimostrerà V G, X H essere altezze, sotto le quali passa l' acqua, che prima passò per B M; adunque stando ferma la stessa larghezza del canale, le altezze ricercate saranno T F, V G. Il che, ec.

Scolio I. Bisogna distinguere il canale perpendicolare dal cadente, essendochè l' acqua del cadente appoco appoco si raccoglie secondo l' accrescimento della velocità, intorno all' asse tirato per lo centro della gravità della sezione perpendicolare all' orizzonte; ma ne' canali perpendicolari l' acqua corrente si debbe intendere, essere sempre attaccata al piano, o al fondo del canale, il che naturalmente segue per essere fra loro le parti dell' acqua collegate, ed ancora questo si può fare artificiosamente, sforzando l' acqua a scorrere per un canale perpendicolare, contenuto da tre piani, de' quali due sieno i lati del canale, ed il terzo il fondo; e dalla superficie curva, la cui genitrice sia la linea M F S H, della quale si favellerà nel primo seguente Corollario.

Scolio II. Se in vece d' un vaso, o conserva si sostituisca un canale orizzontale, dal quale escendo l' acqua debba scorrere per un canale orizzontale applicato, quasi questo stesso ne segue; anzi, ritrovandosi per la 5. Proposizione, la prima sezione d' un canale perpendicolare da una nota altezza nell' orizzontale; si potrà ancora applicare un tubo perpendicolare ad un canale orizzontale, cui tutto riempia subito l' acqua corrente.

Corollario I. Dalle cose dimostrate apparisce, che i punti M, F, G, H sono in una iperboloide curva, un' asintoto della quale è X S, e le ordinate alla medesima B M, T F, ec. sieno in reciproca suddupplicata proporzione di S T, ad S B; laonde se a tutti i punti del canale S X, si applichino le semiordinate all' asse della parabola, e si facciano eguali i rettangoli fatti dalle semiordinate all' asse della parabola, e dall' ordinate all' asintoto fra loro corrispondenti; gli estremi punti delle semiordinate all' asintoto, disegneranno la detta iperboloide, secondo la piegà della quale si disporrà nel flusso la superficie dell' acqua. E questa iperboloide sarà la seconda in ordine, cominciando dall' iperbole comune, in cui l' ascisse dal centro stanno reciprocamente, come l' ordinate all' asintoto in semplice proporzione; in questa poi reciprocamente, come l' ordinate all' asintoto in doppia proporzione.

Corollario II. Quel che si è dimostrato in un canale perpendicolare, vale ancora in un inclinato, se la velocità della superficie, e del fondo, sembri al senso eguale a causa della grandissima distanza dal principio, o per la grand' inclinazione, ovvero per la piccola altezza delle sezioni pro-

porzionalmente all' inclinazione, o a causa degl' impedimenti pareggianti tra loro le velocità, come nel Corollario, e Scolio della Propos. 5. lib. 2. abbiamo notato. Imperocchè la superficie dell'acqua, sarà la stessa, che la descritta, il frusto della qual solidità sarà cilindro; ed averà la base contenuta da tre rette linee (cioè dalla lunghezza del canale tra le due sezioni, e dall' una, e l' altra perpendicolare delle prese sezioni) e dalla detta iperboloide. Del restante se si considera tutta la figura dell' acqua corrente, sarà la base di questa un trilineo infinito; cioè lo spazio fra l'asintoto, e l' iperboloide, e l' altezza della prima sezione; l' altezza poi sarà la stessa larghezza del canale. La qual figura dell' acqua sempre più s' altererà, quanto maggiore sarà la proporzione delle velocità della superficie, e del fondo.

Corollario III. Nella stessa supposizione, se le ripe dello stesso canale perpendicolari al fondo si proseguissero secondo la centinatura della predetta iperboloide; di maniera, che il punto S fosse centro comune di due iperboloidi, e insieme principio d' un canale, e se si tirasse l'asintoto pel mezzo dello stesso canale, di maniera, che fosse comune all' una, e all' altra iperboloide; ed I M fosse la larghezza della prima sezione; sarebbero le altezze di tutte le sezioni eguali, essendochè le sezioni d' eguale altezza sono fra loro come le larghezze; ma le larghezze B M, T F, o le loro duple I M, O F sono in reciproca sudduplicata proporzione delle linee S T, S B, e nella stessa sudduplicata proporzione sono le velocità; adunque essendo le sezioni reciproche alle velocità, passerà per esse eguale quantità d' acqua, e conseguentemente se alcuno volesse nel predetto caso ritenere in tutti i luoghi delle sezioni la stessa altezza del canale, bisognerebbe, che prolungasse le ripe del canale secondo la detta iperboloide.

Scolio III. Per la qual cosa essendo nulla la velocità nel punto S, è manifesto l' altro asintoto essere S L, essendochè i rettangoli fatti dalle linee delle velocità, e dell' altezze, ovvero delle larghezze del canale, debbano essere eguali, ed essendo nulla la linea della velocità nel punto S, ne segue, che l' altezza, ovvero la larghezza della sezione S (supposto, che possa scorrere la quantità medesima d' acqua per S con niuna velocità, e per B con una determinata velocità) debba essere infinita, ed in conseguenza, che mai in alcun luogo non concorrerà coll' iperboloide: lo che però non può essere, perchè dal principio del canale, che è un sol punto, non può sgorgare alcuna quantità d' acqua, onde si schiva un infinita altezza di sezione.

Corollario IV. Dalle sopraddette cose chiaramente si vede, che se le larghezze delle sezioni ne' canali inclinati ec. sieno eguali, saranno le altezze delle medesime fra loro in reciproca sudduplicata proporzione del-

delle distanze dal principio dell' alveo; ma se le altezze si suppongano eguali, le larghezze saranno nella stessa proporzione.

Corollario V. Similmente le altezze delle sezioni in un canale inclinato perpendicolare, saranno proporzionali all' altezze delle sezioni nell' altro canale in qualsivoglia modo inclinato, o perpendicolare, se si paragonino fra loro le simili sezioni, ed eguale sia da pertutto la larghezza dell' uno, e dell' altro canale.

Corollario VI. Di quì è, che se lo stesso canale più, o meno sia inclinato, le altezze delle date sezioni saranno fra loro proporzionali in qualsivoglia inclinazione.

PROPOSIZIONE IX.

Data una sezione di qualche cadente perpendicolare, e la distanza dal suo principio, ritrovare le rimanenti sezioni del medesimo. Fig. 47. Tav. X.

Sia la cadente proposta I Q H M, l' asse della quale sia S X perpendicolare all' orizzonte, ed il principio S, e la data sezione quella, che ha il diametro I M, bisogna ritrovare le rimanenti sezioni I, V, X ec. Coll' asse S X si descriva la semiparabola S A E, e si facciano le altre cose, come nella superiore proposizione; ma come C T ad A B, così si faccia il quadrato I M al quadrato O F, o il quadrato B M al quadrato T F; e come D V a C T, così il quadrato T F al quadrato V G; e nel medesimo modo si trovi X H, ec. Dico B M, T F, V G, X H, essere semidiametri delle sezioni B, T, V, X.

Imperocchè, per gli Scolj seguenti, tutte le sezioni parallele di qualche cadente sono fra loro simili, saranno dunque fra loro come i quadrati de' semidiametri dal centro. Laonde come il quadrato B M al quadrato T F, così la sezione I M alla sezione O F; ma come il quadrato B M al quadrato T F, così reciprocamente la velocità C T alla velocità A B; adunque come la sezione I M, alla sezione O F, così la velocità C T della sezione O F, alla velocità A B della sezione I M; scorrerà dunque la stessa acqua per la sezione I M, che per la sezione O F. E nello stesso modo si dimostrerà per le sezioni P G, Q H, ec. scorrere la stessa quantità d' acqua, e in conseguenza le sezioni P G, Q H essere le sezioni della cadente ricercate.

Scolio I. Benchè la cadente perpendicolare di sua natura dovesse aver la forma di corpo conico, la base del quale sia la prima sezione, di qualunque figura ella si fosse, e la cima il centro comune di tutti i gravi, il quale contuttociò in gran distanza insensibilmente differirebbe dal cilindro; nondimeno, perchè per l' accrescimento della velocità, le gocciole dell' acqua, dentro la solidità del cilindrico, scambievolmente si dovrebbero separare stante la pressione esterna dell' aria, e concorrendo ancora l' attaccamen-

mento, che chiamano viscosità, il cilindrico verrà premuto verso la linea perpendicolare, che è asse di esso, in maniera, che si fa un altro corpo conoidale di sua natura infinito, che per altro degenererebbe (essendo arrivato il moto all' equabilità, e perseverando la medesima velocità) in cilindrico, col suo asse direttamente indirizzato al centro de' gravi. E questo è vero, rimossa quella resistenza dell' aria inferiore, che fa, che comunicato alla cadente grand' impeto, o più presto, o più tardi, secondo il suo maggiore, o minor diametro, si disperga, primieramente in parti minori, dipoi ancora in una tenuissima rugiada. Noi però discorrendo del cadente, rimoviamo questo ultimo impedimento, ritenendo il concorso dell' acqua intorno al suo asse, come se si facesse un vaso tale, che avesse l' orifizio superiore congruente alla prima sezione del cadente, e accomodato intorno all' asse della stessa cadente; noi intendiamo di ricercare in questo vaso, quelle sezioni, che l' acqua cadente, cioè corrente con tutta la velocità, che alla sua caduta si richiede, senza eccesso, o mancanza empia per l' appunto. Supposto questo dimostrerò, che l' acqua talmente scorre giù intorno all' asse, che quella proporzione, che ha la distanza d' un punto nella circonferenza della sezione, dal punto dentro essa, che è toccato dall' asse, alla distanza d' un altro punto, dallo stesso punto dell' asse, la medesima l' averà in qualunque sezione inferiore la distanza dell' acqua ad essa corrispondente dall' asse, alla distanza dell' acqua corrispondente al secondo punto, dal medesimo asse. v. gr. Sia il punto A, (*Fig.* 48. *Tav. X.*) al quale termina l' asse, ed i punti C D nella circonferenza della luce G D H C, l' asse A B; e l' acqua discenda da C in E, e da D in F, e sieno F B, F E nello stesso piano orizzontale; dico, che D A, ad A C starà come E B, B E. Imperocchè discendendo tutta l' acqua della linea A C discende in B E, bisogna, che A C, a B E abbia la medesima proporzione, che la velocità in B, alla velocità in A; similmente perchè l' acqua, che sta nella linea D A discende in F B, sarà ancora come D A ad F B, così la velocità in B, alla velocità in A. Sarà dunque come A C a B E, così A D, ad F B, e permutando, come A C ad A D, così B E ad F B.

Dimostrato questo, dimostrerò ancora, che il lume G D H C sarà simile alla sezione I F K E. Imperocchè, strisciando giù per l' asse A B, l' acqua che passa da A C in B E, saranno A C, A B, B E nel medesimo piano, descendendo A C sempre a se parallela nel medesimo piano verticale; laonde essendo la luce, e la sezione orizzontali, saranno A C, B E, comuni sezioni de' piani orizzontali (e in conseguenza paralleli) col verticale, fra loro parallele; per la medesima ragione saranno parallele G A, B I, D A, F B, ec.: laonde gli angoli G A C, I B E saranno eguali; ma sono, come si è dimostrato, G A, A C proporzionali alle rette

te

te I B, B E; adunque i triangoli G A C, I B E saranno simili. Per la stessa ragione G A D, I B F, ec. si mostreranno simili; e in conseguenza il poligono G D H C sarà simile, e similmente posto al poligono I F K E; laonde il poligono G D H C al poligono I F K E sarà in sudduplicata proporzione de' lati omologhi, come prendemmo nella antedetta proposizione.

Scolio II. Il punto A è centro di gravità della luce G D H C, e il punto B centro di gravità della sezione I F K E; essendochè l'uno, e l'altro discendano verso 'l centro della terra, è necessario, che discendano in maniera, che i centri di gravità sieno nella linea tendente al centro de' gravi, laonde l'asse del cadente sarà la linea, che pel centro di gravità della luce si tira al centro de' gravi. Adunque essendo in molte figure il centro della gravità, e della grandezza il medesimo, in questa è evidente, l'asse della cadente passare pel centro delle figure, come nel cerchio, ellisse, parallelogrammo ec. se di tal figura sarà la luce, o prima sezione.

Scolio III. Laonde se qualsivoglia canale cadente sia segato da' piani paralleli a qualche sezione, si faranno tutte le sezioni fra loro simili, e similmente poste, e quando sarà arrivata la velocità del cadente all'equabilità; saranno anco fra loro eguali.

Corollario I. Dalla dimostrazione della proposizione ne segue, che la linea curva, (*Fig.* 47. *Tav. X.*) che congiugne i punti M F G H, è una delle iperboloidi infinite, cioè nella quale l'ordinate all'asintoto sono fra loro in proporzione reciproca subquadruplicata dell'ascisse dal centro; imperocchè, essendo come il quadrato B M al quadrato T F, così C T ad A B, sarà la proporzione della linea B M a T F, sudduplicata della proporzione di C T, ad A B; ma la proporzione di C T ad A B, è sudduplicata di S T a S B; adunque B M, a T F è in sudduplicata proporzione, di S T a S B, cioè in proporzione quadruplicata dell'ascisse dal centro B M, T F; cioè di quella che hanno le ordinatamente applicate ad essa B M, T F reciprocamente. Adunque questa iperboloide sarà la quarta in ordine, cominciando da quella, che si ricava dal cono, come accennammo nel coroll. 1. dell'antecedente proposizione.

Corollario II. Di qui nasce S X essere asintoto, ed S centro della predetta iperboloide, pel quale, se si tira la retta S T ad angoli retti all'asintoto, questa sarà l'altro asintoto; imperocchè non essendo in S alcuna velocità, ne segue, che l'altezza della sezione S sarà infinita, e conseguentemente continuata la stessa iperboloide, mai in alcun luogo non la toccherà.

Corollario III. Adunque ne' numeri, se come S B ad S T così si faccia un quadratoquadrato T F ad un altro, sarà la sua radice quadratoquadrata la distanza dell'estrema acqua dall'asse della cadente; ovvero la distanza della cadente, dal centro di gravità della sezione, e lo stesso accaderà, se

se si pigli l' intero diametro OF in cambio di TF; imperocchè si troveranno i diametri analoghi delle sezioni, e continuando la proporzione, si troveranno consimili tutte le distanze, ovvero i diametri.

Corollario IV. Se la luce IM sia circolare, dalla revoluzione della figura BMHX intorno allo stabile asse BX, si descriverà il solido della cadente, e il vaso, che possa contenerla per l'appunto.

Corollario V. Se la luce non sia circolare, ma almeno d' una tal figura, che tutte le linee tirate per lo centro di gravità sieno divise pel mezzo, come le ellissi, i parallelogrammi ec., i diametri trasversi delle iperboloidi opposte, saranno eguali; ma se saranno ineguali le linee tirate dal centro di gravità alla circonferenza della luce, come nel triangolo equilatero ec., il centro di tutte le iperboloidi sarà lo stesso, cioè la sublimità della cadente, ma i diametri trasversali, ineguali; come sarà noto a chi è versato nelle coniche sezioni.

Corollario VI. Adunque data la proporzione di due sezioni, e la distanza tra l' una, e l' altra, si potrà ritrovare l' altezza della cadente, come se si dia la proporzione della sezione IM, alla sezione OF, e la distanza BT; basta applicare all' asse TB le perpendicolari BA, TC, le quali stiano fra loro reciprocamente, come le sezioni, e descrivere la parabola per gli punti C, A, intorno all' asse BT prolungato in S, sarà S suo vertice, e insieme centro della predetta iperboloide, e principio della cadente. Il che ancora vale proporzionalmente nel caso dell' antecedente proposizione, come ancora molte cose ivi notate, quì proporzionalmente si debbono referire.

PROPOSIZIONE X.

Nella data sezione del canale inclinato, per cui la velocità dell' acqua corrente sia ritardata, ritrovare la proporzione, che ha la media velocità intera, alla media velocità ritardata. Fig. 49. Tav. X.

Sia il canale inclinato AB, nel quale sia la sezione B coll' altezza BE, e sia ritardata la velocità da A in B, bisogna trovare la proporzione, che ha la media intera velocità della sezione BE, alla velocità media ritardata della medesima sezione BE. Si serri la sezione B sopra BE, v. gr. si lasci andar giù la cataratta KE, di maniera, che la sua parte inferiore E combagi colla superficie dell' acqua, e ritardata da vantaggio la velocità della sezione BE, secondo il senso della quarta Proposizione del lib. 4., si osservi a quanta altezza si alzi l' acqua, e sia BM, e la permanente superficie, HI.

Perciocchè sotto l' altezza BM passa la medesima quantità d' acqua per la sezione BE, che prima passava per la maggiore, avanti d' avere ritardata la velocità; (*Prop. 3. del 4. di questo.*) restituita la medesima, sarà

la

la velocità media l'istessa di prima; adunque descritta la parabola B I Q intorno all'asse B I, sarà B E P Q il complesso delle velocità della perpendicolare B E, di cui si trovi la velocità media B D; e sarà tanto il complesso, quanto la velocità media dell'acqua, che passa per B E, con velocità ritardata. Similmente intorno all' asse K B, si descriva la parabola K B C, parallela alla predetta, e prolungate l'E P, B D, si farà il complesso delle velocità B E S C, dovuto all' intera velocità della perpendicolare B E, e di questa si trovi la media velocità B N; e perchè le parabole B I Q, B C K sono parallele, saranno B N, B D proporzionali alle medie velocità; adunque come sta B N, a B D, così la media intera velocità della perpendicolare B E, alla velocità media ritardata della medesima perpendicolare. Il che, ec.

Corollario I. Di quì è chiaro, che B D a D N sta come la velocità ritardata alla perduta, e al contrario B N a D N sta come l' intera velocità alla perduta.

Corollario II. Descritti dunque sopra B D, B N i rettangoli nell' altezza comune B E, cioè B R, B O, saranno questi i complessi delle velocità intere, e delle residue; laonde il complesso intero delle velocità al complesso residuo, averà la proporzione del rettangolo B O al rettangolo B R; cioè della velocità media intera B N alla residua, o retardata B D ec. e lo stesso si dica de' complessi delle velocità di tutta la sezione.

Corollario III. Dalle sopra esposte proposizioni, e dalla misura dell' acqua corrente colla residua velocità, ritrovata colla regola generale della Proposizione ultima del lib. 4. facilmente sarà manifesta la misura dell' acqua, che potrebbe scorrere per la sezione, in caso, che non fosse ritardata la velocità, e similmente la misura dell' acqua non iscorsa, la quale per altro sarebbe potuta scorrere per la medesima sezione, rimossa la ritardazione, essendochè queste quantità sono proporzionali alle velocità medie predette, delle quali se ne sarà cognita una in qualche misura assoluta, e determinata, ancora le rimanenti si fanno manifeste nella medesima misura.

Scolio. Il ritardamento dell' acqua nella sezione serrata sopra alla superficie dell' acqua, si può avere in più modi, posto qualunque impedimento avanti alla sezione, il quale se ristrignerà la sezione, fatta l' elevazione dell' acqua, si dee rimuovere, e lasciare che di nuovo si fermi la superficie dell' acqua; imperocchè discenderà qualche poco con aver restituita la larghezza alla sezione, e se col lasciare andare la cataratta sotto la superficie dell' acqua, l' acqua sarà cresciuta fino alla permanente superficie, questa si dee un poco rialzare, tanto, che ritorni nel primiero sito, e si debbe osservare l' altezza, alla quale si fermerà l' acqua, di nuovo discendendo.

PRO-

PROPOSIZIONE XI.

Data la proporzione, che ha la velocità ritardata media, alla velocità intera media, e l' altezza, che ha l' acqua correndo con velocità ritardata nella data sezione, ritrovare l' altezza nella medesima sezione, sotto la quale scorrerebbe la stessa acqua con velocità intera. Fig. 49. Tav. X.

Sia la velocità residua all' intera, come B D a B N, e l' altezza dell' acqua corrente colla velocità media B D nella sezione B sia B E, bisogna ritrovare l' altezza, che sarebbe la stessa acqua correndo coll' intera velocità nella medesima sezione.

Si faccia come B N, a B D, così B E ad un altra v. gr. B F; dico B F essere l' altezza ricercata. Imperocchè, essendo reciproche le altezze delle sezioni, e le velocità medie, e come le altezze delle sezioni, così le stesse sezioni, essendo della medesima larghezza, saranno le medie velocità reciproche alle sezioni; laonde la quantità dell' acqua, che esce per la sezione B coll' altezza B E, e colla velocità B D media, sarà eguale alla quantità dell' acqua, che esce per la stessa sezione B coll' altezza B F, e colla velocità B N; ma B N è la velocità intera, e B D la velocità ritardata; adunque per la sezione B coll' altezza B E, e colla velocità ritardata, passerà egual quantità d' acqua a quella, che può scorrere per la stessa sezione coll' altezza B F, e coll' intera velocità. E' dunque l' altezza B F quella, che sarebbe l' acqua del canale A B correndo con intera velocità. Il che, ec.

Corollario I. Lo stesso problema si scioglie, se si darà la proporzione dell' intera velocità, alla velocità perduta, ovvero della residua, alla perduta; essendochè da queste facilmente si raccoglie la proporzione della velocità residua, all' intera.

Corollario II. E' chiaro ancora il converso del problema, cioè, se si desse per altro metodo l' altezza della sezione, quando l' acqua scorre con velocità ritardata, e l' altezza della sezione, quando la stessa acqua scorre con velocità intera, o almeno la proporzione delle medesime; si darebbe ancora la proporzione dell' intera velocità, e della ritardata.

LI-

LIBRO SESTO.

Nel quale si propone l' artifizio, e il fondamento del distribuire con proporzione l' acque provenienti dagli acquedotti, da' canali, e dalle conserve.

PROPOSIZIONE I.

IN *un canale orizzontale, che sempre seguiti colla medesima larghezza, se gli si cresca l' acqua, l' altezza dell' acqua accresciuta, e quella non cresciuta in una sezione, è nella medesima proporzione, che è in tutte l' altre.* Fig. 50. Tav. X.

Sia il canale orizzontale A B, che abbia tutte le sezioni d' una larghezza medesima, e la sua superficie sia F E; la quale, per l' aggiunta di nuova acqua, s' intenda elevarsi fino in C D; dico, che l' altezza A F dell' acqua non accresciuta, all' altezza dell' acqua accresciuta A C nella sezione A, ha la stessa proporzione, che l' altezza dell' acqua non cresciuta B E, all' altezza dell' accresciuta B D nell' altra sezione B. Conciossiachè A B è canale orizzontale, sarà la superficie F E, pel coroll. 1. prop. 1. lib. 5., parallela al fondo A B; ma ancora la superficie C D per la stessa causa, è equidistante al fondo A B; adunque le tre rette B A, E F, D C saranno parallele; ma sono ancora parallele A C, B D; adunque come F C ad A F, così D E, ad E B; e componendo, come C A, ad A F, così D B a B E; e invertendo, come A F a C A, così B E a B D. Il che, ec.

Scolio I. Se a un canale orizzontale sia applicato un canale inclinato, v. gr. se al canale A B orizzontale, si applichi B I inclinato, la parte di esso G B non si considera, come canale orizzontale, ma come medio fra l' orizzontale, e l' inclinato; imperocchè facendosi H principio del canale inclinato, l' acqua fra H, e B sarà premuta, e sarà la superficie H B più bassa di H C, come altrove abbiamo dimostrato.

Scolio II. Perchè dunque è possibile ad un canale, che abbia il fondo orizzontale, applicarvene uno tanto poco inclinato, che il suo principio convenga colla prima altezza del canale, secondo il fondo del canale orizzontale, questo, naturalmente parlando, non sarà canale oriz-

zontale, ma una cosa di mezzo fra l' orizzontale, e l' inclinato, essendochè il vero canale orizzontale non debba niente partecipare col canale di altro genere.

Scolio III. Di quì è, che se in vece del canale orizzontale non se ne sostituisca alcun altro, ma l' acqua liberamente possa scorrere; questa forma di canale, benchè abbia il fondo orizzontalmente posto, non ubbidisce però esattamente alle leggi de' canali orizzontali; poichè la cascata del predetto canale descrivendo una linea parabolica, per quel che è stato dimostrato dal sottilissimo Torricelli, è evidente, che l' acqua cadente prende infinite inclinazioni di canali, secondochè le figure di essa sono infinite tangenti; e però il canale, che si tiene per orizzontale, ha comunicazione con infiniti canali inclinati, e in conseguenza partecipa spesse fiate, e successivamente le proprietà di tutti.

Scolio IV. Ma perchè quanto è minore l' inclinazione del canale applicato, tanto ancora è minore la differenza fra l' altezza nella prima sezione del canale inclinato, e l' altezza nell' orizzontale, di quì è, che in poca inclinazione d' un canale applicato si può fare insensibile la differenza dell' una e l' altra altezza, ed impercettibile ad ogni senso; e però ancora fisicamente si può pigliare come eguale, ed il canale impropriamente orizzontale, si può considerare come se veramente fosse tale.

Scolio V. Se un canale di questa sorte orizzontale abbia diversa larghezza, basta stringere talmente l' ultima sezione, che sia la minore di tutte l' altre, o almeno non minore della minima, acciocchè, pel coroll. 2. prop. 5. lib. 5., sia dappertutto la medesima altezza.

PROPOSIZIONE II.

Se per un lume fatto nella sponda d' un canale orizzontale, che sia da pertutto di eguale larghezza, si derivi dal canale dell' acqua; sotto al foro sarà premuta la superficie dell' acqua; ma se data sia la proporzione dell' acqua derivata a tutta l' acqua del canale, e si ristringa la sezione sotto il foro, di maniera, che come sta tutta l' acqua a quella, che rimane nel canale, così stia la larghezza viva della sezione dirimpetto alla luce, o sopra la luce, alla simile larghezza della sezione inferiore, sarà parimente la medesima altezza dell' acqua nell' una, e nell' altra sezione. Fig. 51. Tav. X.

Sia il fondo del canale orizzontale A B C D, pel quale scorra l' acqua permanente nel medesimo stato, ed i suoi lati A C, B D, sieno paralleli; e pel foro G F si derivi qualsivoglia porzione d' acqua. Dico, che la superficie dell' acqua sotto F s' abbasserà; ma se si ristringerà la sezione E F, di maniera, che come sta l' acqua, che passa per A B, all' acqua, che dee passare per la sezione E F, così stia la larghezza A B, alla larghezza H F; dico, che tanto in A B, quanto in H F sarà la medesima

desima altezza; e se da un altro foro I L si derivi un' altra porzione d' acqua, e talmente si restringa la sezione M L, che come sta l' acqua A B all' acqua per N L, così A B ad N L; Dico, che tanto in A B, che in N L sarà la medesima altezza.

Imperocchè si tiri H O parallela alla lunghezza del canale B D, che seghi A B in O. E perchè A B è eguale ad H F; sarà la proporzione di A B ad H F, la stessa, che di A B ad O B; ma come A B ad H F, così l' acqua per A B all' acqua per H F; adunque come A B ad O B, così l' acqua per A B all' acqua per H F; ma come A B, ad O B, così l' acqua per A B all' acqua per O B; adunque come l' acqua per A B all' acqua per O B, così l' acqua per A B all' acqua rimanente, e in conseguenza sarà l' acqua per O B eguale alla rimanente acqua, che debbe scorrere per la sezione H F; (*Coroll. 1. Prop. 4. del 1. di questo.*) laonde, essendo le larghezze O B, H F eguali, saranno i complessi delle velocità d' una perpendicolare nella sezione O B, e d' una perpendicolare nella sezione H F eguali; (*Prop. 14. del 1. di questo.*) e sono le dette perpendicolari, assi delle parabole (essendo che da queste si circonscrive il complesso delle naturali velocità)(*Coroll. 2. Prop. 2. lib. 3. di questo.*) adunque essendo le parabole eguali, ancora gli assi, o l' altezze delle sezioni O B, H F saranno eguali. Nello stesso modo si dimostrerà, che nella sezione N L verrà la medesima altezza d' acqua, che in A B; essendo dunque necessario, acciocchè nelle sezioni A B, E F sia la medesima altezza d' acqua, restringere la sezione inferiore E F, in H F; ne segue, che allargata la parte E H, e ancora l' altre sezioni inferiori, l' acqua scorrerà talmente, che la sua altezza sia minore dell' altezza della sezione H F ristretta, ovvero d' A B. Il che ec.

Corollario I. Di quì ne segue, che se si debba derivare dell' acqua da un canale orizzontale, per molte luci fatte ne' lati del canale, se si ristringerà in maniera la sezione sotto all' infima luce, che tutta l' acqua del canale abbia quella proporzione alla rimanente nel canale dopo la distribuzione, che ha la larghezza del canale avanti la distribuzione, cioè sopra la luce superiore, alla larghezza della sezione ristretta sotto la luce inferiore, l' acqua sopra a questa sezione, sempre si conserverà nella medesima altezza, non ostante le escite multiplici da diversi fori, o sia il canale regolare, o irregolare; cioè o sieno tutte le sezioni naturali egualmente larghe, o nò, purchè le sezioni naturali non sieno minori respettivamente delle ristrette.

Corollario II. E' chiaro ancora, che se nell' accrescimento dell' acqua si conservi la proporzione medesima, che ha l' acqua distribuita, a tutta avanti l' accrescimento, sarà orizzontale la superficie dell' acqua anche cresciuta, e in questo caso sarà ancora la medesima altezza d' acqua dapper-

tutto, ma non sarà così, se sarà turbata la prima proporzione, essendochè il ristringimento del canale nella sezione inferiore dee essere proporzionato alla quantità dell'acqua residua.

PROPOSIZIONE III.

Se in un canale orizzontale sia talmente ristretta la sezione inferiore, che non ostante la distribuzione dell' acque, fatta per più fori aperti più su, le basi de' quali sieno nella medesima orizzontale, e la superficie dell' acqua sia pure orizzontale, sarà la proporzione dell' acque, che passano per diversi fori sempre la medesima, e la superficie dell' acqua sempre sarà orizzontale, in qualunque accrescimento, o scemamento dell' acque nel canale. Fig. 52. Tav. X.

Sia un canale orizzontale, il fondo del quale sia A B C D, e la larghezza viva B A, e la sua sponda F C, nella quale vi sieno i fori aperti per di sopra H K, L N, che abbiano le basi H I, L M, nella stessa orizzontale B C, e sia ristretta l' inferior sezione C D, v. gr. in C E, di maniera, che la superficie dell' acqua sopra a C E sia orizzontale, v. gr. O R; dico, che, quantunque si elevi la superficie dell' acqua in F G, ancora F G sarà orizzontale, e la proporzione, che ha l' acqua per I P, all' acqua per Q M, sarà la medesima di quella dell' acqua per H K, all' acqua per L N. Perchè è la medesima altezza d' acqua tanto nella sezione O A, quanto ne' fori P I, Q M, sarà la quantità dell' acqua per O A, alla quantità dell' acqua per P I, come B A, ad H I; per la medesima ragione come B A ad L M, così la quantità per O A, alla quantità per Q M, e come H I ad L M, così la quantità per P I, alla quantità per Q M; e come B A a C E, così la quantità per O A, alla quantità per R E. Laonde, essendo l' acqua per O A eguale all' acque P I, Q M, R E insieme prese, sarà ancora la larghezza B A eguale alle basi H I, L M, C E insieme prese. Si divida dunque E D nelle parti E S, S D eguali ad H I, L M, saranno V S, S X eguali a' fori P S, Q M; essendochè sieno eguali le altezze V E, P H, ec.

Si intenda ora cresciuta l' acqua fino in F G, e chiusi i fori si supponga aperta tutta la sezione G D, perchè dunque B A, C D sono eguali, sarà l' altezza F B eguale all' altezza C G, e la sezione F A eguale alla sezione G D: si divida la sezione G D colle linee E Y, S T perpendicolari alla larghezza C D, di maniera, che sieno come tre sezioni G E, Y S, T D; sarà Y S eguale a K H, e T D eguale a L N; e come C D, ovvero A B a C E, E S, S D, così tutta l' acqua, ovvero l' acqua per G D, all' acque per G E, per Y S, per T D; s' intenda a un tratto ristretta la sezione C D, in C E, e aperti i fori K H, N L, e perchè K H è eguale a Y S, e L N è eguale a T D, e l' altezza è la medesima,

sarà

sarà l'acqua per K H eguale all'acqua, che passava prima per Y S; e all'acqua, che passava prima per T D, è eguale l'acqua per N L; adunque tant' acqua escirà per le sezioni G E, K H, N L, quanta prima n' esciva per la sezione G D; laonde rimarrà la medesima superficie d'acqua; ma questa prima era orizzontale, adunque sarà ancora dopo orizzontale. Stando adunque ferme l'altezze eguali I K, M N, sarà l'acqua per K H all'acqua per N L, come H I ad L M, ma come H I ad L M, così l'acqua per P I, all'acqua per Q M; adunque come l'acqua per K H all' acqua per N L, così l'acqua per P I all'acqua per Q M. Il che, ec.

L E M M A.

Se per G E, L N, K H passi eguale quantità d'acqua, che per F A; Dico, che la superficie dell'acqua non si muterà.

Imperocchè se si mutasse, o s'alzerebbe, o s'abbasserebbe; il primo non può seguire, essendochè l'alzamento dell'acqua, o suppone l'accrescimento, che è contra il supposto, ovvero minore escita, che entrata, il che pure è contra il supposto; similmente nè anco il secondo seguirà; perchè l'abbassamento della superficie, o suppone lo scemamento dell'acqua, o il maggiore esito, che ingresso; e l'uno, e l'altro parimente è contra il supposto. Di più nè meno può abbassarsi, v. gr. in G E, nè alzarsi in L N, poichè essendo tutte le cose eguali, non v'è ragione alcuna, perchè si abbia ad innalzare, o abbassare più quì, che lì. Se dunque la superficie dell'acqua non s'alza, nè s'abbassa, è necessario, che si mantenga la medesima.

Scolio. E' contuttociò vero, che in fatti passa qualche poca d'acqua più per la sezione G D, che per le tre sezioni G E, L N, K H, imperocchè vien meno diminuita la velocità dal contatto, e confricazione delle sponde, e del fondo, nell'intera sezione F A, o G D, che nelle sezioni G E, L N, H K, il che quantunque astrattamente non sia considerato, debbe osservarsi praticamente: ma però in questo caso la superficie dell'acqua si solleverà un poco da pertutto egualmente, e la distribuzione si farà proporzionalmente, se non che l'impedimento della confricazione è maggiore ne' fori minori, che ne' maggiori, al quale inconveniente si può rimediare, per consiglio del famosissimo Abate Castelli, se sieno tutti i fori eguali, e simili (noi ci aggiungiamo ancora nella medesima orizzontale) e se si faccia la distribuzione con assegnare più fori nella data proporzione.

Corollario. Se dunque da un canale orizzontale si debba cavare dell' acqua, e tutta distribuirla secondo la data proporzione, basta nella sezione artificiale dividere la data altezza viva nella medesima proporzione; v. gr. se tutta l'acqua, che passa per la sezione artificiale d'un canale

orizzontale, che abbia la larghezza viva A B, si debba distribuire, o dividere in maniera, che di quelle parti, che Tizio n' ha una, Sempronio n' abbia 3., Mevio 5., Cajo 7., Lucio 8., Annio 6., e la rimanente parte dell' acqua, che dee scorrere pel canale sia 60., si pigli tutta la somma, cioè 90. e si divida A B in altrettante parti delle quali 60. si lascino alla larghezza della sezione C E sotto le luci, per le quali si dee fare la distribuzione, e aperte le luci più sù, si costituiscano colla base combaciante al fondo del canale; la base delle quali per Tizio sia 1. per Sempronio 3. e così degli altri, e così in questa maniera, essendo l' acque proporzionali alle larghezze, ovvero alle basi delle luci in qualunque altezza, e le basi fra loro nella data proporzione, saranno ancora l' acque fra loro nella data proporzione, tanto tutta, che la rimanente, che quella, che si cava da' fori fatti; essendo che sopra i fori, che distribuiscono l' acqua, si conservi sempre la medesima altezza d' acqua, come è stato dimostrato.

Scolio II. Per fuggire tutti gli scrupoli giova applicare a tutte le luci, canali orizzontali di conveniente lunghezza, cioè tanta, che possa rimuovere il dubbio del mescolamento in esse luci col canale inclinato. E per supplire per quanto si può l' eccesso dell' acqua che passa per le maggiori luci, a questi si applichi un canale più lungo, acciocchè al flusso dell' acqua si aggiunga maggiore impedimento, e così provvedere alla superflua quantità dell' acqua; o si dee adoperare l' artificio Castelliano di sopra esposto, secondo che l' occasione ci insegnerà essere o l' uno, o l' altro più a proposito.

PROPOSIZIONE IV.

Se da un canale orizzontale di eguale larghezza si distribuisca dell' acqua per più luci rettangole, e fatte nella sponda del canale egualmente alte sotto la superficie dell' acqua; e nella sezione posta dopo le predette luci (cioè presa nella parte inferiore del canale dopo le luci) si pongano, nel medesimo piano orizzontale, dove sono le basi delle luci, impedimenti eguali, simili, e similmente posti a tutte le luci de' fori: L' acqua fino all' inferior sezione si conserverà colla superficie nella medesima linea orizzontale; e in qualunque augumento d' acqua, l' acque derivate averanno la medesima proporzione. Fig. 53. Tav. X.

Sia il canale orizzontale, il fondo del quale B A D C sia da pertutto d' eguale larghezza; e la sponda F C, nella quale sieno fatte le luci rettangole P I, Q M, colle basi H I, L M nella medesima orizzontale v. gr. nel fondo del canale; e nella sezione G D nella linea C D, si piglino le linee S D, S E eguali alle basi delle luci H I, L M, e si alzino le perpendicolari V E, D X eguali all' altezze P H Q L; e si compisca il rettangolo V D, di maniera che S X sia eguale a P I, ed V S eguale a Q M.

a QM. Dico, che, se VD si concepisca come impedimento; aperte le luci PI, QM, l'acqua della superficie verrà orizzontale, e che l'acqua per PI all'acqua per QM in qualunque altezza sarà nella medesima proporzione. Imperocchè essendo il canale BADC da per tutto di eguale larghezza, sarà la superficie v. gr. OR parallela al fondo BC, siccome RZ parallela a CD; laonde OB, KH, LN, RC, YE, DZ saranno eguali, essendo tutte fra loro parallele; adunque levate l'eguali PH, LQ, EV, DX, rimarranno KP, NQ, YV, ZX eguali, e però le sezioni VS, SX, PI, QM, averanno sopra di se la medesima altezza d'acqua, ed essendo le sezioni simili, ed eguali, conseguentemente le loro velocità medie saranno eguali, essendo la velocità media di ciascuna, quella che è perpendicolare v. gr. VE sotto l'altezza YE; laonde le quantità dell' acque saranno fra loro come le larghezze; ma SD è eguale ad HI, ed ES è eguale ad LM; adunque l'acqua per SX sarà eguale all'acqua per PI, e l'acqua per VS, è eguale all'acqua per QM; adunque posto l'impedimento VD, e insieme aperte le luci PI, QM, tant' acqua scorrerà per la sezione rimanente RZXVEC, e per le luci PI, QM, quanta prima n'era passata per l'intera sezione GD, ovvero quanta ne passa per FA; adunque pel lemma antecedente, non si muterà la superficie dell' acqua, ma sarà la medesima OR. Similmente si dimostrerà cresciuta l'altezza in FG in un libero canale senza luci, e di nuovo posto l'impedimento medesimo VD, e aperti i fori, non mutarsi la superficie orizzontale FG. Sicchè essendo la superficie FG egualmente elevata sopra a tutti i fori, saranno le velocità medie di tutti, eguali; e però le quantità dell' acqua in qualunque elevazione, ovvero in qualunque stato d'acqua, saranno fra loro come i fori; ed essendo questi egualmente alti, saranno le quantità dell'acqua fra loro, come la larghezza delle luci, o de' fori in qualunque altezza di canale ec.

Scolio I. Di quì è manifesta la regola di distribuire l'acque, mediante la distribuzione da' canali orizzontali per gli fori nascosi sotto acqua, ed in maniera, che sempre si conservi in qualunque altezza d'acqua la medesima proporzione; imperciocchè se la sezione sotto i fori, la larghezza della quale sia eguale alla larghezza viva della sezione sopra i fori, s'impedisca con un impedimento, la superficie del quale opposta al corso dell'acqua sia rettangola, e colla base combaci colla larghezza della sezione v. gr. CABD, (*Fig.* 54. *Tav. X.*) la di cui base AB, o si divida colle linee EF, GH ec. in una data proporzione; e si facciano i fori nelle sponde, eguali, simili, e similmente posti a' rettangoli AF, FG ec. e colla sua base, che convengano col fondo del canale; questi distribuiranno l'acqua nella data proporzione, come si è dimostrato. O poste le basi de' fori combacianti il fondo del canale, e fatta l'altezza di tutti

eguale, ma la larghezza secondo la desiderata proporzione; da tutte queste cose messe insieme si potrà comporre l' area dell' impedimento da apporsi al corso dell' acqua nella sezione sotto a' fori.

Scolio II. La medesima dimostrazione vale, se le luci sieno d' altra figura, che rettangoli, e sotto diversa altezza, se si appongano a tutti nella sezione impedimenti simili, eguali, ed egualmente posti, di maniera che impediscano tanto d' acqua, quanta ne dee passare per la luce a se corrispondente. Noi dimostrammo la proporzione secondo la pratica più facile, da mettersi in opera senza alcuna fatica.

Scolio III. Simile è la ragione di distribuire l' acqua d' un lago, palude, conserva ec. se non che, non v' è bisogno d' alcuno impedimento, essendochè in questa sorte di ricettacoli d' acque, la superficie dell' acqua è sempre nella medesima orizzontale, onde è chiaro, che se le basi delle luci si costituiscano nella medesima orizzontale, e tutte sieno alla medesima altezza, le proporzioni dell' acqua sono fra loro come le larghezze delle luci, e che però è facilissima questa distribuzione d' acque, in quel modo appunto, che si è detto di sopra della derivazione da' canali orizzontali.

Scolio IV. Da quanto si è dimostrato, si può chiaramente vedere, la distribuzione dell' acqua, che si fa per pollici, once, quinarie ec. non essere permanente, se non si fa la distribuzione in luogo, dove sempre si mantenga la stessa superficie d' acqua, non alterabile in verun modo, lo che di rado, o non mai accaderà; essendo, che se questa può alzarsi, o abbassarsi, è chiaro, se v. gr. una quinaria, come appresso gli antichi, si prenda nella misura determinata, e assoluta in ordine all' area della luce, questa quinaria essere sempre la medesima, ma che la quantità dell' acqua sarà ora maggiore, ora minore. Ma se la quinaria si prenda in una misura determinata non in ordine all' area della luce, ma in ordine ad una quantità, certa d' acqua, che passa per una luce in un dato tempo, questa quinaria, ora più, ora meno della medesima luce diffonde, secondo la maggiore, o minore altezza dell' acqua sopra i centri della velocità delle luci. Ed è cosa molto difficile ritenere sempre in una conserva la medesima superficie, per emissari, o diversioni che abbiano il fondo nel piano della superficie, che pretendiamo mantenere permanente nell' acqua; imperocchè essendo necessario, pel vario accrescimento d' acqua, che l' acqua sopra il detto fondo scorra con varia altezza, ed essendo questa regola quella, secondo la quale si dispone la superficie dell' acqua nella conserva; conseguentemente ancora sarà varia la superficie dell' acqua, secondo il vario accrescimento d' acqua; di maniera che, almeno secondo me, è difficilissimo, se non impossibile, ritenere sempre con macchina stabile la medesima superficie d' acqua.

Scolio V. Similmente dalle cose dette pare, che si possa concludere, che

che se ne' canali inclinati si dia qualche artificio , col quale si faccia , che non ostante l' escita per le luci fatte nelle sponde, la superficie dell' acqua sia parallela al fondo in qualunque altezza, si potrà fare la distribuzione dal canale inclinato col metodo, che abbiamo adoperato nel canale orizzontale.

Scolio VI. Questo artifizio potrà essere, se il canale inclinato sia diviso, come in più canali orizzontali; come se il canale A B (*Fig. 55. Tav. X.*) si divida in quattro canali orizzontali A F, C G, D H, E I; imperocchè l'acqua dopo la caduta perpendicolare F C, G D ec. quasi subito si dispone all' altezza, che richiede il corso sopra i fondi orizzontali C G, D H ec. in maniera, che si possano fare, in luogo conveniente, nelle sponde del canale, le luci, che distribuiscano acqua secondo la desiderata proporzione. Vi possono ancora essere altri artificj pel medesimo fine, come le diversioni laterali, nelle quali l' acqua, cessante il flusso orizzontalmente si livella, nelle sponde delle quali, si potranno disporre le luci distribuenti, come si è detto di sopra ec. ma questi, ed altri gli lasciamo da eleggere, o ritrovare secondo l' occasione al giudizio de' pratici.

Scolio VII. Siccome lasciamo l' applicazione di questa dottrina a' diversi casi, che possono occorrere nella pratica, essendochè da tanti che fin qui se ne son detti, ciascuno facilmente può raccorre una regola di applicare la nostra dottrina secondo, che comporterà la varietà, e l'esigenza delle condizioni.

A G G I U N T A.

Tavola degli spazj dovuti alle velocità.

PEravventura potrebbero sembrare imperfette, e quasi inutili queste nostre speculazioni Idrometriche, che in questi sei libri abbiamo esposte, se nella proposizione 10. del libro 2. io non avessi dimostrata la maniera di determinare gli spazj, che l'acqua può scorrere con una data velocità in un dato tempo. Ma sarebbe mancato qualchecosa alla sua perfezione, se anco io avessi lasciato a carico del Lettore il tedio di far l'esperienze, e i calcoli. Adunque, acciocchè per quanto permette la tenuità delle forze mie, e del mio ingegno, io non manchi mai alla pubblica utilità, determinai fin dal principio dell'opera, far l'uno, e l'altro, riducendo in una particolar Tavola gli spazj dovuti alla velocità, determinando la velocità dalla sua cagione, cioè o dalla scesa, o dalla pressione, conciossiachè sufficientemente apparisce dalle cose fin quì dimostrate, che l'una, e l'altra tornano tutt'una.

Vero è che ho indugiato fino ad ora a far ciò, sì perchè rifacendo molte fiate l'esperienza, avessi un fondamento più certo di questa Tavola, sì perchè non si mettesse fuori questa tavola fatta con gran consumo di tempo, e di fatica, prima di averne veduta la sua utilità, e necessità.

Adesso adunque finalmente la diamo, mediante la quale facilmente si potrà calcolare la misura di qualsivoglia fiume, giusta la norma da noi dimostrata, consistendo nella moltiplicazione della sola area della sezione artificiale, ovvero del regolatore collo spazio dovuto alla velocità media, il quale a ciascun'oncia d'altezza, o di scesa perpendicolare, è dimostrato dalla Tavola; talchè tutta la dottrina nostra dell'acque correnti si raggiri nell'uso di essa, e si racchiugga in essa come in compendio.

Del resto noi ci aggiungemmo il fondamento, l'uso, e l'applicazione della tavola, non solo per rendere, come si dee, ragione del fatto, ma anco per aprire colla dimostrazione, e co' precetti, e coll'esempio a' misuratori dell'acque una strada piana, e facile di misurar l'acque correnti, anzi per appianarla, e renderla loro libera da ogni ostacolo.

Ta-

Tavola degli ſpazj dovuti alla velocità, giuſta l' altezza, o ſceſa dell' acqua per un minuto d' ora.

Altezza dell' acqua a miſura di piede Bologneſe.		Spazio dovuto alla velocità a miſura di piede Bologneſe.		Altezza dell' acqua a miſura di piede Bologneſe.		Spazio dovuto alla velocità a miſura di piede Bologneſe.		Altezza dell' acqua a miſura di piede Bologneſe.		Spazio dovuto alla velocità a miſura di piede Bologneſe.	
Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once
	1	62	6	2	5	336	5	4	9	471	8
	2	88	4	2	6	342	2	4	10	475	10
	3	108	2	2	7	347	10	4	11	479	11
	4	124	11	2	8	353	5	5	0	483	11
	5	139	8	2	9	358	11	5	1	488	0
	6	153	0	2	10	364	4	5	2	491	11
	7	165	4	2	11	369	7	5	3	495	11
	8	176	8	3	0	374	10	5	4	499	10
	9	187	5	3	1	380	0	5	5	503	8
	10	197	7	3	2	385	2	5	6	507	7
	11	207	3	3	3	390	2	5	7	511	4
1	0	216	5	3	4	395	2	5	8	515	2
1	1	225	5	3	5	400	1	5	9	519	0
1	2	233	9	3	6	404	11	5	10	522	9
1	3	242	0	3	7	409	8	5	11	526	5
1	4	249	11	3	8	414	5	6	0	530	2
1	5	257	7	3	9	419	1	6	1	533	10
1	6	265	1	3	10	423	9	6	2	537	5
1	7	272	4	3	11	428	4	6	3	541	1
1	8	279	5	4	0	432	10	6	4	544	8
1	9	286	4	4	1	437	4	6	5	548	3
1	10	293	0	4	2	441	9	6	6	551	9
1	11	299	8	4	3	446	2	6	7	555	4
2	0	306	1	4	4	450	6	6	8	558	10
2	1	312	5	4	5	454	10	6	9	562	4
2	2	318	7	4	6	459	1	6	10	565	9
2	3	324	8	4	7	463	4	6	11	569	2
2	4	330	7	4	8	467	6	7	0	572	7

Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese. Piedi	Once	Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese. Piedi	Once	Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese. Piedi	Once	Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese. Piedi	Once	Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese. Piedi	Once	Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese. Piedi	Once
7	1	576	0	9	9	675	10	12	5	762	8
7	2	579	5	9	10	678	8	12	6	765	2
7	3	582	9	9	11	681	7	12	7	767	9
7	4	586	1	10	0	684	5	12	8	770	3
7	5	589	5	10	1	687	3	12	9	772	10
7	6	592	9	10	2	690	1	12	10	775	4
7	7	596	0	10	3	692	11	12	11	777	10
7	8	599	3	10	4	695	9	13	0	780	4
7	9	602	6	10	5	698	6	13	1	782	10
7	10	605	9	10	6	701	4	13	2	785	4
7	11	608	11	10	7	704	1	13	3	787	10
8	0	612	2	10	8	706	10	13	4	790	3
8	1	615	4	10	9	709	7	13	5	792	9
8	2	618	6	10	10	712	4	13	6	795	2
8	3	621	8	10	11	715	1	13	7	797	8
8	4	624	9	11	0	717	10	13	8	800	1
8	5	627	11	11	1	720	6	13	9	802	6
8	6	631	0	11	2	723	3	13	10	805	0
8	7	634	1	11	3	725	11	13	11	807	5
8	8	637	2	11	4	728	7	14	0	809	10
8	9	640	2	11	5	731	3	14	1	812	2
8	10	643	3	11	6	733	11	14	2	814	7
8	11	646	3	11	7	736	7	14	3	817	0
9	0	649	3	11	8	739	3	14	4	819	5
9	1	652	3	11	9	741	11	14	5	821	9
9	2	654	8	11	10	744	6	14	6	824	2
9	3	658	8	11	11	747	1	14	7	826	6
9	4	661	2	12	0	749	9	14	8	828	10
9	5	664	2	12	1	752	4	14	9	831	2
9	6	667	1	12	2	754	11	14	10	833	7
9	7	670	0	12	3	757	6	14	11	835	11
9	8	672	11	12	4	760	1	15	0	838	3

Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese.		Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese.		Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese.		Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese.		Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese.		Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese.	
Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once
15	1	840	7	17	9	911	10	20	5	977	11
15	2	842	10	17	10	914	0	20	6	979	11
15	3	845	2	17	11	916	1	20	7	981	11
15	4	847	6	18	0	918	3	20	8	983	10
15	5	849	9	18	1	920	4	20	9	985	10
15	6	852	1	18	2	922	6	20	10	987	10
15	7	854	4	18	3	924	7	20	11	989	10
15	8	856	8	18	4	926	8	21	0	991	10
15	9	858	11	18	5	928	9	21	1	993	9
15	10	861	2	18	6	930	11	21	2	995	9
15	11	863	5	18	7	933	0	21	3	997	8
16	0	865	9	18	8	935	1	21	4	999	8
16	1	868	0	18	9	937	2	21	5	1001	7
16	2	870	3	18	10	939	2	21	6	1003	6
16	3	872	5	18	11	941	4	21	7	1005	6
16	4	874	8	19	0	943	5	21	8	1007	5
16	5	876	11	19	1	945	5	21	9	1009	4
16	6	879	2	19	2	947	6	21	10	1011	3
16	7	881	4	19	3	949	7	21	11	1013	3
16	8	883	7	19	4	951	7	22	0	1015	2
16	9	885	9	19	5	953	8	22	1	1017	1
16	10	888	0	19	6	955	9	22	2	1019	0
16	11	890	2	19	7	957	9	22	3	1020	11
17	0	892	4	19	8	959	9	22	4	1022	10
17	1	894	6	19	9	961	10	22	5	1024	8
17	2	896	9	19	10	963	10	22	6	1026	7
17	3	898	11	19	11	965	10	22	7	1028	6
17	4	901	1	20	0	967	11	22	8	1030	5
17	5	903	3	20	1	969	11	22	9	1032	4
17	6	905	5	20	2	971	11	22	10	1034	2
17	7	907	6	20	3	973	11	22	11	1036	1
17	8	909	8	20	4	975	11	23	0	1037	11

Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese.		Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese.		Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese.		Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese.		Altezza dell' acqua a misura di piede Bolognese.		Spazio dovuto alla velocità a misura di piede Bolognese.	
Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once	Piedi	Once
23	1	1039	10	25	5	1091	1	27	9	1140	1
23	2	1041	8	25	6	1092	10	27	10	1141	10
23	3	1043	7	25	7	1094	8	27	11	1143	3
23	4	1045	5	25	8	1096	6	28	0	1145	6
23	5	1047	4	25	9	1098	3	28	1	1146	11
23	6	1049	2	25	10	1100	0	28	2	1148	7
23	7	1051	0	25	11	1101	10	28	3	1150	4
23	8	1052	11	26	0	1103	7	28	4	1152	0
23	9	1054	9	26	1	1105	4	28	5	1153	9
23	10	1056	7	26	2	1107	1	28	6	1155	5
23	11	1058	5	26	3	1108	10	28	7	1157	1
24	0	1060	3	26	4	1110	7	28	8	1158	9
24	1	1062	1	26	5	1112	5	28	9	1160	6
24	2	1063	11	26	6	1114	2	28	10	1162	2
24	3	1065	9	26	7	1115	11	28	11	1163	10
24	4	1067	7	26	8	1117	8	29	0	1165	6
24	5	1069	5	26	9	1119	4	29	1	1167	2
24	6	1071	3	26	10	1121	1	29	2	1168	10
24	7	1073	1	26	11	1122	10	29	3	1170	6
24	8	1074	11	27	0	1124	7	29	4	1172	2
24	9	1076	9	27	1	1126	4	29	5	1173	10
24	10	1078	6	27	2	1128	1	29	6	1175	6
24	11	1080	4	27	3	1129	9	29	7	1177	2
25	0	1082	2	27	4	1131	6	29	8	1178	10
25	1	1083	11	27	5	1133	3	29	9	1180	6
25	2	1085	9	27	6	1134	11	29	10	1182	1
25	3	1087	6	27	7	1136	8	29	11	1183	9
25	4	1089	4	27	8	1138	5	30	0	1185	5

APPENDICE.

Il fondamento della sopraddetta tavola si ha nella prop. 10. lib. 2. di questo trattato, e dall' esperienza seguente, di cui quivi si fece menzione, e che mentre queste cose erano sotto il torchio, cioè il dì 7. del corrente Agosto, di nuovo si rifece coll'ajuto di molti miei amici, e favorendomi della sua presenza l' Illustriss. Sig. Conte Girolamo Bentivogli degnissimo Senatore di questa Città.

Conciossiachè piena una conserva d'acqua, vi si adattò una cannella, quale si descrisse nella prop. 1. del lib. 2. ma che avesse la luce quadra forata in una lametta di metallo, un lato della quale era un quarto d' oncia; ed era posta in tal maniera, che il lato inferiore, ovvero la base della luce fusse orizzontale, e sommersa sotto la più alta superficie dell' acqua piedi tre, e once undici per l' appunto; sicchè al suo centro soprastassero piedi 3. e once 10. e sette ottavi d' acqua (confondo quì il centro della figura, col centro della velocità, essendo differenti insensibilmente.) (a) Fermate in tal guisa le cose, nel tempo di 65. vibrazioni, che nel mio orivolo a molla rispondevano a un minuto d' ora, l' acqua escita dalla suddetta luce, mantenuta sempre la medesima superficie dell' acqua, sbattuto il peso del vaso, fu lib. 32. onc. 10., e ripetuta otto volte questa esperienza, sempre senza alcuna variazione, escì la medesima quantità d' acqua. Dipoi pesammo l' acqua contenuta in un vaso di metallo, la cui interna cavità era cubica, e il lato era d' un' oncia per l' appunto; questa pesò in una esatta bilancia un oncia, e grani 146., cioè grani 786.

Supposte queste cose, le seguenti si fanno manifeste pel calcolo. Divise libbre 32. once 10. d' acqua, cioè once 394., ovvero grani 252160. per 786. grani, peso d' un oncia cubica d'acqua, ne vengono 320. $\frac{320}{393}$ once cubiche d'acqua uscita nel detto tempo. Laonde questa acqua ridotta in un prisma retto, la cui base sia un oncia quadra, averà di lunghezza, o altezza once 320. $\frac{120}{393}$ e per conseguenza se s' intenda ridotta in un prisma retto, la cui base sia $\frac{1}{4}$ d' oncia, sarà sedici volte più alto, poichè il quadrato d' $\frac{1}{4}$ d'oncia è subsestidecuplo del quadrato d'un oncia. Adunque sarà l' altezza del secondo prisma once 5133. $\frac{11}{393}$ cioè piedi 427. once 9. $\frac{11}{393}$ che sarà la velocità media, o lo spazio dovuto alla velocità dell' acqua

(a) La velocità, che il Guglielmini ritrova colla esperienza quì notata, è molto mancante, ed è quasi la metà della competente all' altezza di piedi 3. onc. 10. $\frac{7}{8}$, come si disse nell' Annot. allo Scol. della Prop 1. lib 2. Quindi è, che anco la Tavola calcolata dall' Autore riesce mancante, e le velocità date da essa son molto minori del giusto. Si darà altrove una Tavola esatta, calcolata sopra le più recenti, e precise osservazioni.

acqua sotto l' altezza di piedi 3. once 10. $\frac{7}{8}$ Se adunque si faccia come once 46. $\frac{7}{18}$ a once 47. così il quadrato d' once 5133. $\frac{11}{91}$, cioè 26347976. al quadrato 26418237.; la sua radice d' once 5140. ovvero piedi 428. once 4. sarà lo spazio dovuto alla velocità sotto l' altezza dell' acqua once 47. ovvero piedi 3. once 11. Nel medesimo modo l'altre velocità per tutte l' altezze espresse nella tavola si trovarono per mezzo di questa sperienza.

Se uno non si fida di questa nostra osservazione, che è la radice di tutta la tavola, o dubiti esser diversa la prontezza, e la fluidità al moto di questa, o di quell' acqua, siccome è diverso il peso, potrà ripetere l' esperienze, e fare la tavola più esatta, e proporzionata a misurare la fluidità della sua acqua, in cui però schiferà il lungo tedio del calculare, e particolarmente in estrarre le radici quadrate, essendochè dalla nostra tavola possa ciascuno mutare per la sola regola delle proporzioni gli spazj dovuti alle velocità secondo la propria esperienza. A noi frattanto servirà l' avere accennato il modo, col quale si possono far manifesti questi spazi, e d' avere dalle nostre esperienze formatane la tavola, che noi non abbiamo tirata avanti oltre la profondità di piedi 30. perchè di rado i fiumi passano questa altezza, almeno nella nostra Europa; anzi se si debba aggiungere la sola velocità alla velocità del centro; potrà servire ne' canali orizzontali, e in quelli che sono ad essi somiglianti fino all' altezza di piedi 67. $\frac{1}{2}$ d' acqua.

L' uso adunque della tavola è questo. Ogni volta che si cerca lo spazio dovuto alla velocità, si trovi l' altezza dell' acqua nella colonna sinistra, e nella colonna addirimpetto si vedrà lo spazio, che l' acqua scorrerà nello spazio d' un minuto d' ora, di cui uno si debbe servire, come sopra si disse in varj luoghi, e particolarmente nella regola generale.

E se non si trova l' altezza precisa dell' acqua senza errore sensibile, si debbe trovare la parte proporzionale competente all' eccesso, o al mancamento per la regola delle proporzioni, e deesi sommare, o sottrarre dal maggiore, o dal minore spazio trovato nella tavola, secondo che l' altezza ritrovata supera quella della tavola, o di essa è minore, come si suol fare nella tavola de' seni, e in altre simili.

Per far manifesto tutto ciò coll' esempio, aggiungeremo tre di questi tali, che potranno essere in luogo di precetti, siccome gli distinsamo in precetti: Il primo in un canale inclinato: il secondo in un canale orizzontale; l' uno, e l' altro secondochè richieggono l' apportate dimostrazioni: e il terzo, secondo il metodo della regola generale, acciocchè in tutti i casi si vegga chiaro l' uso della tavola, e la nostra pratica di misurar l' acque.

ESEM-

ESEMPIO I.

Nel Canale inclinato.

Sia il canale inclinato A B; (*Fig.* 17. *Tav. VIII.*) la cui acqua si debba misurare nella sezione B, e sia l'altezza dell'acqua B C, dieci piedi; la larghezza della sezione piedi 50., e la velocità di B a C come 4. a 1.

I. Si trovi l'altezza dell'asse B D, cioè fatti i quadrati delle velocità 4. e 1. cioè 16. e 1. e trovata la loro differenza 15. si faccia come 15. al quadrato della minor velocità 1. così dieci a $\frac{2}{3}$; sarà D C $\frac{2}{3}$ di piede, ovvero once 8., e tutta la B D piedi dieci, once otto.

II. Si trovi il complesso delle velocità, cioè lo spazio parabolico B C H E, moltiplicando B D di piedi 10. e once 8., cioè once 128. con $\frac{2}{3}$ della velocità B E 4. (ovvero colla misura de' piedi, once 48.) cioè once 32., verrà il prodotto 4096.; similmente si moltiplichi $\frac{2}{3}$ della velocità C F di piedi 1. ovvero once 8. in D C once 8., e il prodotto 64. si sottragga da 4096.; sarà la differenza 4032. lo spazio parabolico B C H E.

III. Si trovi la velocità media K G, dividendo lo spazio B C H E 4032. per l'altezza B C di piedi 10. cioè once 120.; e il quoziente once 33. $\frac{3}{5}$, ovvero astrattamente piedi 2. e $\frac{4}{5}$, sarà la velocità media ricercata.

IV. Si trovi l'asse D K facendo come il quadrato della velocità massima B E 4. cioè 16. al quadrato della velocità media trovata ultimamente 2. $\frac{4}{5}$, cioè 7. $\frac{21}{25}$, così tutto l'asse B D di piedi 10. once 8. alla proporzione dell'asse D K di piedi 5. once 2. $\frac{18}{25}$; sarà K centro della velocità.

V. Si trovi K H (*Fig.* 19. *Tav. VIII.*) altezza dell'acqua sopra il centro della velocità, o piuttosto la scesa perpendicolare del medesimo centro K, ovvero H, risolvendo il triangolo rettangolo K D H, in cui l'ipotenusa D H è piedi 5. once 2. $\frac{18}{25}$, e l'angolo dell'inclinazione D H K si suppone v. gr. gradi 2., e ne verrà il lato ricercato K H piedi 5. once 2. $\frac{51261}{78125}$.

VI. Si vada alla tavola degli spazj posta sopra ec., e si trovi lo spazio dovuto alla velocità dell'altezza di piedi 5. once 2. $\frac{51261}{78125}$; e perchè per l'altezza di piedi 5. once 2. lo spazio è piedi 491. once 11., e per piedi 5. once 3. piedi 495. once 11. la differenza sarà piedi 4. e la parte proporzionale per $\frac{51261}{78125}$ sarà piedi 2. once 8., che aggiunti a piedi 491. once 11. faranno la somma di piedi 494. once 7. $\frac{56228}{78125}$, che sarà lo spazio dovuto alla velocità sotto l'altezza, o scesa di piedi 5. once 2. $\frac{51261}{78125}$.

VII. Si faccia l'area della sezione moltiplicando l'altezza di piedi 10. nella larghezza di piedi 50., che farà 500. piedi quadri.

VIII. Finalmente si multiplichi quest'area con piedi 494. once 7. $\frac{56228}{78125}$, e il prodotto 247321. sarà il numero de' piedi cubici dell'acqua, che passano per la data sezione in un minuto di tempo.

ESEM-

E S E M P I O II.

In un canale puramente orizzontale.

IL calculo della misura dell' acque correnti in un canale puramente orizzontale è facilissimo, come quello, che mostra pianamente l' invenzione del centro della velocità, e dell' altezza dell' acqua sopra esso, intorno alle quali due cose, come intorno a due poli, si raggira la misura dell' acque. Tuttavia per dar un esempio, e i precetti anco di questa misura, supporremo i seguenti dati.

Riferisce l' eruditissimo Gio. Botero nella relazione, che ei fa del Mare, inserita ne' suoi opuscoli, cercando quanta acqua scarichi nel Mar Maggiore nello spazio d' un anno il Danubio, riferisce dico, che la sua massima larghezza s' estende a un miglio, o secondo la misura Bolognese, a piedi 5000., e che ha di profondità 8., o 10. braccia (ponghiamo secondo la medietà aritmetica braccia 9., che ridotte alla medesima misura son 15. piedi), e di velocità almeno tre miglia all' ora. Dal che conclude, che in un anno scarica in mare un prisma d' acqua, la cui base è l' area della sezione, e la larghezza 26352. miglia, ovvero se ponghiamo 9. braccia d' altezza, come sopra, corrispondenti a piedi 15. sicchè l' area della sezione sia piedi 75000. perchè la lunghezza delle dette miglia 26352. è piedi 131760000. si troverà l' acqua d' un anno esser piedi cubici 9882000000000. Veggiamo adunque se il calcolo del Botero corrisponda al seguente, fatto giusta il nostro metodo dimostrato di sopra.

Supponghiamo, che il Danubio abbia la sua massima larghezza non lungi dal mare, e per conseguenza, per lo suo lunghissimo corso, in sito orizzontale, o quasi orizzontale; talchè la declività dell' alveo, se pur v' è, non impedisca, che e' non si possa pigliare orizzontale; e da' sopraddetti dati

I. Si trovi il centro della velocità, pigliando cioè $\frac{4}{9}$ de' piedi 15. e saranno piedi 6. $\frac{2}{3}$, ovvero piedi 6. once 8., e altrettanto sarà sommerso il centro della velocità L (*Fig.* 28. *Tav. VIII.*) sotto la superficie dell' acqua.

II. Si trovi nella Tavola degli spazj, ec. all' altezza di piedi 6. once 8. lo spazio dovuto alla velocità, che sarà piedi 558. once 10.

III. Si faccia l' area della sezione multiplicando DE di piedi 5000. con DC di piedi 15. d' altezza, e ne verranno piedi 75000.

IV. Quest' area si multiplichi con piedi 558. once 10., e ne verrà 41912500. numero di piedi cubici, che scorrono nel Danubio in un minuto d' ora.

Se.

Se il detto numero 41912500. si moltiplica per 60. minuti, di cui si compone un ora, ne verranno 2514750000., e se di nuovo questo si multiplichi per ore 24. d' un giorno, ne resultano piedi cubici 60354000000., e se questi di nuovo si multiplichino per 366. giorni dell' anno (come appresso il Botero) ne verranno piedi cubici d' acqua 22089564000000. scaricati dal Danubio nel mare in un anno; il doppio più, di quello, che ne raccoglie il Botero, considerata la sola velocità della superficie.

E S E M P I O III.

In qualunque canale giusta il metodo della regola generale del Lib. IV.

Sia qualunque canale orizzontale, o inclinato, la cui acqua corrente per una sezione proporzionata si debba misurare.

Adattate tutte le cose, che dicemmo nella regola generale esser necessarie a questa operazione, e calata la cateratta sotto la superficie dell' acqua, dopo che l' acqua averà acquistata l' altezza permanente, si supponga la profondità dell' acqua osservata dalla superficie al fondo del regolatore essere piedi 10., e dal fondo del regolatore alla prima parte della cateratta piedi 8. once 4., la larghezza della sezione piedi 20., e l' inclinazione del canale gradi 5. sopra i quali fondamenti

I. Si trovi la proporzione delle velocità del fondo, e della superficie, cioè di B, ed F; (*Fig* 36. *Tav. IX.*) cioè supponendo, che la velocità B H sia 9., per la regola delle proporzioni si faccia, come K B distanza della superficie dell' acqua dal fondo del regolatore di piedi 10., ovvero once 120., ad F B, distanza del fondo del regolatore dalla ima parte della cateratta di piedi 8. once 4., ovvero once 100., così il quadrato della velocità del fondo 6. cioè 36. al quadrato della velocità della superficie 30. la cui radice 5. $\frac{1}{2}$; e sarà la proporzione dell' una, e dell' altra velocità B H, F I quella di 6. a 5. $\frac{1}{2}$

II. Si trovi il complesso delle velocità dell' acqua corrente sotto la cateratta per la sezione, o per la luce E B, ovvero lo spazio parabolico B F I H, moltiplicando $\frac{2}{3}$ della massima velocità B H 6. cioè 4. coll' altezza B K d' once 120., e sarà il prodotto 480. l' area della parabola B K H, e similmente multiplicando $\frac{2}{3}$ della velocità K F 5. $\frac{1}{2}$ cioè 3. $\frac{2}{3}$ coll' altezza F B di once 20., e il prodotto 73. $\frac{1}{3}$ sarà l' area della parabola K F I, la differenza delle quali parabole 406. $\frac{2}{3}$ sarà lo spazio parabolico B F I H, che si cercava.

III. Questo spazio parabolico trovato 406. $\frac{2}{3}$ si divida per B F d' once 100., e ne verrà il quoziente 4. $\frac{1}{15}$ per la velocità media M N.

IV. Per trovare il centro della velocità si faccia come il quadrato della massima velocità B H, cioè 36. al quadrato della velocità media

M N

M N trovata in ultimo luogo $16.\frac{121}{135}$, così l'asse K B d'once 120. alla porzione dell'asse, o all'altezza K M d'once $55.\frac{17}{135}$ ovvero di piedi 4. once $7.\frac{17}{135}$ luogo, ovvero centro della velocità media M, tanto appunto sommerso sotto la superficie dell'acqua.

Se il canale sia orizzontale, ovvero se la sponda del regolatore sia perpendicolare, e al piano del fondo del canale, e insieme all'orizzontale, si dee tosto passare al sesto precetto, e servirsi dell'altezza predetta per trovare nella tavola lo spazio, ec.; ma se sia inclinato;

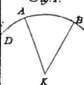
Conciossiachè si suppone l'angolo dell'inclinazione del canale gradi 5., si trovi l'altezza dell'acqua sopra il centro della velocità, risolvendo il triangolo K H D (*Fig.* 19. *Tav. VIII.*) in cui è data l'ipotenusa H D di piedi 4. once $7.\frac{17}{135}$, e oltre l'angolo retto ad K, anco l'angolo H di gr. 5., e ne verrà il lato K H di piedi 4. once $6.\frac{6187299}{6750000}$, ovvero l'altezza dell'acqua sopra il centro della velocità.

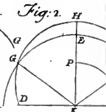
VI. Nella tavola degli spazj, ec. si trovi lo spazio dovuto alla velocità, secondo la trovata altezza di piedi 4., e once $6.\frac{6187299}{6750000}$, che, aggiunta la parte proporzionale, sarà piedi 462. once $11.\frac{4797149}{6750000}$.

VII. Si faccia l'area della sezione di piedi $166.\frac{2}{3}$.

VIII. E in fine si multiplichi l'area della sezione $166.\frac{2}{3}$ collo spazio, ec. ritrovato di piedi 462. once $11.\frac{4797149}{6750000}$, e il prodotto 77162. once 421. mostrerà il numero de' piedi cubici d'acqua, che scorrono pel dato canale nel detto tempo di un minuto.

FINE DEL TOMO PRIMO.


Fig. 1.
A
B
D
G
K


Fig: 2.
H
E
G
P
D
K

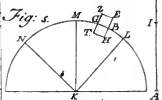
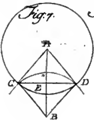
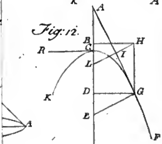
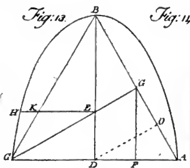
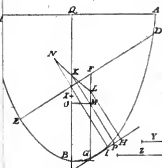

Fig: 5.
M
N
K
T
L
C
I
A

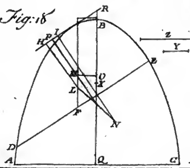

Fig. 6
A
B
E
H
C

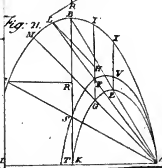

Fig. 7.
C
E
D
B


Fig: 12.
A
B
R
C
H
I
L
K
D
G
E
F

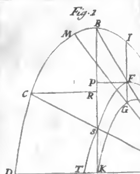

Fig: 13.
B
H
K
E
G
O
G
D
F
A

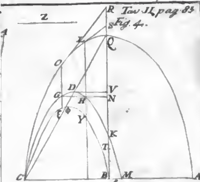

Fig: 14.
Q
A
D
N
K
F
L
M
E
B
G
I
P
H
Y
Z
R

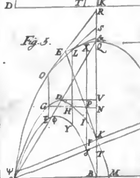

Fig: 18.
R
B
Z
Y
E
O
X
L
F
N
D
A
Q
C

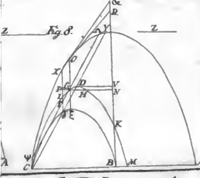

Fig: 21.
B
L
M
I
X
H
V
R
F
E
G
S
T
K
A

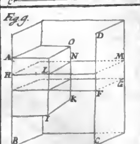


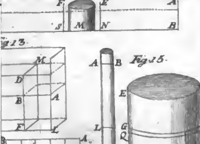

Fig. 1

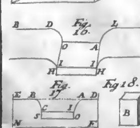

Tav. II. pag. 83
Fig. 4.

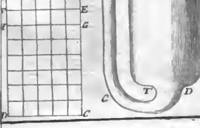

Fig. 5.

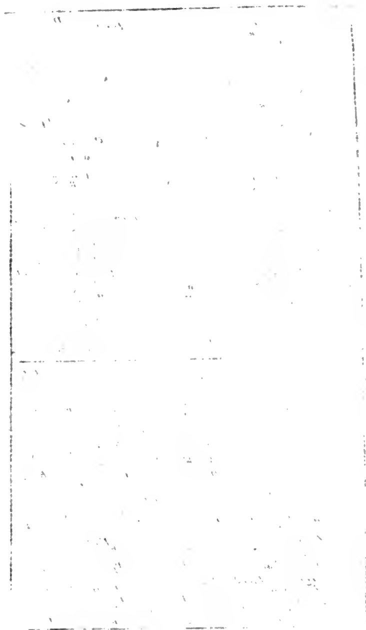

Fig. 8.

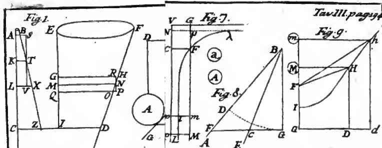

Fig. 9.

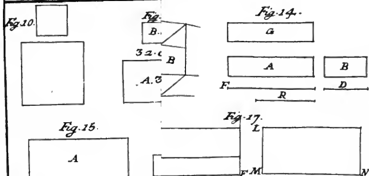

Fig. 13.

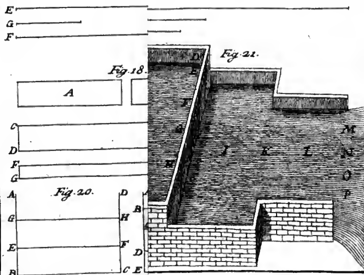

Fig. 16.
Fig. 17
Fig. 18.

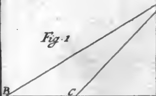

Fig. 15.




Fig. 1.
Fig. 7.
Tav. III. pag. 194
Fig. 9.
Fig. 8.
A


Fig. 10.
Fig. 14.
G
A
B
F
D
R
Fig. 15.
A
Fig. 17.
L
M
N


E
G
F
Fig. 18.
A
Fig. 21.
C
D
F
G
Fig. 20.
A
D
G
H
E
F
B
C
M
N
O
P


Fig. 1
B
C

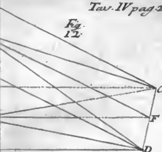
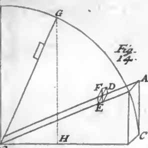
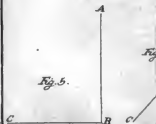
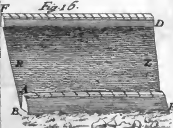
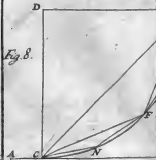

Fig. 12
C
F
D


Fig. 3
B
C

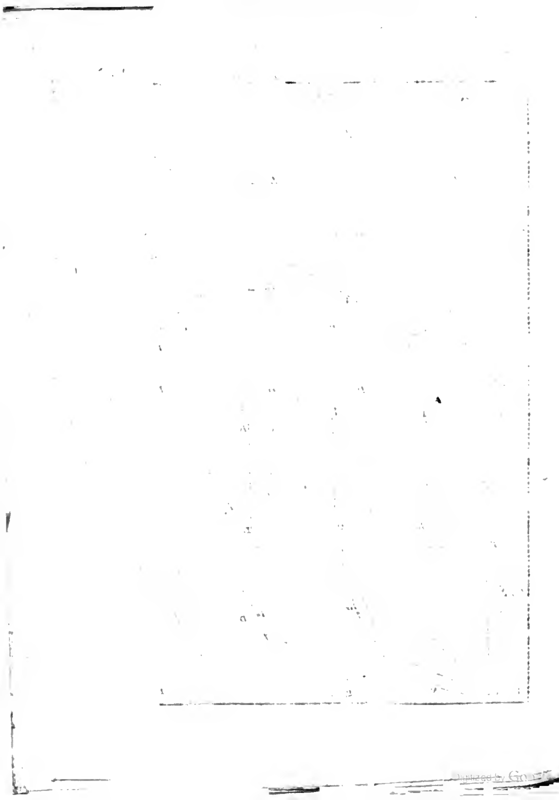

G
Fig. 14
F
D
A
E
H
C

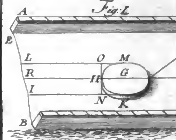

A
Fig. 5
C
B
C

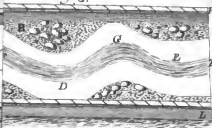

F
Fig. 16
D
R
L
A
B
E

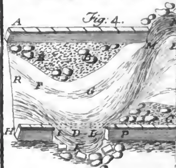

D
Fig. 8
F
N
A
C

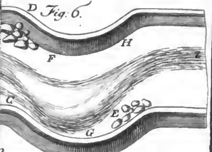

B
L
E
I
H

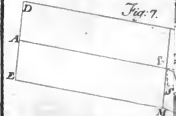


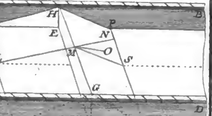

Fig. 1.
A
E
L
O
M
R
G
I
H
N
K
B

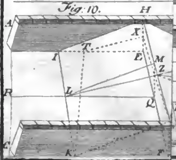

Fig. 3.
H
B
G
E
D
D
L

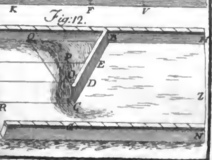

Fig. 4.
A
M
R
F
G
H
D
L
P

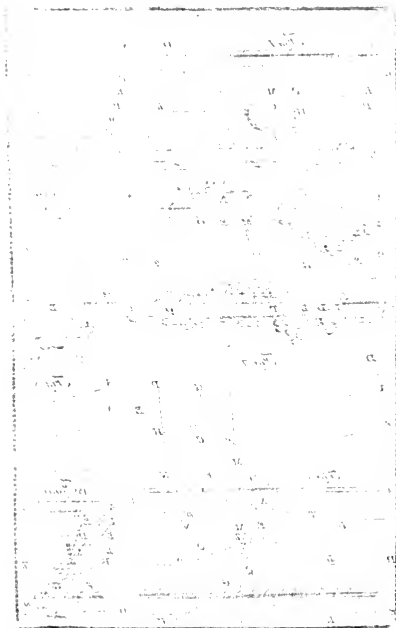

D
Fig. 6.
H
F
I
C
E
G

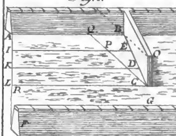

D
Fig. 7.
A
E
M

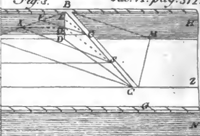

H
B
P
E
N
M
O
S
G
D
K
F
V

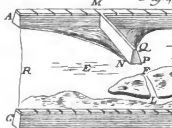

Fig. 10.
H
A
X
T
I
E
M
Z
L
R
Q
K
F

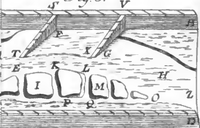

Fig. 12.
Q
B
H
P
E
O
D
Z
R
C
N

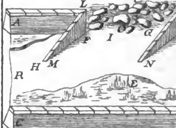


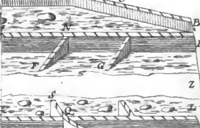

Fig: 1.

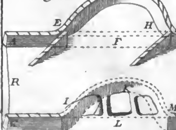

Fig: 3.

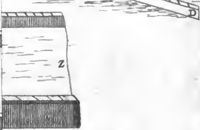

Fig: 4

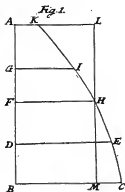

Fig: 6.

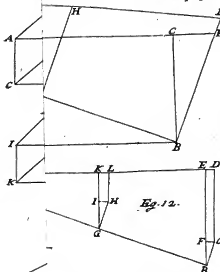

Fig: 7.

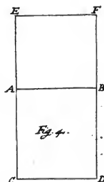

Fig: 10.

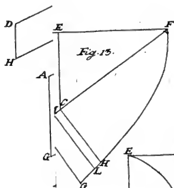

Fig: 11.

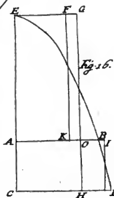


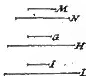

Fig. 1.
A
K
L
G
I
F
H
D
E
B
M
C


H
L
A
C
E
C
I
B
K
K L
E D
I
H
Fig. 12.
G
F
C
B

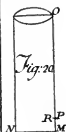

E
F
A
B
Fig. 4.
C
D

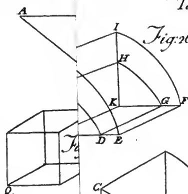

D
H
E
F
Fig. 13.
A
C
G
H
L
G

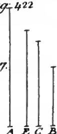

E
F
G
Fig. 16.
A
K
B
O
I
C
H
D


M
N
G
H
I
L

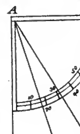

15.
H
M
F

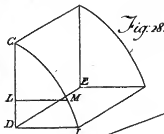

O
Fig: 20
R P
N M

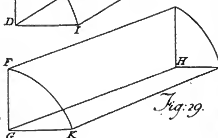

A
I
Fig: 26.
H
K G F
D E
Q


Fig: 27.
A E C B

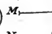

L V

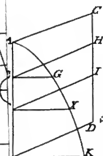

A

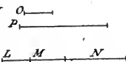

Fig: 28.
C
E
L M
D
I


F
H
Fig: 29.
G K


V K


B


C
F
H
A
M
G
I
N
Y
D
K
Fig: 32.


O
P
L M N

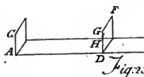
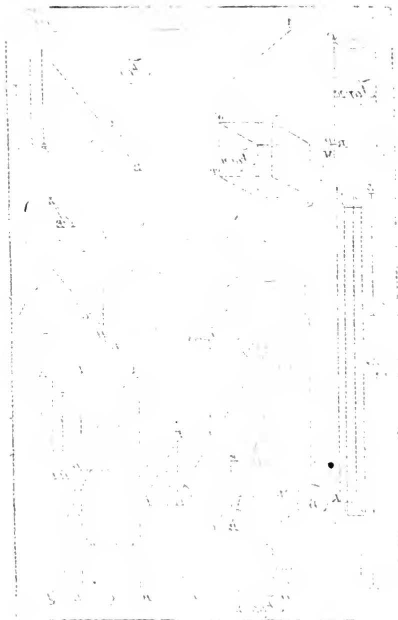

F
C G
H
A D
Fig: 23

Fig: 22.



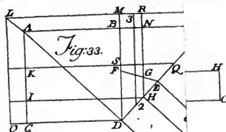


Fig:33.
L
M
R
A
B
3
N
S
F
G
Q
H
K
E
I
H
2
O
O
C
D
4
V
V

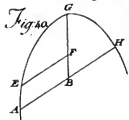
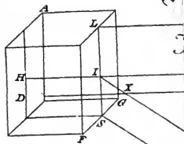
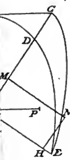


Fig:40.
G
F
H
E
B
A



A
L
H
I
X
D
G
S
F



C
D
M
P
N
H
E

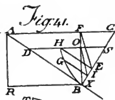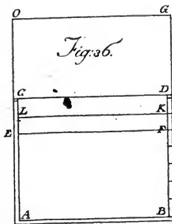
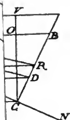


Fig:41.
A
F
C
H
O
D
S
G
E
I
B
Y
R



O
G
Fig:36.
C
D
7
L
K
6
E
F
5
4
3
2
1
A
B



V
O
B
R
D
C
N

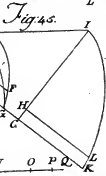
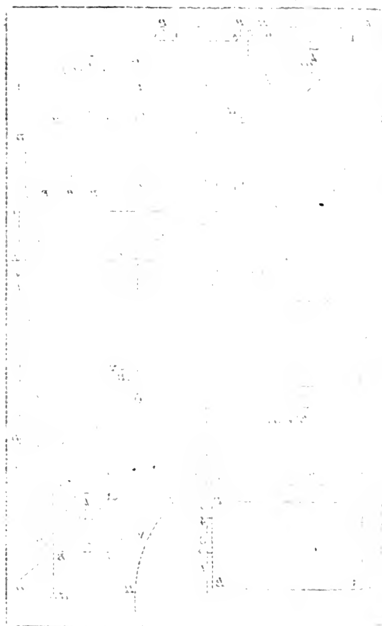
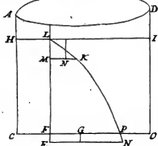
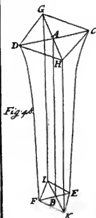
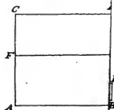


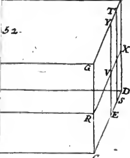
Fig: 42.
T
V
E
M
N
I
P
Q
B
L
K
Fig:45.
E
I
X
D
B
F
H
G
C
L
M
R
N
O
P
Q
K

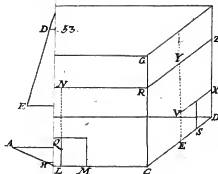



Fig. 46.
A
D
H
L
I
M
N
K
C
F
G
P
O
E
N

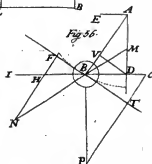

G
C
A
D
H
Fig. 48.
L
E
F
B
K


C
F
A
I
B


52.
T
Y
X
G
V
D
S
R
E
C


D
53.
Z
G
Y
N
R
X
E
V
D
S
E
A
Q
H
L
M
C


M
D
L
B


E
A
Fig. 56.
M
F
V
B
D
C
I
H
T
N
P



2

Z